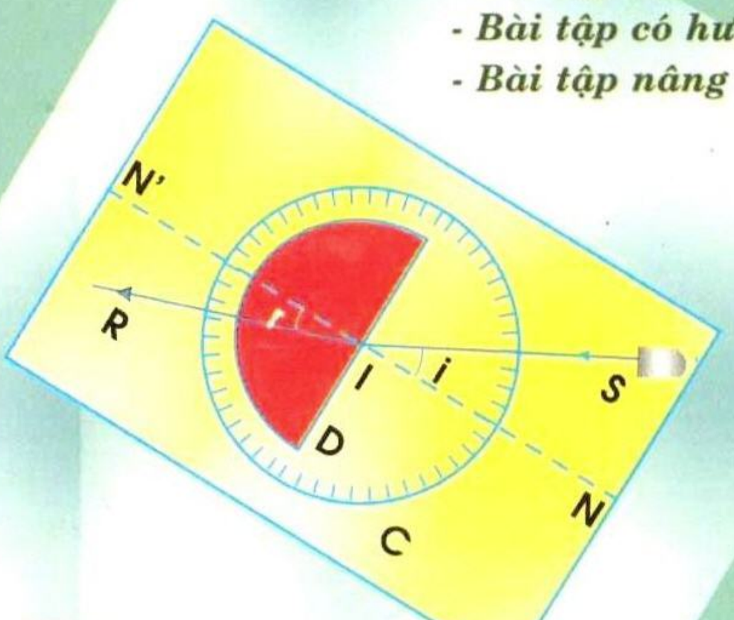
TRẦN TRỌNG HƯNG

PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN VẬT LÍ 11

QUANG HÌNH HỌC

- BAN KHOA HỌC TỰ NHIÊN
- BAN CƠ BẢN

- *Tóm tắt lí thuyết*
- *Phân loại theo từng chủ đề*
- *Phương pháp giải*
- *Bài tập mẫu*
- *Bài tập có hướng dẫn*
- *Bài tập nâng cao*



NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

TRẦN TRỌNG HƯNG

PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN
VẬT LÍ
11*
QUANG HÌNH HỌC

- **BAN KHOA HỌC TỰ NHIÊN**
- **BAN CƠ BẢN**

- *Tóm tắt lí thuyết*
- *Phân loại theo từng chủ đề*
- *Phương pháp giải*
- *Bài tập mẫu*
- *Bài tập có hướng dẫn*
- *Bài tập nâng* cao

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

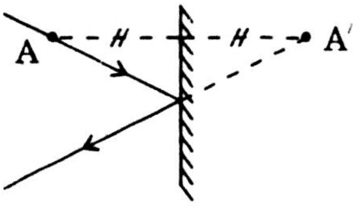
PHẦN MỘT
QUANG HÌNH HỌC

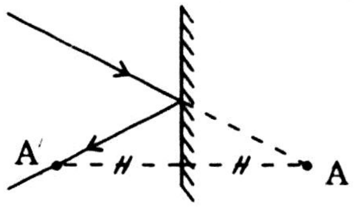
Chủ đề 1 GƯƠNG PHẲNG

TÓM TẮT LÍ THUYẾT

1. *Vẽ đường đi của tia sáng qua gương phẳng*

Để vẽ được đường đi của tia sáng qua gương phẳng ta dựa vào tính chất : "Tia tới đi qua A thì tia phản xạ đi qua A' đối xứng với A qua gương".





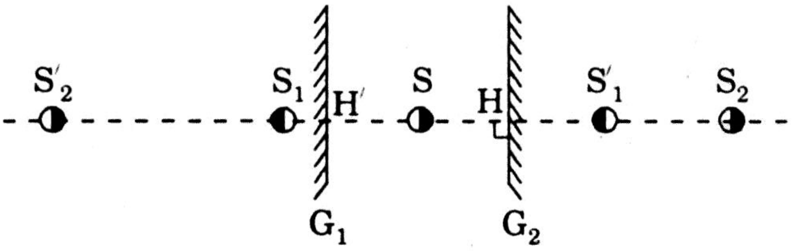
2. *Tìm số ảnh mà mắt thấy được qua 2 gương song song*

- Có 2 quá trình tạo ảnh :

$$S \xrightarrow{G_1} S_1 \xrightarrow{G_2} S_2 \xrightarrow{G_1} S_3 \xrightarrow{G_2} \cdots$$

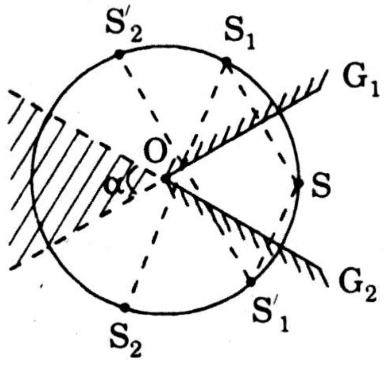
$$S \xrightarrow{G_2} S'_1 \xrightarrow{G_1} S'_2 \xrightarrow{G_2} S'_3 \xrightarrow{G_1} \cdots$$

- Tất cả các ảnh này đều nằm trên một đường thẳng SH vuông góc với hai gương.
- Mắt thấy được ảnh xa nhất khi đường nối ảnh này với mắt cắt gương, còn đường nối ảnh xa kế tiếp không cắt gương.



3. *Tìm số ảnh tạo bởi 2 gương phẳng hợp nhau 1 góc α*

- Tất cả các ảnh đều nằm trên đường tròn tâm O bán kính OS.
- Ảnh nào nằm ở sau cả hai gương (vùng gạch chéo) thì đó là ảnh cuối cùng.
- Nếu hai ảnh cuối trùng nhau thì kể là một.
- Các ảnh mà mắt nhìn thấy được khi tia phản xạ tạo các ảnh ấy phải đi vào mắt tức đường nối với ảnh phải cắt gương.



- Một số kết quả thường gặp :

  + Nếu $\dfrac{360^\circ}{\alpha} = 2K$ thì có $(2K - 1)$ ảnh $(K \in N)$

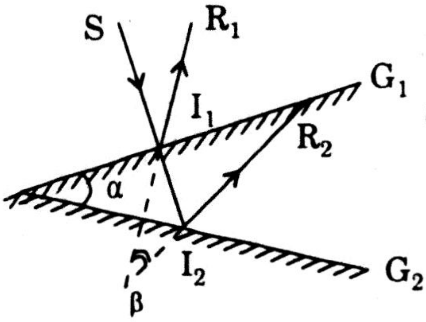
  + Nếu $\dfrac{360^\circ}{\alpha} = 2K + 1$ thì có $\begin{cases} 2K \text{ ảnh nếu S trên mặt phân giác} \\ (2K + 1) \text{ ảnh nếu S không nằm trên mặt phân giác} \end{cases}$

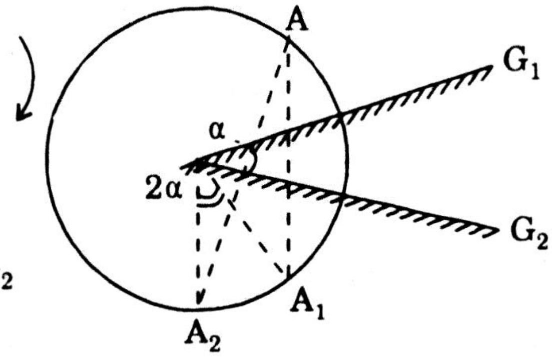
4. *Gương quay*

Khi gương quay một góc α từ $G_1 \rightarrow G_2$ xung quanh một trục O vuông góc với mặt phẳng tới thì :

- Tia phản xạ của tia tới cố định sẽ quay một góc $\beta = 2\alpha$ theo cùng chiều quay.
- Ảnh của điểm A cố định sẽ di chuyển trên $\overset{\frown}{A_1A_2}$ của đường tròn tâm O bán kính OA với :

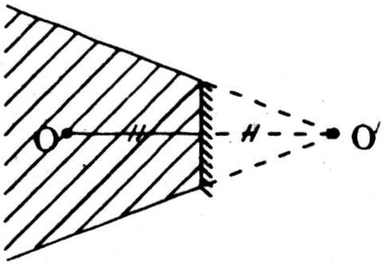
$$\overset{\frown}{A_1A_2} = OA \times 2\alpha \qquad (\alpha : \text{tính bằng Radian})$$





5. *Thị trường của gương phẳng*

- Thị trường của gương phẳng là khoảng không gian trước gương chứa vật mà ảnh của nó được nhìn thấy qua gương.
- Cách xác định thị trường :
  + Lấy điểm đối xứng của mắt O qua gương phẳng là O′.
  + Nối O′ với mép gương ta được hình chóp (hay hình nón).
  + Vùng không gian trước gương giới hạn bởi hình chóp (hay hình nón) trên là thị trường.



BÀI TẬP MẪU

VẼ ĐƯỜNG ĐI CỦA TIA SÁNG QUA HAI GƯƠNG PHẲNG

1 **Hai gương phẳng song song M và N quay mặt sáng vào nhau và đặt cách nhau một khoảng AB = d. Giữa hai gương trên đường thẳng AB, người ta đặt một điểm sáng S cách gương M một đoạn SA = a.**

Xét một điểm O nằm trên đường thẳng đi qua S và vuông góc với AB có khoảng cách OS = h.

a) Vẽ đường đi của một tia sáng xuất phát từ S phản xạ trên gương N (tại điểm I) và truyền qua O.

b) Vẽ đường đi của một tia sáng xuất phát từ S phản xạ lần lượt trên gương N (tại H), trên gương M (tại K) rồi truyền qua O.

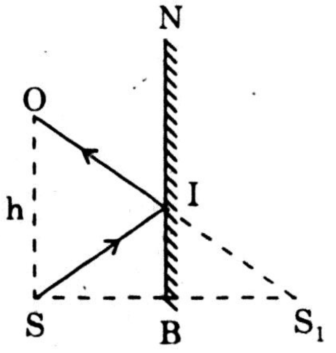
c) Tính các khoảng cách từ I, K, H đến AB.

GIẢI

a) Vẽ đường đi của tia sáng phát từ S → (N) → O :

+ Giả sử ta đã vẽ được tia SIO thì tia phản xạ IO có đường kéo dài qua ảnh S_1 đối xứng với S qua gương N.
+ Suy ra cách vẽ :
  - Lấy S_1 đối xứng với S qua gương N.
  - Nối S_1O nó cắt gương N tại I.
  - Nối S và I.

SIO là tia sáng phải vẽ.

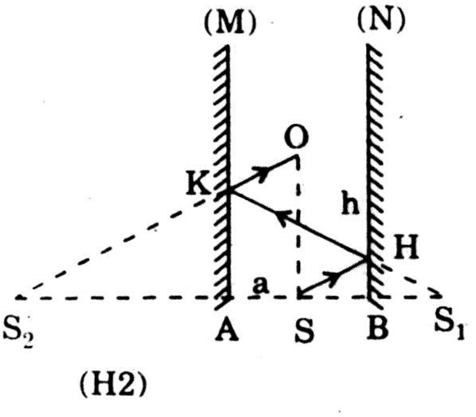


(H1)

b) Vẽ đường đi của tia sáng từ S → (N) → (M) → O :

+ Giả sử ta đã vẽ được tia SHKO thì :
  - Tia phản xạ HK có đường kéo dài qua ảnh S_1 của S qua gương N.
  - Tia phản xạ KO có đường kéo dài qua ảnh S_2 của S_1 qua gương M.
+ Suy ra cách vẽ :
  - Lấy S_1 đối xứng với S qua gương N.
  - Lấy S_2 đối xứng với S_1 qua gương M.
  - Nối O và S_2 nó cắt M tại K.
  - Nối K và S_1 nó cắt N tại H.
  - Nối S và H.

SHKO là tia sáng phải vẽ.



(H2)

c) Tính BI, AK, BH :

+ $(H_1) \Rightarrow \quad BI = \dfrac{h}{2}$

+ (H_2) : • $KA \parallel SO \Rightarrow \dfrac{KA}{h} = \dfrac{AS_2}{SS_2} = \dfrac{AS_1}{AS_1 + AS} = \dfrac{2d - a}{2d}$

$$\Rightarrow KA = h.\frac{2d - a}{2d}$$

• $BH \parallel AK \Rightarrow \dfrac{BH}{AK} = \dfrac{S_1B}{S_1A} = \dfrac{d - a}{2d - a} \Rightarrow BH = h.\dfrac{d - a}{2d}$.

ẢNH QUA HAI GƯƠNG PHẲNG ĐẶT SONG SONG

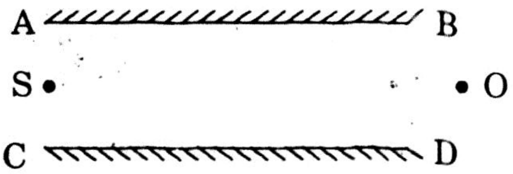
2 **Hai gương phẳng AB và CD cùng độ dài l = 89cm được đặt đối diện nhau, cho mặt phản xạ hướng vào nhau, song song với nhau và cách nhau khoảng a = 10cm. Một điểm sáng S nằm giữa hai gương, cách đều hai gương, ngang với hai mép A và C.**

1. Mắt người quan sát đặt ở O, cách đều hai gương và cách S một khoảng SO = 1m sẽ trông thấy bao nhiêu ảnh của điểm S. Số ảnh đó thay đổi thế nào nếu ta thay đổi khoảng cách a giữa hai gương.

2. Vẽ đường đi của các tia sáng, từ S tới O, trong các trường hợp sau đây :

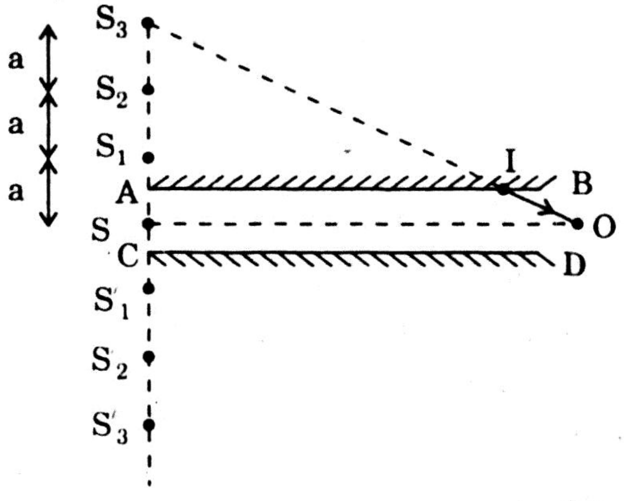
a) Tia sáng phản xạ lần lượt trên mỗi gương một lần.

b) Tia sáng phản xạ trên gương AB hai lần và trên CD một lần.



GIẢI

1. Số ảnh mắt trông thấy được :



+ Chùm tia sáng phát ra từ S chiếu về phía gương AB trước sẽ lần lượt tạo các ảnh theo sơ đồ :

$$S \xrightarrow{AB} \enclose{circle}{S_1} \xrightarrow{CD} S_2 \xrightarrow{AB} \enclose{circle}{S_3} \xrightarrow{CD}$$

+ Chùm tia sáng chiếu về gương CD trước sẽ tạo các ảnh :

$$S \xrightarrow{CD} S_1 \xrightarrow{AB} \enclose{circle}{S_2} \xrightarrow{CD} S_3 \xrightarrow{AB} \quad \ldots$$

+ Qua hai sơ đồ ta thấy : các ảnh qua gương AB lần lượt là : $S_1, S_2, S_3, \ldots, S_K$.
+ Do tính đối xứng giữa ảnh và vật qua gương, ta có :

$$SS_1 = a$$

$$SS_2 = 2a$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$SS_K = K.a$$

+ Mắt thấy được ảnh S_K qua gương AB thì đường S_KO phải cắt gương AB tại I tức : $0 \le AI \le AB$ (*)
+ AI // SO $\Rightarrow$ $$\frac{AI}{SO} = \frac{AS_K}{SS_K} = \frac{Ka - \frac{a}{2}}{Ka} = 1 - \frac{1}{2K}$$

$$AI = \left(1 - \frac{1}{2K}\right) \times 100 \text{ (cm)}$$

$$(*) \quad \Rightarrow \quad 0 \le \left(1 - \frac{1}{2K}\right) \times 100 \le 89 \text{ (cm)}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{1}{2} \le K \le 4{,}5 \quad \Rightarrow \quad K = 1, 2, 3, 4 \text{ (có 4 ảnh)}$$

+ Vì lí do đối xứng, qua gương CD mắt cũng thấy được 4 ảnh. Vậy số ảnh mắt thấy được tất cả : 8 ảnh.
+ Qua phép chứng minh ta thấy : Giá trị K không phụ thuộc a, tức số ảnh không thay đổi khi a thay đổi.

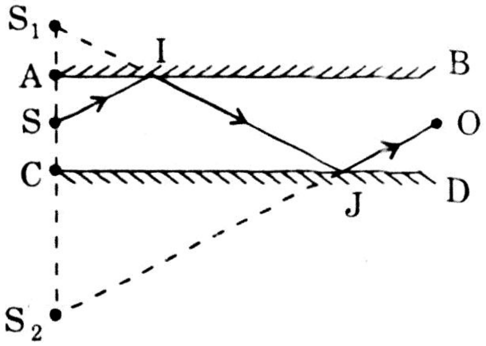
2. *Vẽ đường đi tia sáng :*

a) *Tia sáng phản xạ trên mỗi gương một lần :*

+ Giả sử đã vẽ được tia SIJO, ta thấy :
    - Tia phản xạ IJ kéo dài qua ảnh S_1 của S qua gương AB.
    - Tia tới IJ của gương CD coi như phát ra từ S_1 nên tia phản xạ JO có đường kéo dài qua S_2' của S_1 qua gương CD.
+ Suy ra cách vẽ :

- Vẽ S_1 đối xứng với S qua gương AB; S_2' đối xứng với S_1 qua gương CD.
- Nối S_2' và O nó cắt CD tại J.
- Nối J với S_1 nó cắt AB tại I.
- Nối S với I.

SIJO là tia sáng phải vẽ.

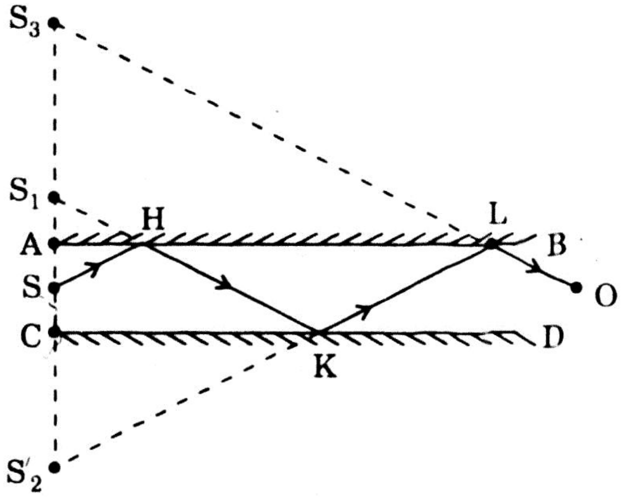


b) *Tia sáng phản xạ trên gương AB hai lần và CD một lần :*

Lí luận tương tự như trên, ta có phép vẽ :

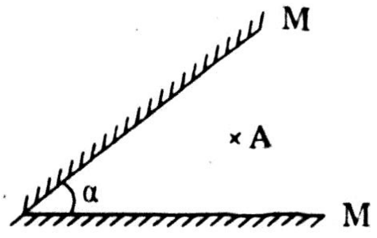
- Vẽ S_1 đối xứng S qua gương AB; S_2' đối xứng với S_1 qua gương CD; S_3 đối xứng với S_2' qua gương AB.
- Nối S_3 với O nó cắt AB tại L.
- Nối S_2' với L nó cắt CD tại K.
- Nối S_1 với K nó cắt AB tại H.
- Nối SH.

SHKLO là tia sáng phải vẽ.



TÌM SỐ ẢNH QUA HỆ HAI GƯƠNG PHẲNG HỢP NHAU GÓC α MÀ $\frac{360^\circ}{\alpha} = 2K$

3 **Cho hai gương phẳng M, M' mặt phản xạ hướng vào nhau và hợp góc α. Điểm sáng A nằm trong góc tạo bởi hai gương (hình vẽ). Tìm số ảnh của A cho bởi hệ hai gương với :**



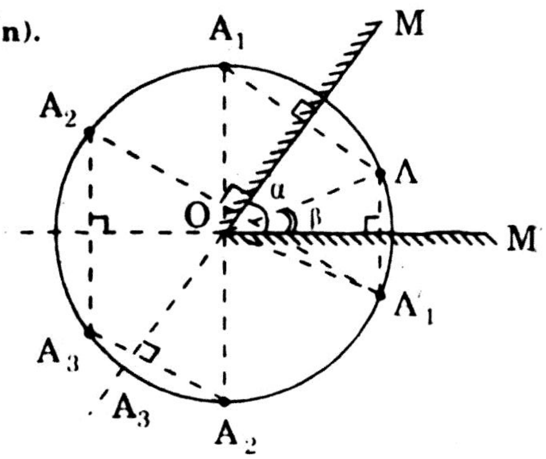
a) **$\alpha = 60^\circ$.**

b) **$\alpha < 180^\circ$ và $\frac{360^\circ}{\alpha} = 2K$ (số nguyên chẵn).**

GIẢI

a) ***$\alpha = 60^\circ$:***

+ S và tất cả các ảnh đều lần lượt đối xứng nhau qua gương nên chúng cách đều O, do đó chúng đều nằm trên đường tròn tâm O bán kính OA.



+ Sơ đồ tạo ảnh : $A \xrightarrow{M} A_1 \xrightarrow{M'} A'_2 \xrightarrow{M} A_3 \xrightarrow{M'} \ldots$

$A \xrightarrow{M'} A'_1 \xrightarrow{M} A_2 \xrightarrow{M'} A'_3 \xrightarrow{M} \ldots$

+ Có : • $\widehat{A_1OA'_1} = 2\widehat{MOM'} = 2\alpha$

• $\widehat{A_2OA'_2} = \widehat{A_2OA_1} + \widehat{A_1OA'_1} + \widehat{A'_1OA'_2}$

mà : $\left\{\begin{array}{l} \bullet\ \text{số đo } \widehat{A_2OA_1} = \text{số đo } \widehat{A_2A_1} = \text{số đo } \widehat{AA'_1} = 2\beta \\ \bullet\ \text{số đo } \widehat{A'_1OA'_2} = \text{số đo } \widehat{A'_1A'_2} = \text{số đo } \widehat{AA_1} = 2(\alpha - \beta) \end{array}\right.$

nên : • $\widehat{A_2OA'_2} = 2\beta + 2\alpha + 2(\alpha - \beta) = 4\alpha$

• $\widehat{A_3OA'_3} = \widehat{A_3OA_2} + \widehat{A_2OA'_2} + \widehat{A'_2OA'_3}$

mà : $\left\{\begin{array}{l} \bullet\ \text{số đo } \widehat{A_3OA_2} = \text{số đo } \widehat{A_3A_2} = \text{số đo } \widehat{A'_2A'_1} = 2(\alpha - \beta) \\ \bullet\ \text{số đo } \widehat{A'_2OA'_3} = \text{số đo } \widehat{A'_2A'_3} = \text{số đo } \widehat{A_1A_2} = 2\beta \end{array}\right.$

nên : $\widehat{A_3OA'_3} = 2(\alpha - \beta) + 4\alpha + 2\beta = 6\alpha = 360^\circ \Leftrightarrow A_3 \equiv A'_3$

+ Mặt khác, theo hai sơ đồ ta thấy : A_3 sau gương M, A'_3 sau gương M', mà 2 ảnh này trùng nhau nên chúng ở sau cả hai gương, nên đó là 2 ảnh cuối cùng.

Vậy : Tất cả có 5 ảnh.

b) ***$\alpha < 180^\circ$ và $\dfrac{360^\circ}{\alpha} = 2K$*** *(số nguyên chẵn) :*

+ Sơ đồ tạo ảnh : $A \xrightarrow{M} A_1 \xrightarrow{M'} A'_2 \longrightarrow \ldots A_K$

$A \xrightarrow{M'} A'_1 \xrightarrow{M} A_2 \longrightarrow \ldots A'_K$

+ Ta có : $\widehat{A_1OA'_1} = 2\alpha$

$\widehat{A_2OA'_2} = 4\alpha$

$\widehat{A_3OA'_3} = 6\alpha$

....

$\widehat{A_KOA'_K} = 360^\circ$

$\Leftrightarrow \widehat{A_KOA'_K} = 360^\circ \Rightarrow A_K \equiv A'_K$

Trong 2 ảnh này một ảnh ở sau gương M, một ảnh sau gương M′, mà chúng trùng nhau, vậy chúng ở sau cả hai gương nên đó là ảnh cuối cùng. Do đó, số ảnh qua hai gương là (2K – 1) ảnh.

ẢNH QUA HỆ HAI GƯƠNG PHẲNG HỢP NHAU GÓC α
MÀ $\frac{360^\circ}{\alpha} = 2K + 1$

4 **Hai gương phẳng M_1 và M_2 đặt nghiêng với nhau góc $\alpha = 120^\circ$. Một điểm sáng A đặt trước hai gương và cách giao tuyến của chúng khoảng R = 10cm.**

a) Hãy tính số ảnh qua hệ hai gương.

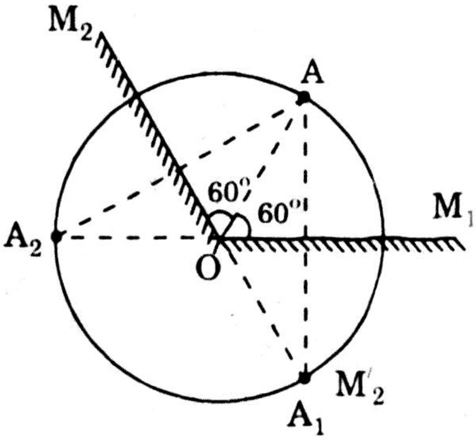
b) Tính khoảng cách giữa hai ảnh ảo đầu tiên của điểm sáng A qua các gương M_1 và M_2.

c) Tìm cách dịch chuyển điểm sáng A sao cho khoảng cách giữa hai ảnh ảo ở câu b) là không đổi.

GIẢI

a) Tính số ảnh qua hệ 2 gương :

- *A nằm trên mặt phẳng phân giác của góc α :*



+ Gọi A_1 là ảnh của A qua gương M_1 thì :

$\widehat{M_1OA_1} = \widehat{M_1OA} = 60^\circ$

$\Rightarrow \quad \widehat{M_2OA_1} = \widehat{M_2OM_1} + \widehat{M_1OA_1} = 180^\circ$

A_1 nằm trên chính gương M_2 (và nằm sau M_1) nên A_1 là ảnh cuối cùng.

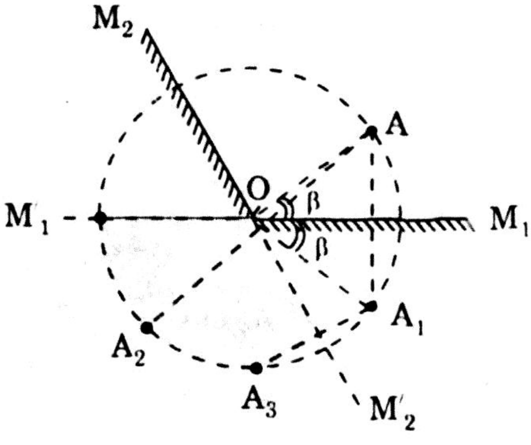
+ Gọi A_2 là ảnh của A qua M_2 :

$\widehat{M_2OA_2} = \widehat{M_2OA} = 60^\circ$

$\Rightarrow \quad \widehat{M_1OA_2} = \widehat{M_1OM_2} + \widehat{M_2OA_2} = 180^\circ$

A_2 nằm trên chính gương M_1 (và nằm sau M_2) nên A_2 là ảnh cuối cùng.

Vậy hệ có 2 ảnh.



- *A nằm ngoài mặt phẳng phân giác của góc α:*

Giả sử $\widehat{M_1OA} = \beta < 60^\circ$

+ Có : $\widehat{M_1OA_1} = \widehat{M_1OA} = \beta < \widehat{M_1OM'_2}$

A_1 nằm trước gương M_2 nên tạo ảnh A_3 ở sau M_2 với :

$$\widehat{M_2'OA_3} = \widehat{M_2'OA_1} = 60^\circ - \beta < \widehat{M_2'OM_1'}$$

Vậy A_3 cũng ở sau M_1 nên A_3 là ảnh cuối cùng.

+ Có : $\widehat{M_2'OA_2} = \widehat{M_2'OA} = 60^\circ + \beta < \widehat{M_2'OM_1'}$

Vậy A_2 ở sau M_1 (và sau M_2) nên đó là ảnh cuối cùng.

Tóm lại : hệ có 3 ảnh.

b) Khoảng cách giữa 2 ảnh ảo đầu tiên :

+ Hai ảnh ảo đầu tiên là A_1 và A_2

Có : $\widehat{A_1OA_2} = \widehat{M_2'OA_1} + \widehat{M_2'OA_2} = (60 - \beta) + (60 + \beta) = 120^\circ$

+ $\Delta A_1OA_2 \Rightarrow A_1A_2 = 2R\sin 60^\circ = 17{,}32$ (cm).

c) Cách dịch chuyển điểm sáng A để A_1A_2 không đổi :

$$A_1A_2 = 2R\sin 60^\circ \text{ : Chỉ phụ thuộc vào R.}$$

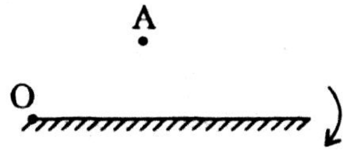
Vậy muốn A_1A_2 không đổi khi S dịch chuyển thì R phải không đổi. Muốn thế, A phải dịch chuyển trên phần mặt trụ có bán kính R = 10cm, trục của mặt trụ là giao tuyến hai gương và nằm trong khoảng giữa hai gương.

TÍNH GÓC QUAY CỦA TIA PHẢN XẠ VÀ ĐỘ DỊCH CHUYỂN ẢNH KHI GƯƠNG QUAY

5 Một điểm sáng A đặt trước một gương phẳng như hình vẽ. Cho gương quay xung quanh một trục nằm trong mặt phẳng của gương qua O một góc $\alpha = 15^\circ$ theo chiều kim đồng hồ.

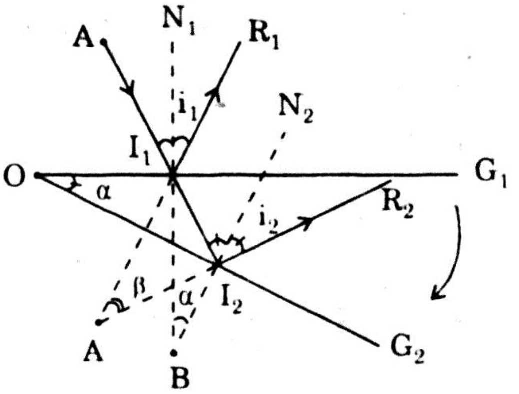
a) Tính góc và chiều quay của tia phản xạ.

b) Biết OA = 1m. Tính độ dịch chuyển của ảnh.



GIẢI

a) Góc và chiều quay của tia phản xạ :



+ Ở vị trí G_1 có tia sáng AI_1R_1.

Ở vị trí G_2 có tia sáng AI_2R_2.

+ $\Delta I_1AI_2 \Rightarrow \quad 2i_2 = 2i_1 + \beta \quad (1)$

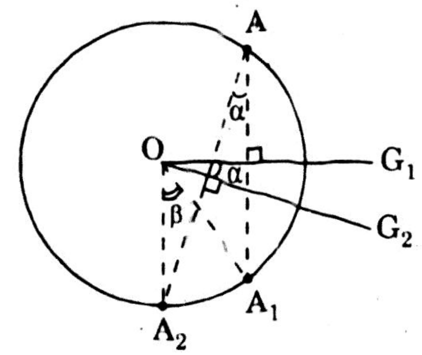
$\Delta I_1BI_2 \Rightarrow \quad i_2 = i_1 + \alpha$

$2i_2 = 2i_1 + 2\alpha \quad (2)$

(1) và (2) $\Rightarrow \beta = 2\alpha$

Vậy : gương quay góc $\alpha = 15^\circ$ thì tia phản xạ quay góc $\beta = 30^\circ$ theo cùng chiều quay với gương.

b) Độ dịch chuyển ảnh :



+ Vì ảnh đối xứng với A qua gương nên ta có :

$$OA_1 = OA_2 = OA = R$$

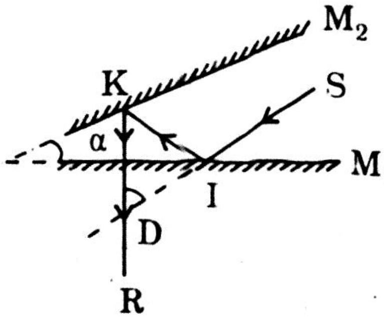
+ Hình vẽ $\Rightarrow$ $\beta = 2\alpha = 30^\circ$

+ Độ dịch ảnh : $\overset{\frown}{A_1A_2} = R.\beta$ (β : rad)

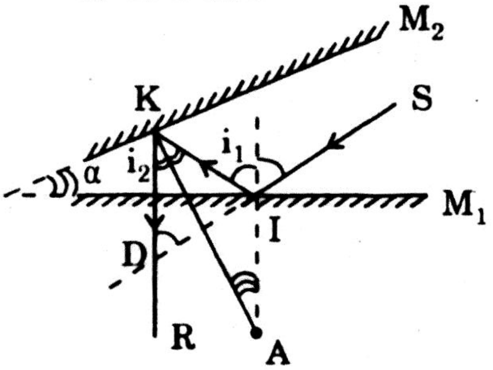
$$= 100 \times \frac{\pi}{6} \approx 52,6 \text{ (cm)}.$$

ĐỘ LỆCH TIA SÁNG SAU KHI PHẢN XẠ TRÊN HAI GƯƠNG

6 **Hai gương phẳng M_1 và M_2 hợp với nhau góc $\alpha = 30^\circ$. Tia tới SI chiếu đến gương M_1 ta được lần lượt các tia phản xạ IK và KR trên hai gương (hình vẽ).**



1. **Tính góc lệch D theo α.**
2. **Phải quay gương M_2 xung quanh một trục qua K và song song với giao tuyến hai gương một góc nhỏ nhất là bao nhiêu và theo chiều nào để :**
   a) SI song song và cùng chiều với KR.
   b) SI $\perp$ KR.



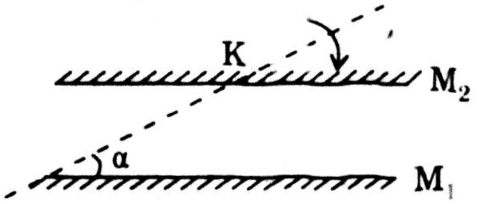
GIẢI

1. Tính góc lệch D :

- ΔIKD $\Rightarrow$ $2i_1 = 2i_2 + D$ (1)
- ΔIKA $\Rightarrow$ $i_1 = i_2 + \alpha$
  $2i_1 = 2i_2 + 2\alpha$ (2)
- (1) và (2) $\Rightarrow$ $D = 2\alpha$ (3)

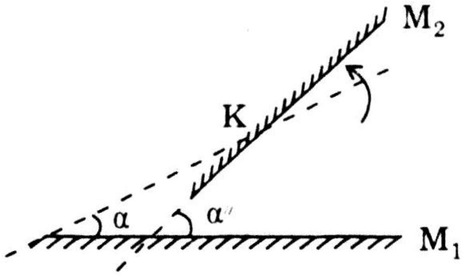
2. Góc quay gương M_2 xung quanh K :

a) SI // KR :



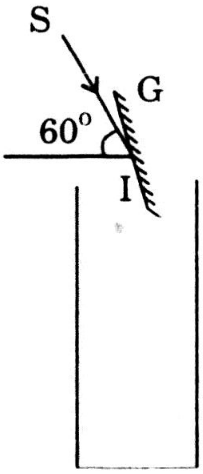
- SI // KR : $D' = 0$
- (3) $\Rightarrow$ $0 = 2\alpha'$
  $\Rightarrow$ $\alpha' = 0$: hai gương song song
- Để M_2 hợp với M_1 góc $\alpha' = 0$ thì M_2 quay góc 30° theo chiều kim đồng hồ.

b) SI ⊥ KR :



- $D'' = 90^\circ$
- (3) ⇒ $\alpha'' = \dfrac{D''}{2} = 45^\circ$
- Vậy : M_2 quay góc 15° theo chiều ngược chiều kim đồng hồ.

TÌM BIÊN ĐỘ DAO ĐỘNG CỦA GƯƠNG ĐỂ TIA PHẢN XẠ DAO ĐỘNG

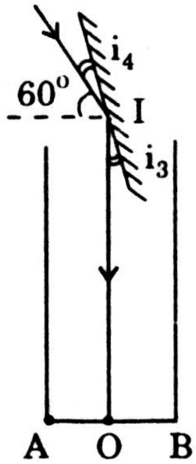


7 Dùng một gương phẳng nhỏ G để hắt một chùm tia sáng mặt trời hẹp xuống đáy một giếng cạn hình trụ thẳng đứng, dọc theo trục của giếng (hình vẽ).

1. **Tính góc làm bởi mặt gương và đường thẳng đứng, biết các tia sáng mặt trời nghiêng với mặt phẳng nằm ngang góc 60°.**
2. **Để cho vết sáng quét đi quét lại một đường kính đáy giếng, người ta cho gương phẳng dao động quanh vị trí xác định ở câu 1, xung quanh một trục đi qua điểm tới và vuông góc với mặt phẳng tới. Hãy tính biên độ của dao động này.**

Cho biết đường kính của giếng là 0,5m và khoảng cách từ gương tới đáy giếng là 10m.

GIẢI



1. Tính góc làm bởi mặt gương và đường thẳng đứng :

- ĐL phản xạ : $i_2 = i_1 \Rightarrow i_3 = i_4$
- Có : $i_4 + 60^\circ + 90^\circ + i_3 = 180^\circ$

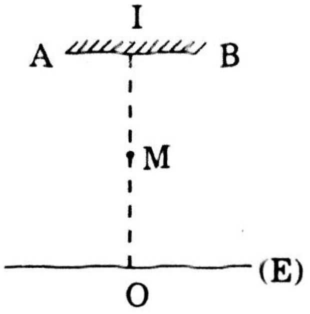
$$2i_3 + 150^\circ = 180^\circ$$

$$i_3 = 15^\circ$$

2. Biên độ dao động của gương phẳng :

- Ta chứng minh : tia phản xạ IO quay góc $\widehat{AIO}$ thì gương quay góc $\dfrac{\widehat{AIO}}{2}$ (*)
- Biên độ dao động của tia phản xạ là $\widehat{AIO}$ với $\operatorname{tg}\widehat{AIO} = \dfrac{AO}{IO} = 0,025$
- Do góc bé : $\widehat{AIO} \approx 0,025\ (\text{rad}) \approx 1,4^\circ$.
- (*) ⇒ Biên độ dao động của gương là : $a = 0,7^\circ \approx 42'$.

THỊ TRƯỜNG GƯƠNG PHẲNG



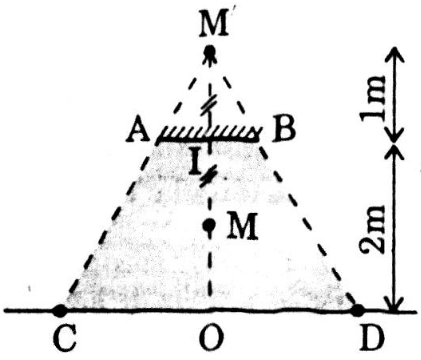
8 **Một gương phẳng có đường rìa hình tròn bán kính 0,5m. Trên trục, trước gương và cách gương 1m có mắt M của người quan sát nhìn vào gương. Màn (E) đặt song song và cách gương 2m (hình vẽ).**

1. **Hỏi diện tích trên màn mà mắt có thể thấy được qua gương?**
2. **Để diện tích trên màn thấy được qua gương tăng lên gấp đôi thì :**
   - **a) Người phải dịch chuyển trên trục về phía nào và bao nhiêu khi màn cố định ?**
   - **b) Màn phải dịch chuyển song song với gương về phía nào và bao nhiêu khi người cố định ?**

GIẢI

1. Diện tích trên màn mà mắt thấy được qua gương :

- Thị trường của gương phẳng đối với mắt M là hình nón cụt mà đáy nhỏ là gương, đường sinh tựa trên mép gương và đi qua ảnh M' của mắt M.
- Diện tích trên màn mà mắt thấy được qua gương là diện tích hình tròn do màn cắt thị trường có đường kính CD.



- Hình vẽ $\Rightarrow \quad \dfrac{CD}{AB} = \dfrac{M'O}{M'I} = 3$

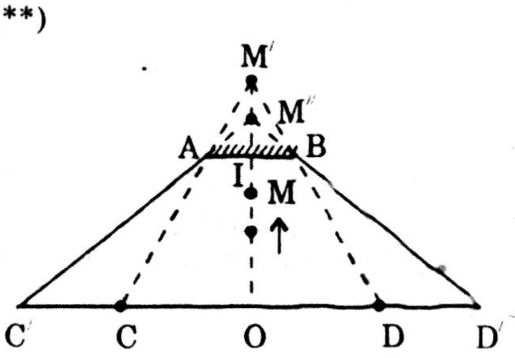
  $\Rightarrow \quad CD = 3AB = 3\ (m)$
- $S = \pi\left(\dfrac{CD}{2}\right)^2 = 7{,}065\ (m^2) \qquad (*)$

2. a) Người dịch chuyển – màn đứng yên :

- Để diện tích trên màn thấy được qua gương tăng lên thì thị trường phải tăng, muốn vậy ảnh M' phải gần gương hơn, tức người dịch chuyển về gần gương.
- Diện tích trên màn : $S' = \pi\left(\dfrac{C'D'}{2}\right)^2 \qquad (**)$

$(*)$ và $(**) \Rightarrow \dfrac{S'}{S} = \left(\dfrac{C'D'}{2}\right)^2$

$\Leftrightarrow \dfrac{C'D'}{CD} = \sqrt{\dfrac{S'}{S}} = \sqrt{2}$



Với CD = 3AB nên : $\dfrac{C'D'}{AB} = 3\sqrt{2}$ (***)

- Hình vẽ $\Rightarrow \dfrac{M''O}{M''I} = \dfrac{C'D'}{AB} = 3\sqrt{2}$ hay : $\dfrac{M''I + IO}{M''I} = 3\sqrt{2}$

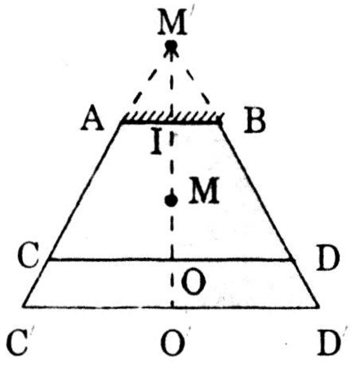
$$\Rightarrow M''I = \frac{IO}{3\sqrt{2}-1} \approx 0{,}617 \text{ (m)}$$

Đó cũng là khoảng cách từ người đến gương.

- Vậy người đã dịch về gần gương : $\Delta x = 1 - 0{,}617 = 0{,}383$ (m).

b) Màn dịch chuyển – người đứng yên :

- Thị trường không đổi, để diện tích thị trường trên màn tăng lên thì màn phải dịch ra xa gương (từ CD → C'D').



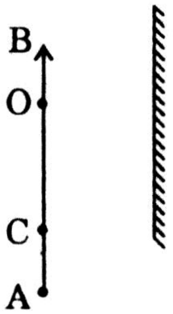
- Hình vẽ $\Rightarrow \dfrac{M'O'}{M'I} = \dfrac{C'D'}{AB} = 3\sqrt{2}$ (do (***))

$$\frac{M'O + OO'}{M'I} = 3\sqrt{2}$$

Với M'O = 3m; M'I = 1m ta được : $OO' = 3\left(\sqrt{2}-1\right) = 1{,}242$ (m).

NGƯỜI SOI GƯƠNG

9 **Một người (AB) cao 1,7m, mắt O cách đỉnh đầu B 10cm, đứng cách tường 0,693 ≈ $0{,}4\sqrt{3}$ m. Trên tường có treo một gương phẳng hình chữ nhật (hình vẽ).**



a) Tìm chiều cao tối thiểu của gương để người ấy thấy vừa đủ ảnh của mình trong gương, lúc đó mép dưới cách gương bao nhiêu ?

Kết quả này có thay đổi khi người di chuyển tới gần hoặc xa gương không ?

b) Nếu mép dưới gương cách đất 1,2m thì người ấy chỉ thấy phần CB qua gương. Xác định vị trí C.

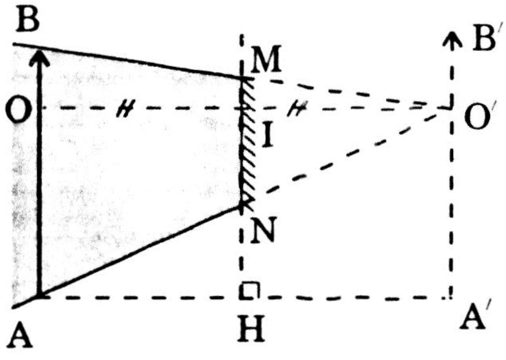
c) Để thấy được ảnh của chân mình khi mép dưới gương cách đất 1,2m thì gương nghiêng với tường một góc β nhỏ nhất là bao nhiêu ?

GIẢI

1. Chiều cao tối thiểu của gương – Độ cao mép dưới :

- Để mắt O nhìn thấy vừa đủ ảnh của mình trong gương thì toàn bộ người

(AOB) phải vừa đủ nằm trong thị trường của gương (Đó là vùng không gian trước gương có hình chóp cụt mà đỉnh là ảnh O′ của mắt O và các mặt bên tựa trên mép gương).



Muốn vậy, chiều cao tối thiểu của gương là MN với các điểm O′, M, B và O′, N, A thẳng hàng.

- $\Delta O'MN \backsim \Delta O'BA$:

$$\frac{MN}{AB} = \frac{O'I}{O'O} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \quad MN = \frac{AB}{2} = 0{,}85\ (m) \qquad (1)$$

- $\Delta ANH \backsim \Delta AO'A'$: $\frac{NH}{O'A'} = \frac{AH}{AA'} = \frac{1}{2} \Rightarrow NH = \frac{O'A'}{2} = \frac{OA}{2} = 0{,}8\ (m)$ (2)

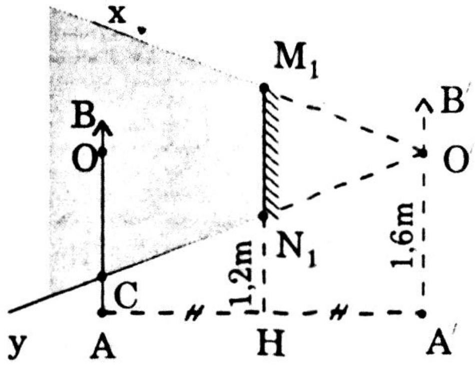
- (1) và (2) cho thấy :

  + MN chỉ phụ thuộc vào độ cao của người (AB)

  + NH chỉ phụ thuộc vào độ cao của mắt (OA)

Vậy các kết quả vừa tính không thay đổi khi người di chuyển.

2. *Vị trí C :*



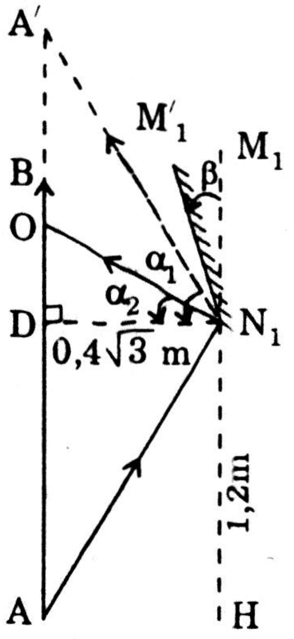
- Vì gương dịch chuyển lên cao nên thị trường cũng dịch chuyển lên cao : thị trường bây giờ là vùng không gian giới hạn xM_1N_1y ; mép dưới của thị trường là O′y cắt AB tại C. Do đó người quan sát chỉ thấy phần CB của mình qua gương.

- N_1H là đường trung bình trong hình thang $AA'O'C$ nên :

$$HN_1 = \frac{AC + A'O}{2}$$

$$1{,}2 = \frac{AC + 1{,}6}{2} \quad \Rightarrow \quad AC = 0{,}8\ (m)$$

3. *Góc nghiêng β của gương với tường :*



- Khi gương đặt thẳng đứng ở N_1M_1 thì tia tới AN_1 có tia phản xạ N_1A' hợp với pháp tuyến N_1D góc α_1 mà :

$$tg\alpha_1 = \frac{DA'}{DN_1}$$

Với $\quad DA' = DA = 1{,}2\ (m)$

nên : $\operatorname{tg}\alpha_1 = \dfrac{1,2}{0,4\sqrt{3}} = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha_1 = 60^\circ$

Tia này không qua mắt O nên mắt không thấy chân A.

- Để thấy được chân A qua gương thì tia phản xạ trên gương phải qua mắt O. Lúc đó N_1O hợp với N_1D góc α_2 mà :

$$\operatorname{tg}\alpha_2 = \frac{DO}{DN_1} \quad \text{với} \quad DO = AO - AD = 0,4\ (m)$$

nên : $\operatorname{tg}\alpha_2 = \dfrac{0,4}{0,4\sqrt{3}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \alpha_2 = 30^\circ$

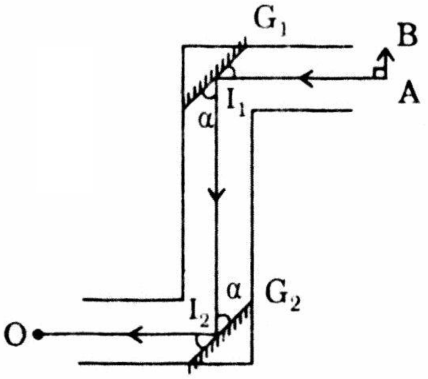
- Như vậy tia phản xạ phải quay một góc $\Delta\alpha$ quanh N_1 :

$$\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha_2 = 30^\circ$$

$\Rightarrow$ Gương phải quay từ $N_1M_1 \to N_1M_1'$ góc : $\beta = \dfrac{\Delta\alpha}{2} = 15^\circ$

Đó chính là góc hợp bởi gương nghiêng với tường.

KÍNH TIỀM VỌNG

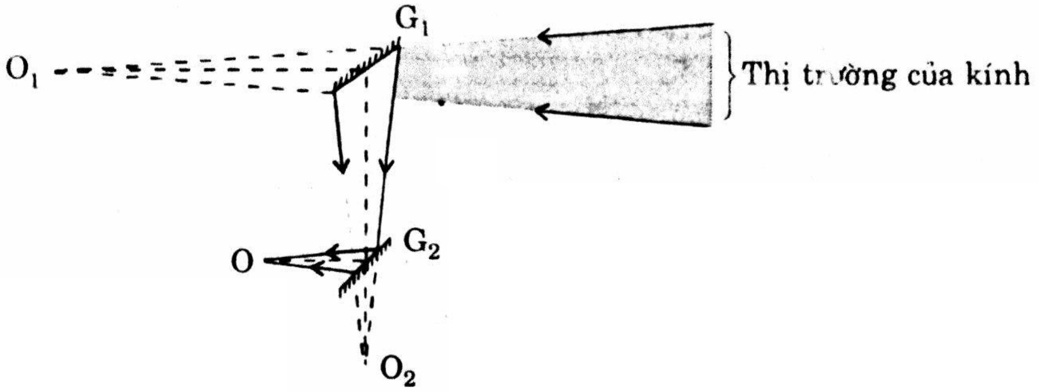


10 **Một kính tiềm vọng gồm hai gương phẳng G_1, G_2 giống nhau đặt song song, mặt phản xạ hướng vào nhau và cùng nghiêng với đường nối hai tâm I_1, I_2 của hai gương góc $\alpha = 45^\circ$ (hình vẽ). Mắt đặt tại O để nhìn vật AB qua kính.**

1. **Xác định thị trường của kính.**
2. **Nêu phép vẽ đường đi của chùm tia sáng phát ra từ vật AB qua kính đến mắt O.**
3. **Biết AB = 3m ; AI_1 = 30m ; I_1I_2 = 0,2m ; I_2O = 0,2m. Tính góc trông ảnh cuối cùng qua kính.**

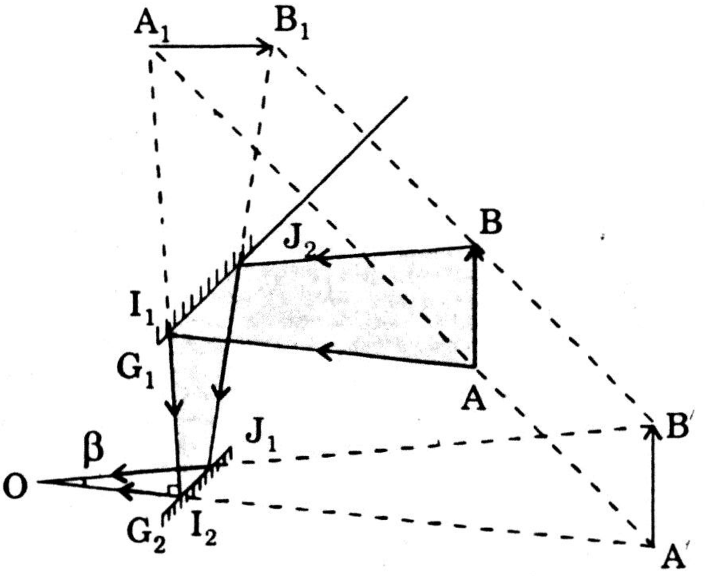
GIẢI

1. Thị trường của kính :



- Gọi O_2 là ảnh của mắt O qua G_2; O_1 là ảnh của O_2 qua G_1.
- Ta có : Tia sáng tới gương G_1 có đường kéo dài qua O_1 thì tia phản xạ có đường kéo dài qua O_2. Tia này bị phản xạ lần nữa trên G_2 đi về mắt O. Nói khác hơn, tất cả các tia sáng đến G_1 và có đường kéo dài qua O_1 cuối cùng đều qua mắt O. Muốn vậy, các điểm sáng phải nằm trong vùng không gian trước gương G_1, giới hạn bởi hình chóp có đỉnh là O_1, các mặt tựa trên mép gương G_1. Đó chính là thị trường của kính.
- Suy ra cách xác định thị trường của kính :
  - + Lấy O_2 đối xứng với mắt O qua G_2.
  - + Lấy O_1 đối xứng với O_2 qua G_1.
  - + Nối O_1 với mép gương G_1. Vùng trước gương G_1 (vùng tô đậm) là thị trường của kính.

2. ***Phép vẽ đường đi của chùm sáng phát ra từ AB qua kính :***



- Giả sử ta vẽ được chùm sáng phát ra từ vật AB đến kính và đập vào mắt O thì :
  - + Chùm phản xạ trên G_1 có đường kéo dài qua ảnh A_1B_1 của AB qua G_1.
  - + Chùm phản xạ trên G_2 về mắt O và có đường kéo dài qua ảnh $A'B'$ của A_1B_1 qua G_2.
- Suy ra phép vẽ :
  - + Vẽ ảnh A_1B_1 đối xứng với AB qua G_1.
  - + Vẽ ảnh $A'B'$ đối xứng với A_1B_1 qua G_2.
  - + Nối mắt O với $A'B'$ cắt G_2 tại I_1 và J_1.
  - + Nối I_1 với A_1 ; J_1 với B_1 cắt gương G_1 tại I_2, J_2.
  - + Nối I_2 với A và J_2 với B.

  Chùm sáng phải vẽ có tô đậm.

3. ***Tính góc trông ảnh $A'B'$:***

- Ảnh và vật đối xứng qua gương phẳng nên :

$+ \ A'B' = A_1B_1 = AB = 3 \ (m)$

$+ \ OA' = OI_2 + \underbrace{I_2A'}$

$= OI_2 + I_2I_1 + I_1A$

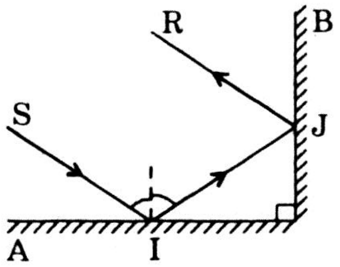
$= 0{,}2 + 0{,}2 + 30 = 30{,}4 \ (m)$

- $\Delta OA'B' \Rightarrow tg\beta = \dfrac{A'B'}{OA'} \approx 0{,}1 \Rightarrow \beta \approx 0{,}1 \ (rad)$

Vậy góc trông ảnh $A'B'$ là : $\beta \approx 5{,}8^0$.

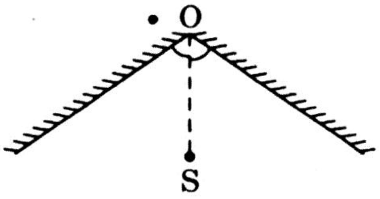
BÀI TẬP CÓ HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

11 **Hình vẽ bên cho thấy ánh sáng phản xạ từ hai gương phẳng A và B đặt vuông góc với nhau. Hãy tìm góc hợp bởi hai tia tới SI và tia phản xạ JR.**



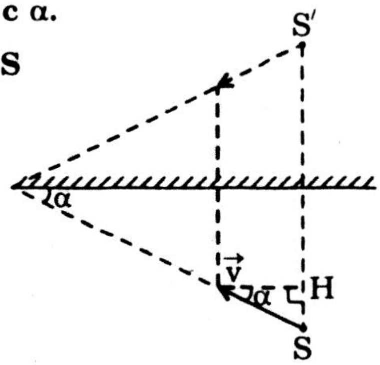
ĐÁP SỐ : 180^0.

12 **Một điểm sáng S nằm trước và cách đều hai gương phẳng quay mặt sáng vào nhau và hợp nhau góc 120^0. Khoảng cách từ S đến giao tuyến O của hai gương là SO = 10cm. Tính khoảng cách hai ảnh S_1, S_2 của S qua hai gương.**



ĐÁP SỐ : $S_1S_2 = 10\sqrt{3}$ cm.

13 **Một điểm sáng S đứng trước gương phẳng G di chuyển về gần gương hơn với vận tốc V theo phương hợp với gương góc α. Hỏi mỗi giây khoảng cách SS' (Với S' là ảnh của S qua gương) đã giảm đi bao nhiêu ?**



HƯỚNG DẪN

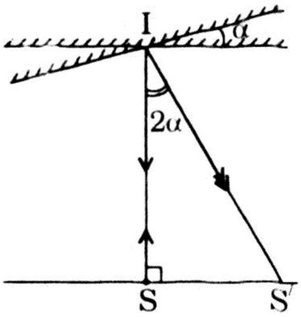
Mỗi giây điểm sáng S đã về gần gương hơn :

$$SH = v.\sin\alpha$$

và khoảng cách SS' giảm đi : $2SH = 2v.\sin\alpha$.

14 **Lúc đầu gương và màn đặt song song nhau (màn ở trước gương) và cách nhau khoảng d = 3m. Nguồn sáng S từ màn chiếu tia sáng SI vuông góc với gương. Hỏi gương phải quay đi một góc α bằng bao nhiêu để vệt sáng trên màn dịch đi khoảng L = 1,732m.**

HƯỚNG DẪN



+ Tia phản xạ quay đi góc 2α.

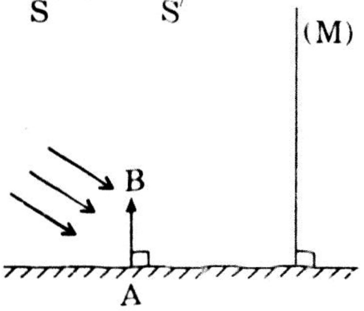
+ Có : $\text{tg}2\alpha = \dfrac{SS'}{SI} = \dfrac{1,732}{3} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$2\alpha = 30^0$

$\Rightarrow \quad \alpha = 15^0.$

15 **Một cây gậy AB = 1m dựng thẳng đứng trên gương phẳng nằm ngang. Ánh sáng mặt trời là chùm sáng song song chiếu đến gương (hình vẽ).**

Tính chiều cao bóng CD của gậy AB trên màn M đặt thẳng đứng.

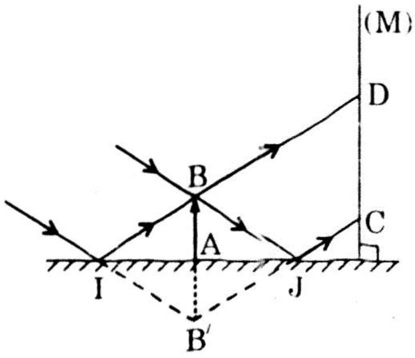


HƯỚNG DẪN

Bóng CD trên màn là do các tia phản xạ trên gương hoặc tia tới bị chặn lại bởi gậy.

Tứ giác BB'CD là hình bình hành nên :

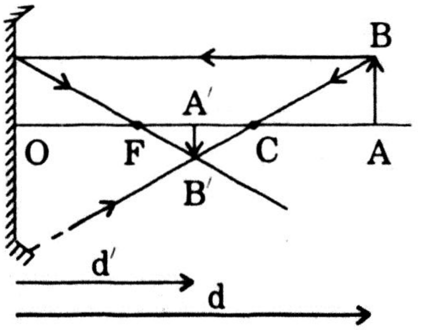
$$CD = 2AB = 2\ (\text{m}).$$

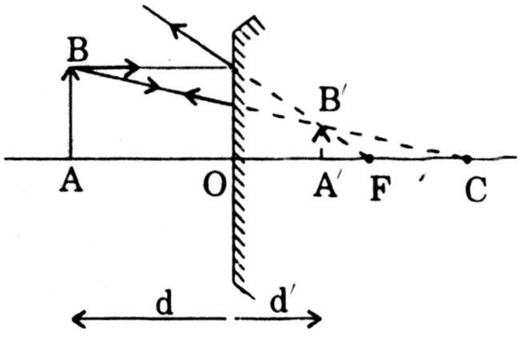


Chủ đề 2 GƯƠNG CẦU

TÓM TẮT LÍ THUYẾT

1. Xác định vị trí của ảnh, tính chất ảnh và độ lớn ảnh





- Vị trí ảnh : $d' = \dfrac{d.f}{d-f}$
- Tính chất ảnh : $d' > 0$: Ảnh thật
  $d' < 0$: Ảnh ảo
- **Độ lớn ảnh :** $A'B' = \left|\dfrac{d'}{d}\right| AB$

2. ***Biết ảnh bằng n lần vật (hoặc biết độ lớn $A'B'$, AB)***

Có hệ phương trình : $\begin{cases} \bullet\ d' = \dfrac{d.f}{d-f} \\ \bullet\ \left|\dfrac{d'}{d}\right| = \dfrac{A'B'}{AB} = n \end{cases} \Leftrightarrow \left|\dfrac{f}{d-f}\right| = \dfrac{A'B'}{AB} = n$

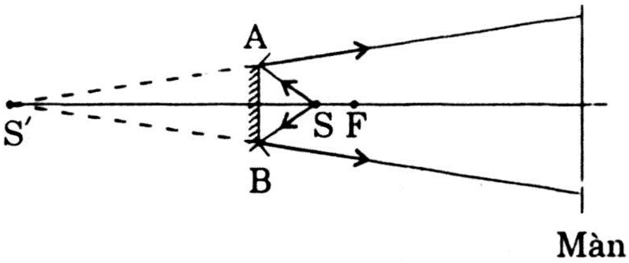
3. ***Biết khoảng cách từ vật tới ảnh là l***

Có hệ phương trình : $\begin{cases} \bullet\ d' = \dfrac{d.f}{d-f} \\ \bullet\ \left|d' - d\right| = l \end{cases} \Leftrightarrow \left|\dfrac{-d^2 + 2df}{d-f}\right| = l$

4. ***Vật dời khoảng a – Ảnh dời khoảng b*** (nhưng không đổi tính chất)

Gọi d_1, d_2 là vị trí vật đầu và sau ta có : $\begin{cases} d_2 = d_1 - a \\ d_2' = d_1' + b \end{cases}$ hoặc : $\begin{cases} d_2 = d_1 + a \\ d_2' = d_1' - b \end{cases}$

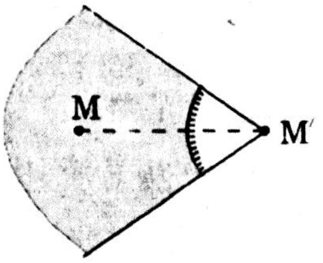
5. ***Vết sáng trên màn***



- Vết sáng trên màn là phần giao của chùm phản xạ và màn.
- Đường rìa của vết sáng là giao điểm của $S'A$, $S'B$, ... với màn.
- Kích thước vết sáng tùy thuộc vị trí S.

6. ***Thị trường gương cầu***

- Xác định ảnh M' của mắt M.
- Từ M' vẽ các đường tựa trên mép gương.
- Vùng tô đậm là thị trường của gương.
- Thị trường gương lồi là lớn nhất.

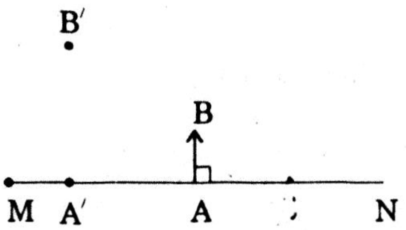


BÀI TẬP MẪU

XÁC ĐỊNH TÂM, ĐỈNH – TIÊU ĐIỂM GƯƠNG CẦU BẰNG PHÉP VẼ DÙNG HÌNH VẼ ĐỂ TÍNH TOÁN

1 **Cho hình vẽ với :**

- **AB là vật đặt trước gương cầu có trục chính MN.**
- **A', B' là ảnh tương ứng của A và B với $A'B' = 2AB$.**



1. a) Đó là gương cầu lồi hay lõm ?

b) Bằng phép vẽ, xác định tâm, đỉnh, tiêu điểm và gương cầu.

2. Cho biết $AA' = 30cm$. Xác định tiêu cự gương.

3. Dựa trên phép vẽ chứng minh hệ thức :

$$\overline{FA}\,.\,\overline{FA'} = \overline{OF^2}$$ **(Hệ thức Newton) (Với F là tiêu điểm gương).**

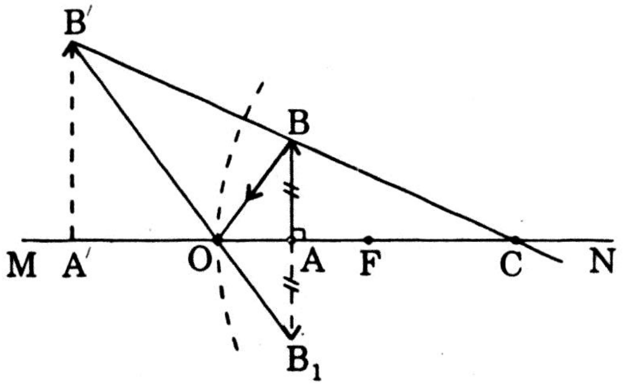
GIẢI

1.a) Gương cầu lồi hay lõm :

- Ảnh $A'B'$ và vật AB cùng chiều nên chúng trái tính chất mà AB là vật thật nên $A'B'$ là ảnh ảo.
- Ảnh ảo lớn hơn vật nên đó là gương cầu lõm.

  (Nhắc lại : ảnh ảo nhỏ hơn vật là gương cầu lồi).

b) Xác định tâm, đỉnh, tiêu điểm, gương bằng phép vẽ :



- Giả sử bài toán đã vẽ xong thì :
  - + B, B' và tâm C nằm trên đường thẳng.
  - + Điểm B_1 đối xứng với B qua trục chính MN sẽ nằm trên tia phản xạ qua đỉnh O.
  - + Tiêu điểm F là trung điểm CO.
- Suy ra phép vẽ :
  - + Nối BB' nó cắt MN tại C : đó là tâm.
  - + Lấy B_1 đối xứng với B qua trục chính. Nối B_1B' nó cắt MN tại O : đó là đỉnh gương.
  - + Lấy F là trung điểm CO : đó là tiêu điểm.
  - + Trong mặt phẳng tới (mặt phẳng hình vẽ) dựng đường tròn tâm C bán kính CO : đó là vết cắt của gương.

2. Xác định tiêu cự gương :

- $\Delta OA'B' \backsim \Delta OAB_1 \Rightarrow \dfrac{OA'}{OA} = \dfrac{A'B'}{AB_1} = 2 \quad (*) \Rightarrow OA' = 2OA \quad (1)$

- Có : $OA' + OA = AA' = 30\ (cm)$ (2)
- (1) và (2) ⇒ $OA = 10\ (cm)$
- $\Delta CA'B' \backsim \Delta CAB \Rightarrow \dfrac{CA'}{CA} = \dfrac{A'B'}{AB} = 2$ (**) hay $\dfrac{CA + AA'}{CA} = 2$

  $\Rightarrow CA = AA' = 30\ (cm)$
- Có : $OC = OA + AC = 40\ (cm)$

  Vậy tiêu cự : $f = \dfrac{OC}{2} = 20\ (cm)$.

3. Chứng minh hệ thức : $\overline{FA}.\overline{FA'} = OF^2$:

(*) và (**) ⇒ $\dfrac{OA'}{OA} = \dfrac{CA'}{CA}$ hay : $\dfrac{FA' - FO}{OF - FA} = \dfrac{CF + FA'}{CF + FA}$

với $CF = FO = OF \Rightarrow FA.FA' = OF^2$

Vì $\overline{FA}$ và $\overline{FA'}$ cùng dấu, nên : $\overline{FA}.\overline{FA'} = OF^2$.

VẬN TỐC – GIA TỐC ẢNH KHI VẬT DI CHUYỂN ĐỀU

$\boxed{2}$ **Một gương cầu lõm có bán kính R = 1m. Điểm sáng S trên trục chính có ảnh là S'.**

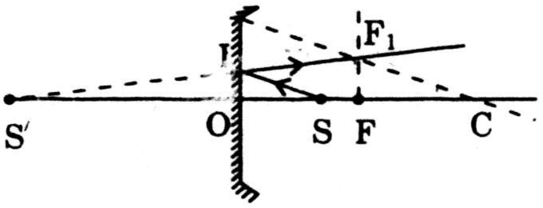
1. **Xác định vị trí, tính chất ảnh S' khi S cách gương khoảng d = 30cm. Vẽ ảnh.**
2. **Cho điểm sáng S chuyển động đều từ đỉnh gương đến tâm gương với vận tốc v = 5 cm/s.**
   - **a) Tính vận tốc và gia tốc trong chuyển động của ảnh S' của nguồn S theo thời gian t. Vận tốc ấy lớn nhất lúc nguồn sáng ở vị trí nào ?**
   - **b) Tính vận tốc của ảnh, khi nguồn sáng ở cách gương những khoảng d_1 = 55cm, d_2 = 75cm và vận tốc trung bình của ảnh trong khoảng ấy. Vận tốc trung bình này lớn gấp mấy lần vận tốc của nguồn?**

GIẢI

1. Vị trí, tính chất của ảnh :

- $\dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{d} + \dfrac{1}{d'} \Rightarrow d' = \dfrac{d \times f}{d - f} = \dfrac{30 \times 50}{30 - 50} = -75\,(cm)$
- $d' < 0$: Ảnh ảo

  Vậy : S' là ảnh ảo, cách gương 75cm về phía sau gương.
- Vẽ ảnh :



+ Qua C vẽ trục phụ.

+ Qua S vẽ tia tới song song với trục phụ cắt gương tại I.

+ Từ F dựng mặt tiêu cắt trục phụ tại F_1 : tiêu điểm phụ.

+ Nối IF_1 và kéo dài cắt trục chính ở S' : đó là ảnh.

2.a) *Biểu thức vận tốc và gia tốc của S' theo t :*

Chọn :
- Trục tọa độ là trục chính, chiều dương từ O → C.
- Gốc tọa độ ở O.
- Gốc thời gian : Lúc S bắt đầu chuyển động.

- Tọa độ của S : $x = \overline{OS} = 5t$ (cm) (*)
- Tọa độ ảnh S' : $y = \overline{OS'} = \dfrac{x.f}{x-f} = \dfrac{50t}{t-10}$ (cm) (**)
- Vận tốc của S' : $v = \dfrac{dy}{dt} = -\dfrac{500}{(t-10)^2}$ (cm/s) (***)
- Gia tốc của S' : $a = \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{1000}{(t-10)^3}$ (cm/s^2)
- Qua các biểu thức của v và a ta thấy :

+ $t < 10s$: $a.v > 0$: chuyển động nhanh dần.

+ $t > 10s$: $a.v < 0$: chuyển động chậm dần.

- Vận tốc lớn nhất ứng với : $t = 10s$ → $x = 50$ (cm), tức S qua F.

b) *Vận tốc trung bình của S' khi S cách gương từ $d_1 = 55cm$ → $d_2 = 75cm$:*

- Với $x_1 = d_1 = 55$cm thì : (*) ⇒ $t_1 = 11$ (s)

  (***) ⇒ $v_1 = -500$ (cm/s)
- Với $x_2 = d_2 = 75$cm thì : (*) ⇒ $t_2 = 15$ (s)

  (***) ⇒ $v_2 = -20$ (cm/s)
- Mặt khác (**) cho :

+ Với $t_1 = 11s$ → $y_1 = 550$ (cm)

+ Với $t_2 = 15s$ → $y_2 = 150$ (cm)

+ Vận tốc trung bình trong khoảng thời gian $t_1 \to t_2$ của ảnh S' :

$$|v_{tb}| = \frac{y_1 - y_2}{t_1 - t_2} = 100 \text{ (cm/s)}$$

+ $|v_{tb}| = 20.v$

VẬT DỊCH CHUYỂN – ẢNH DỊCH CHUYỂN

3 **Một vật phẳng nhỏ đặt trước một gương cầu lõm cho ảnh trên màn M. Cho vật tiến về gần gương 1cm thì phải dịch màn đi 80cm, lúc này ảnh bằng $\frac{5}{4}$ lần ảnh trước.**

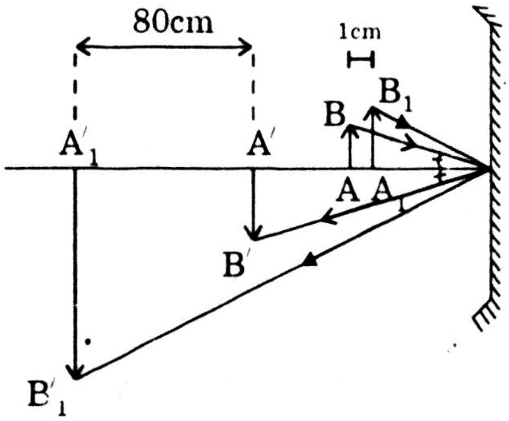
1. **Hỏi chiều dịch chuyển của màn.**
2. **Tính tiêu cự của gương – Vẽ ảnh ứng với vị trí ban đầu.**

GIẢI

1. ***Chiều dịch chuyển màn :***

Vật và ảnh qua gương cầu luôn dịch chuyển ngược chiều, do đó vật tiến về gần gương thì màn phải dịch ra xa gương.

2. ***Tiêu cự gương :***



- Vị trí đầu : $\begin{cases} \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{d} + \dfrac{1}{d'} & (1) \\ \dfrac{A'B'}{AB} = \dfrac{d'}{d} & (2) \end{cases}$

- Vị trí sau : $\begin{cases} \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{d-1} + \dfrac{1}{d'+80} & (3) \\ \dfrac{A'_1B'_1}{AB} = \dfrac{d'+80}{d-1} & (4) \end{cases}$

- (1) và (2) cho : $\dfrac{1}{d} + \dfrac{1}{d'} = \dfrac{1}{d-1} + \dfrac{1}{d'+80}$

$$\frac{1}{d-1} - \frac{1}{d} = \frac{1}{d'} - \frac{1}{d'+80}$$

$$d'(d'+80) = 80d(d-1) \qquad (5)$$

- $\dfrac{(2)}{(4)} \Leftrightarrow \quad \dfrac{A'B'}{A'_1B'_1} = \dfrac{d'}{d} \times \dfrac{d-1}{d'+80}$

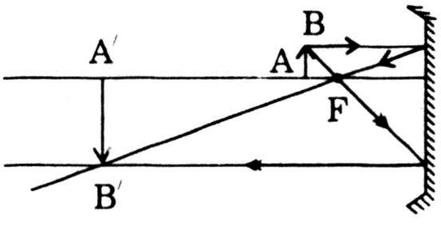
$$\frac{4}{5} = \frac{d'(d-1)}{d(d'+80)} \quad => \quad 4d(d'+80) = 5d'(d-1) \qquad (6)$$

- $\dfrac{(4)}{(5)} \Rightarrow \quad \dfrac{d'}{4d} = \dfrac{80d}{5d'}$. Vì $d, d' > 0$ nên $d' = 8d$

- Thay $d' = 8d$ vào (4) $\Rightarrow$ $d = 45$ (cm) và $d' = 360$ (cm)

- (1) $\Rightarrow$ $f = \dfrac{dd'}{d+d'} = 40$ (cm)

- Vẽ hình :



TÌM ĐỘ DỊCH CHUYỂN VẬT KHI BIẾT ĐỘ DỊCH CHUYỂN ẢNH

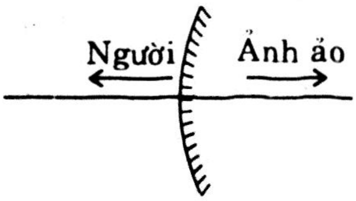
4 **Một người đứng trước gương thấy ảnh mình trong gương cùng chiều nhưng nhỏ hơn người 4 lần. Người lùi xa gương thì thấy ảnh dịch đi 2,5cm so với ảnh trước và nhỏ hơn người 5 lần.**

1. **Hỏi đó là gương gì ? (lồi, lõm hay phẳng) và chiều dịch chuyển của ảnh ?**
2. **Tìm độ dịch của người. Vẽ hình ứng với vị trí sau.**

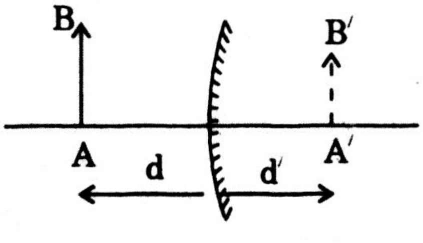
GIẢI

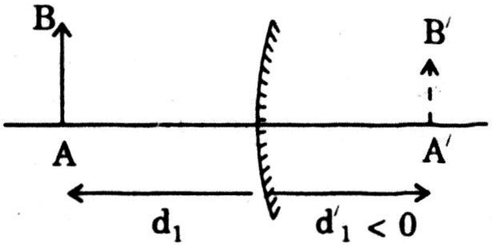
1. Loại gương và chiều dịch chuyển của ảnh :

- Ảnh cùng chiều với vật thật : Ảnh ảo.
- Ảnh ảo nhỏ hơn vật : Gương cầu lồi.
- Ảnh – Vật di chuyển ngược chiều : Người lùi xa gương nên ảnh ảo cũng xa gương.



2. Tìm độ dịch chuyển của người :





- Vị trí đầu : $\begin{cases} \dfrac{d'}{d} = -\dfrac{1}{4} \\ \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{d} + \dfrac{1}{d'} \end{cases} \Rightarrow \dfrac{1}{f} = \dfrac{3}{4d'}$ (1)

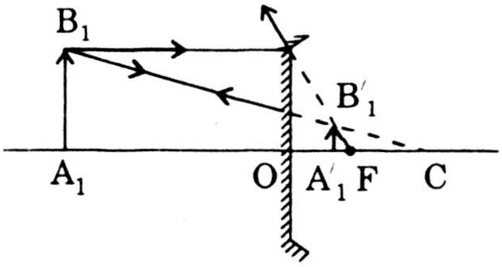
- Vị trí sau : $\begin{cases} \dfrac{d'_1}{d_1} = -\dfrac{1}{5} \\ \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{d_1} + \dfrac{1}{d'_1} \end{cases} \Rightarrow \dfrac{1}{f} = \dfrac{4}{5d'_1}$ (2)

- (1) và (2) cho : $\dfrac{3}{4d'} = \dfrac{4}{5d'_1}$ (3)

- Hình vẽ cho : $|d_1'| = |d'| + 2{,}5$

$$d_1' = d' - 2{,}5 \qquad (4)$$

- (3) cho : $\dfrac{3}{4d'} = \dfrac{4}{5(d' - 2{,}5)} \Rightarrow d' = -37{,}5 \text{ (cm)}$
- Do : $\dfrac{d'}{d} = -\dfrac{1}{4} \Rightarrow d = -4d' = 150 \text{ (cm)}$
- (4) cho : $d_1' = -37{,}5 - 25 = -40 \text{ (cm)}$
- Do : $\dfrac{d_1'}{d_1} = -\dfrac{1}{5} \Rightarrow d_1 = -5d_1' = 200 \text{ (cm)}$



Vậy độ dịch của người : $\Delta d = d_1 - d = 50$ (cm).

- Hình vẽ : (hình bên).

DỰA VÀO ĐƯỜNG KÍNH VẾT SÁNG TRÒN ĐỂ TÌM TIÊU CỰ GƯƠNG

5 **Một gương cầu lõm có đường rìa hình tròn đặt cách màn ảnh M 3m và có trục chính vuông góc với M.**

Dịch chuyển điểm sáng S từ đỉnh gương ra xa dần trên trục chính, ta thấy có một vị trí của S (gọi là S_1) để trên màn ta nhận được vết sáng tròn có đường kính bằng đường kính đường rìa gương và vết sáng này có kích thước không đổi khi màn di chuyển.

Sau đó S đến vị trí S_2 thì trên màn ta nhận được một điểm sáng với : $S_1S_2 = \dfrac{25}{11}$ cm.

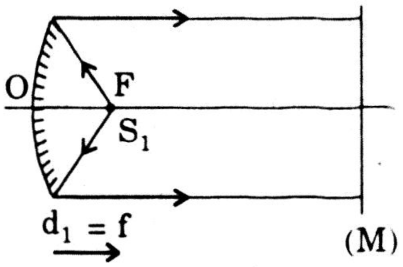
1. **Tính tiêu cự f của gương.**
2. **Tìm vị trí khác của S để :**
   - **+ Vết sáng hình tròn có đường kính bằng đường kính đường rìa gương.**
   - **+ Vết sáng hình tròn có đường kính bằng 3 lần đường kính rìa gương.**

GIẢI

1. Tiêu cự f của gương :

- Vết sáng tròn có được trên màn là phần giao nhau của chùm phản xạ trên gương với màn. Đường rìa của vết sáng được tạo bởi các tia phản xạ tại đường rìa gương.
- Vết sáng có cùng đường kính đường rìa gương và kích thước không đổi khi màn di chuyển ứng với S ở tiêu điểm F : $S_1 \equiv F$.
- Điểm sáng trên màn ứng với S ở ngoài OF và đó chính là ảnh của S qua gương.

Ta có : $\dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{d_2} + \dfrac{1}{d'_2}$

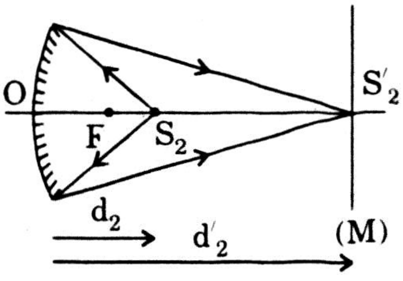


Với: $\begin{cases} d_2 = f + \dfrac{25}{11} \text{ (cm)} \\ d'_2 = 300 \text{ (cm)} \end{cases}$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f + \dfrac{25}{11}} + \frac{1}{300}$$

$$\Rightarrow \qquad f^2 + \frac{25}{11}f - \frac{7500}{11} = 0$$

$$f = \begin{vmatrix} -27{,}27 \text{ (cm)} < 0 \\ 25 \text{ (cm)} \end{vmatrix}$$



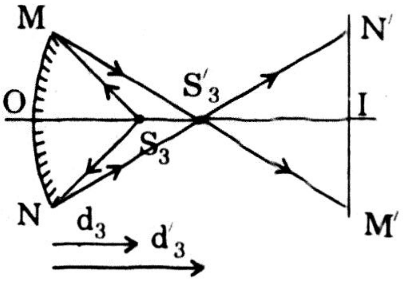
Vì gương cầu lõm nên chỉ nhận : f = 25 (cm).

2.a) Vết sáng hình tròn có đường kính bằng đường kính đường rìa gương :

- Chùm sáng phản xạ hội tụ tại S'_3 là trung điểm OI.
- Vị trí S_3 : $\quad d_3 = \dfrac{d'_3 f}{d'_3 - f}$

với : $d'_3 = \dfrac{OI}{2} = 150 \text{ (cm)}$

$$d_3 = \frac{150 \times 25}{150 - 25} = 30 \text{ (cm)}.$$



b) Vết sáng hình tròn có đường kính bằng 3 lần đường kính đường rìa gương :

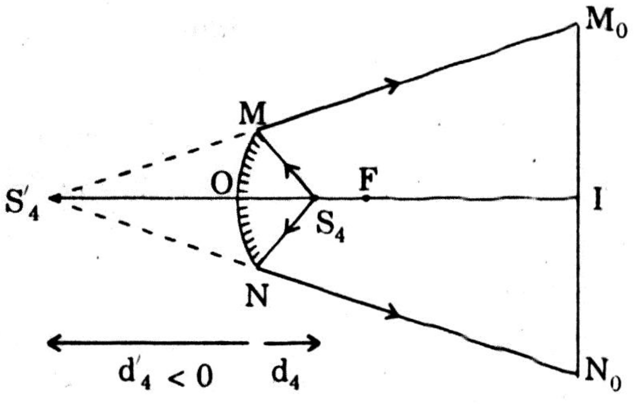
Có 2 trường hợp xảy ra :

- *Chùm sáng phản xạ phân kỳ :*

+ $\Delta S'_4MN \sim \Delta S'_4M_oN_o$:

$$\frac{S'_4O}{S'_4I} = \frac{MN}{M_oN_o}$$

hay : $\dfrac{|d'_4|}{|d'_4| + 300} = \dfrac{1}{3}$



$$\Rightarrow \qquad |d'_4| = 150 \text{ (cm)} \quad ; \quad d'_4 = -150 \text{ (cm)}$$

+ Vị trí S_4 : $\quad d_4 = \dfrac{d'_4 \times f}{d'_4 - f} = \dfrac{-150 \times 25}{-150 - 15} = 21{,}42 \text{ (cm)}.$

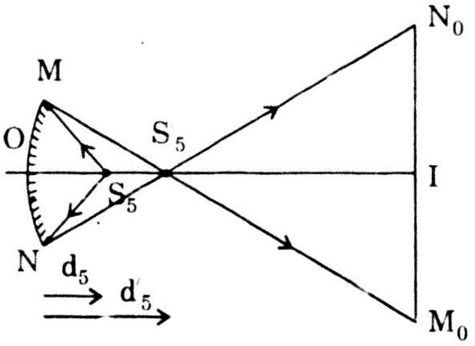
- *Chùm sáng phản xạ hội tụ :*

  + $\Delta S'_5MN \backsim \Delta S'_5M_0N_0$: $\dfrac{S'_5O}{S'_5I} = \dfrac{MN}{M_0N_0}$

$$\frac{S'_5O}{OI - S'_5O} = \frac{MN}{M_0N_0}$$

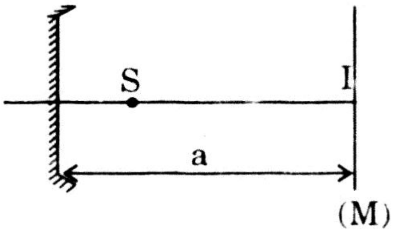
$$\frac{d'_5}{300 - d'_5} = \frac{1}{3} \Rightarrow d'_5 = 75\ (cm)$$

  + Vị trí S_5 : $d_5 = \dfrac{d'_5 \times f}{d'_5 - f} = 37{,}5\ (cm).$



VÒNG TRÒN SÁNG TRÊN MÀN CÓ ĐƯỜNG KÍNH BẰNG NHAU

6 **Gương cầu lõm và màn M đặt như hình vẽ, cách nhau a = 100cm. Giữa gương và màn ta tìm được hai vị trí của nguồn sáng S mà tại đó chúng cùng cho trên màn hai vòng tròn sáng có đường kính bằng nhau và bằng 7/6 lần đường kính đường rìa của gương.**



Hai vị trí ấy cách nhau $\dfrac{336}{11}$ cm. Tính bán kính gương.

GIẢI

- Vòng sáng trên màn là phần giao của màn và chùm sáng phản xạ trên gương.
- Vòng sáng có đường kính lớn hơn đường rìa gương ứng với hai trường hợp :
  + Chùm phản xạ phân kỳ.
  + Chùm phản xạ hội tụ tại S' gần gương hơn màn.

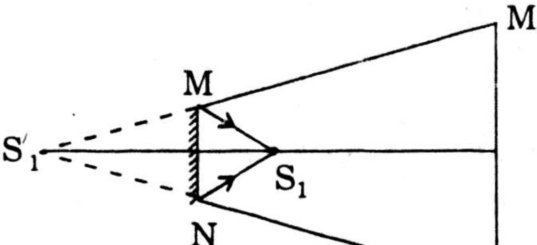
a) Chùm phản xạ phân kỳ :

- $\Delta S'_1MN \backsim \Delta S'_1M_0N_0$

$$\Rightarrow \frac{|d'_1|}{|d'_1| + 100} = \frac{MN}{M_0N_0} = \frac{6}{7}$$

$$\Rightarrow |d'_1| = 600\ (cm)$$

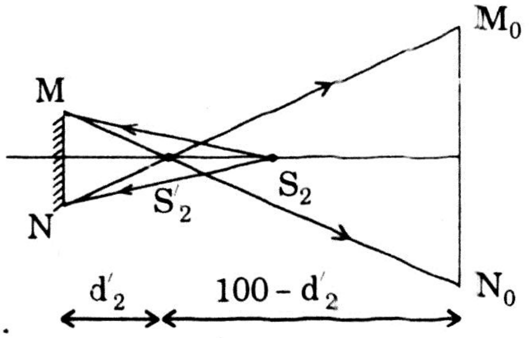
$$\Rightarrow d'_1 = -600\ (cm)$$



- Có : $\dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{d_1} - \dfrac{1}{600}$ (1)

b) Chùm phản xạ hội tụ gần gương hơn màn :

- $\Delta S_2'MN \backsim \Delta S_2'M_oN_o$



$$\Rightarrow \quad \frac{d_2'}{100-d_2'} = \frac{MN}{M_oN_o} = \frac{6}{7}$$

$$\Rightarrow \quad d_2' = \frac{600}{13}\,(\text{cm})$$

- Có : $\dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{d_2} + \dfrac{1}{\frac{600}{13}}$ (2)

- (1) và (2) cho : $\dfrac{1}{d_1} - \dfrac{1}{600} = \dfrac{1}{d_2} + \dfrac{13}{600} \quad \Rightarrow \quad \dfrac{1}{d_1} - \dfrac{1}{d_2} = \dfrac{7}{300}$

Với $d_2 > d_1$ nên : $d_2 = d_1 + \dfrac{336}{11}\,(\text{cm})$

ta được : $\dfrac{1}{d_1} - \dfrac{1}{d_1 + \frac{336}{11}} = \dfrac{7}{300} \quad \Rightarrow \quad 77d_1^2 + 2352d_1 - 100800 = 0$

$$\Delta' = 3024^2 \; ; \qquad d_1 = \frac{-1176 \pm 3024}{77}$$

Chỉ nhận nghiệm dương : $d_1 = 24\,(\text{cm})$

- (1) cho : $f = \dfrac{-600d_1}{d_1 - 600} = 25\,(\text{cm}) \quad \Rightarrow \quad R = 2f = 50\,(\text{cm}).$

THỊ TRƯỜNG GƯƠNG CẦU

7 **Một gương phẳng hình tròn, bán kính đường rìa là r = 5cm. Trên trục của gương và cách gương khoảng d = 0,5m về phía mặt phản xạ có mắt người quan sát. Sau lưng người quan sát và cách gương 10m ta đặt tấm màn vuông góc với trục gương.**

1. **Tính nửa góc ở đỉnh hình nón xác định thị trường gương và diện tích trên màn mà mắt thấy được qua gương.**
2. **Để diện tích thấy được trên màn tăng lên 25 lần ta thay gương phẳng bằng một gương cầu lồi có cùng bán kính đường rìa.**

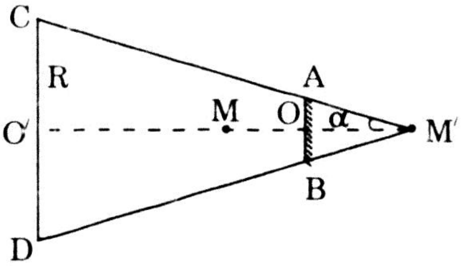
   Tính tiêu cự gương này.

GIẢI

1. Nửa góc ở đỉnh hình nón xác định thị trường gương và diện tích trên màn :

- Nửa góc ở đỉnh của hình nón xác định thị trường gương a cho bởi :

$$\text{tg}\alpha = \frac{OA}{OM'} = \frac{5\text{cm}}{50\text{cm}} = 0{,}1$$



α là góc bé (vì $\text{tg}10^\circ \approx 0{,}176$)

nên $\alpha \approx \text{tg}\alpha = 0{,}1\ (\text{rad}) = 0{,}1 \times \dfrac{180^\circ}{3{,}14}$

$\Rightarrow \alpha = 5{,}7^\circ$

- Vùng thấy được trên màn qua gương là giao của thị trường với gương. Đó là vòng tròn bán kính $O'C = R$ cho bởi :

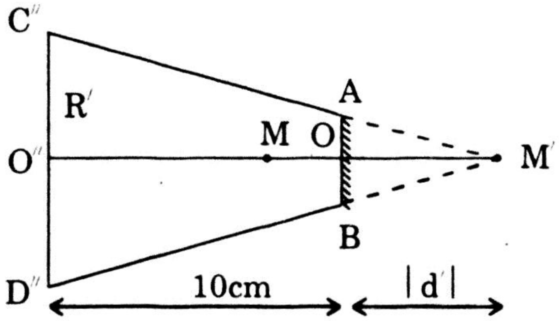
$$\text{tg}\alpha = \frac{O'C}{O'M'} = \frac{R}{O'O + OM'} \Rightarrow R = 1{,}05\ (\text{m})$$

Diện tích trên màn mà mắt thấy được : $S = \pi R^2 \approx 3{,}46\ (\text{m}^2)$.

2. Tiêu cự gương cầu lồi :

- Diện tích trên màn mắt thấy được :

$$S' = \pi (R')^2$$



- (1) và (2) cho : $\dfrac{S'}{S} = \left(\dfrac{R'}{R}\right)^2$

$$\Rightarrow R' = R\sqrt{\frac{S'}{S}} = 5R = 5{,}25\ (\text{m})$$

- $\Delta M'O''C'' \backsim \Delta M'OA$ cho : $\dfrac{M'O''}{M'O} = \dfrac{O''C''}{OA}$

$$\frac{|d'| + 10}{|d'|} = \frac{5{,}25}{0{,}05} \Rightarrow |d'| = \frac{10}{104}\ (\text{m})$$

Vì M' ảo : $d' = -\dfrac{10}{104}\ (\text{m})$

- Tiêu cự gương cầu lồi : $f = \dfrac{d.d'}{d + d'}$ với $d = OM = 0{,}5\ (\text{m})$

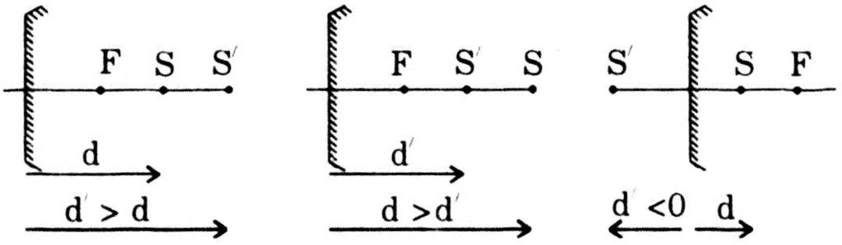
$$f \approx -0{,}119\ (\text{m}).$$

BIẾT KHOẢNG CÁCH VẬT – ẢNH – TÌM VỊ TRÍ VẬT – ẢNH

8 **Một điểm sáng S trên trục chính của gương cầu lõm tiêu cự $f = 20$cm cho ảnh S' với $SS' = 30$cm. Tìm vị trí của S và S'. Vẽ hình.**

GIẢI

- Tùy theo vị trí của S, có thể xảy ra 1 trong 3 trường hợp sau :



Trong cả 3 trường hợp ta đều có : $|d - d'| = SS'$

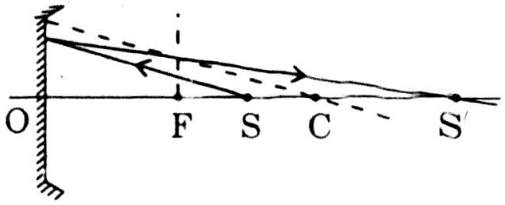
- Giữa d và d' ta có hệ phương trình : $\begin{cases} \bullet\ d' = \dfrac{df}{d-f} = \dfrac{20d}{d-20} \\ \bullet\ |d - d' = 30| \end{cases}$

$$\Rightarrow \quad \left|\frac{-d^2 + 40d}{d - 20}\right| = 30 \quad \Leftrightarrow \quad \left[\begin{array}{ll} \dfrac{-d^2 + 40d}{d - 20} = 30 & (*) \\ \dfrac{-d^2 + 40d}{d - 20} = -30 & (**) \end{array}\right.$$

- (*) $\Rightarrow \quad d^2 - 10d - 600 = 0$

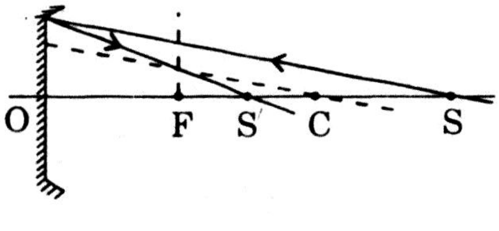
$$\Rightarrow \quad d = \left| \begin{array}{l} 30\ (cm) \\ -20\ (cm) < 0 : \text{loại} \end{array}\right.$$

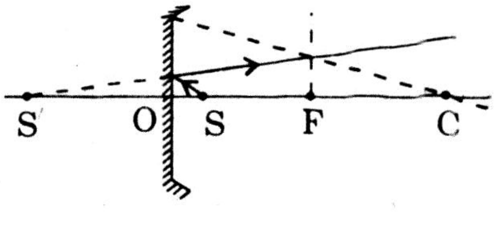
$$\Rightarrow \quad d' = \frac{20d}{d - 20} = 60\,(cm)$$



- (**) $\Rightarrow \quad d^2 - 70d + 600 = 0 \quad \Rightarrow \quad d = \left| \begin{array}{l} 60\ (cm) \\ 5\ (cm) \end{array}\right.$

$$\text{Và : } d' = \frac{d.f}{d - f} = \left| \begin{array}{ll} 30\ (cm) & : \text{Ảnh thật} \\ -25\ (cm) & : \text{Ảnh ảo} \end{array}\right.$$





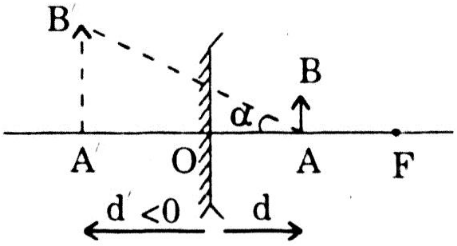
TÌM VỊ TRÍ ĐẶT GƯƠNG CẦU LÕM ĐỂ THẤY ẢNH RÕ – GÓC TRÔNG ẢNH LỚN NHẤT

9 **Một người cận thị nhìn ảnh ảo của mặt mình trong một gương cầu lõm bán kính 120cm. Biết rằng người ấy chỉ nhìn ảnh rõ từ 15cm đến 50cm trước mắt.**

1. **Hỏi gương phải đặt cách mắt bao nhiêu ?**
2. **Gương ở vị trí nào thì góc trông ảnh sẽ lớn nhất ?**

GIẢI

1. Khoảng cách từ gương đến mắt :



- Ta có hệ phương trình :

$$\begin{cases} d' = \dfrac{60d}{d-60} \\ d - d' = l \end{cases} \Rightarrow \quad d - \frac{60d}{d-60} = l$$

$$\frac{d^2 - 120d}{d-60} = l$$

Ảnh chỉ dịch chuyển từ 15cm → 50cm trước mắt nên :

$$15\text{cm} \le l \le 50\text{cm}$$

- $l = 15\text{cm}$: $\dfrac{d^2 - 120d}{d-60} = 15 \quad \Rightarrow \quad d^2 - 135d + 900 = 0$

$$\Rightarrow \quad d = \left| \begin{array}{l} 7 \text{ (cm)} \\ 128 \text{ (cm)} > 50 \text{ (cm) : loại} \end{array} \right.$$

- $l = 50\text{cm}$: $\dfrac{d^2 - 120d}{d-60} = 50 \quad \Rightarrow \quad d^2 - 170d + 3000 = 0$

$$\Rightarrow \quad d = \left| \begin{array}{l} 150 \text{ (cm)} > 50 \text{ (cm) : loại} \\ 20 \text{ (cm)} \end{array} \right.$$

Vậy gương cách mắt khoảng d với : 7 (cm) ≤ d ≤ 20 (cm).

2. Vị trí gương để góc trông ảnh lớn nhất :

- Gọi góc trông ảnh là $\alpha = \widehat{A'AB'}$ thì : $\quad tg\alpha = \dfrac{A'B'}{AA'}$

Với : $\quad + \ A'B' = \left|\dfrac{d'}{d}\right| AB = \dfrac{60}{|d-60|} . AB = \dfrac{60}{60-d} \times AB$

$$+ \ AA' = l = \frac{d^2 - 120d}{d-60}$$

Vậy : $\quad tg\alpha = \dfrac{60AB}{120d - d^2}$

- Để có tgα lớn nhất thì $120d - d^2$ bé nhất.

Đặt : $\quad y = 120d - d^2$

Đạo hàm của y theo d : $y' = 120 - 2d$; $\quad y' = 0 \Rightarrow d = 60$

- Bảng xét dấu đạo hàm :

d	7		20		60	
y'		+			0	−
y		$\nearrow$			y_{max}	$\searrow$

y tăng liên tục từ 7cm → 20cm, vậy : $tg\alpha$ giam liên tục từ 7cm → 20cm, tức d = 7cm thì $(tg\alpha)_{max}$ hay α_{max} ứng với gương cách mắt 7cm.

BÀI TẬP CÓ HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

10 **Một gương cầu lõm có bán kính 40cm. Vật sáng AB cho ảnh trước gương có độ cao $A'B' = \frac{1}{2}AB$.**

Hỏi vật phải đặt cách gương một khoảng bằng bao nhiêu ?

Vẽ ảnh. Tính khoảng cách từ vật tới ảnh.

ĐÁP SỐ : d = 60cm; L = AA' = 30cm.

11 **Một gương cầu lõm có tiêu cự f. Vật sáng AB đặt vuông góc với trục chính của gương cầu cho ảnh trước gương và cao bằng $\frac{1}{3}$ lần vật. Dịch vật đi 15cm về phía gương thì ảnh vẫn ở trước gương và cao bằng hai lần ảnh trước. Tính tiêu cự f của gương.**

HƯỚNG DẪN

- Lúc đầu : $$K_1 = -\frac{f}{d-f} = -\frac{1}{3} \qquad (1)$$
- Lúc sau : $$K_2 = -\frac{f}{(d-15)-f} = -\frac{2}{3} \qquad (2)$$

(1) và (2) cho : f = 10 (cm).

12 **Muốn dùng một gương cầu để tạo ra ảnh cao bằng vật. Hỏi phải dùng gương cầu lồi hay cầu lõm và lúc đó vật đặt ở đâu ? Biết rằng vật đặt vuông góc với trục chính trước gương nhưng không sát gương.**

HƯỚNG DẪN

+ Chỉ có gương cầu lõm mới có khả năng cho ảnh cao bằng vật.

+ $|K| = \dfrac{f}{|d-f|} = 1$, vì $d \neq 0$ nên d = 2f : Vật đặt ở tâm gương.

13 **Chứng minh rằng vật thật qua gương cầu lồi cho ảnh ảo cùng chiều và nhỏ hơn vật.**

HƯỚNG DẪN

- $d' = \dfrac{df}{d-f} < 0$: ảnh luôn luôn ảo.
- $K = -\dfrac{d'}{d} = -\dfrac{f}{d-f} = \dfrac{1}{1-\dfrac{d}{f}}$

Vì $-\dfrac{d}{f} > 0$ nên : $0 < K < 1$: ảnh cùng chiều và nhỏ hơn vật.

14 **Một gương cầu lõm tiêu cự f. Điểm sáng S trên trục chính cho ảnh S'.**

S dịch đi 5cm về gần gương thì ảnh dịch đi 10cm.

S dịch đi 30cm ra xa gương thì ảnh dịch đi 7,5cm.

Tính tiêu cự f.

GIẢI

- Lúc đầu : $\dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{d} + \dfrac{1}{d'} \quad \Rightarrow \quad f(d + d') = dd'$ (1)
- S dịch đi 5cm về gần gương :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d-5} + \frac{1}{d'+10}$$

$$\Rightarrow \quad \underbrace{f(d+d')}_{dd'} + 5f = dd' + 10d - 5d' - 50$$

$$\Rightarrow \quad f = 2d - d' - 10 \qquad (2)$$

- S dịch đi 30cm ra xa gương :

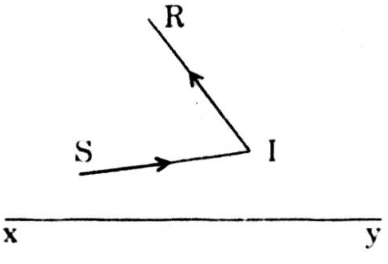
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d+30} + \frac{1}{d'-7,5}$$

$$\Rightarrow \quad \underbrace{f(d+d')}_{dd'} + 22,5f = dd' - 7,5d + 30d' - 225$$

$$\Rightarrow \quad 6f = -2d + 8d' - 60 \qquad (3)$$

(1), (2) và (3) cho : $f = 10$ (cm).

15 **Hình vẽ đã cho gồm : xy là trục chính của gương cầu; SIR là đường đi của tia sáng trước và sau khi gặp gương. Dùng phép vẽ hãy xác định tâm C, đỉnh O và tiêu điểm F của gương.**

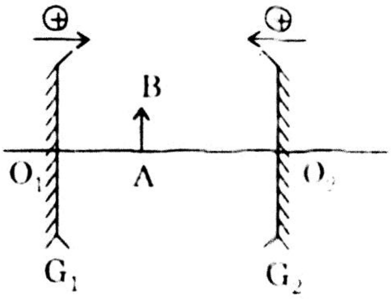


HƯỚNG DẪN

Vẽ phân giác góc $\widehat{SIR}$ để tìm tâm C trước.

Chủ đề 3 ẢNH CỦA HỆ GƯƠNG - GƯƠNG

TÓM TẮT LÍ THUYẾT



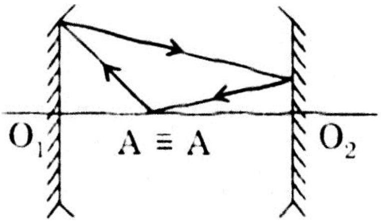
1. Một vật đặt giữa hai gương có mặt phản xạ hướng vào nhau thường cho rất nhiều ảnh do các tia sáng phản xạ liên tiếp trên hai gương. Thường ta chỉ xét ảnh sau khi tia phản xạ trên mỗi gương một lần.
2. Ảnh qua hệ hai gương do tia sáng chiếu tới G_1 trước thường khác với ảnh do tia sáng chiếu tới G_2 trước.
3. Sơ đồ tạo ảnh qua hai gương :

$$\underbrace{AB}_{d_1} \xrightarrow{G_1} \underbrace{A_1}_{d_1'}\underbrace{B_1}_{d_2} \xrightarrow{G_2} \underbrace{A'B'}_{d_2'} \quad \text{(nếu tia sáng tới } G_1 \text{ trước)}$$

Chú ý : d_1 và d_1' là các số đại số ứng với chiều dương là chiều phản xạ trên G_1 ; d_2 và d_2' ứng với chiều dương là chiều phản xạ trên G_2.

- $d_1 = \overline{O_1A} > 0$
- $d_1' = \overline{O_1A_1} = \dfrac{d_1f_1}{d_1 - f_1}$ hoặc $d_1' = -d_1$ nếu là gương phẳng.
- $d_2 = \overline{O_2A_1} = l - d_1'$ (l : khoảng cách hai gương $= O_1O_2$)
- $d_2' = \overline{O_2A'} = \dfrac{d_2f_2}{d_2 - f_2}$ hoặc $d_2' = -d_2$ nếu là gương phẳng.

4. Để ảnh $A'B'$ và vật AB cùng nằm trên mặt phẳng vuông góc với trục chính (hay $A \equiv A'$) thì $d_2' = l - d_1$.



5. Độ phóng đại :

$$K = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} \times \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \frac{d_1'}{d_1} \times \frac{d_2'}{d_2}$$

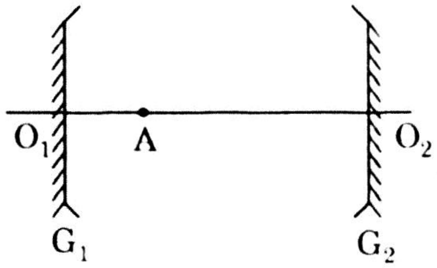
Nếu G_1 là gương phẳng thì : $\dfrac{d_1'}{d_1} = -1$

Nếu G_2 là gương phẳng thì : $\dfrac{d_2'}{d_2} = -1$.

BÀI TẬP MẪU

ẢNH CHO BỞI HỆ HAI GƯƠNG CẦU LÕM CÙNG TRỤC CHÍNH TÌM KHOẢNG CÁCH HAI GƯƠNG ĐỂ ẢNH – VẬT TRÙNG NHAU

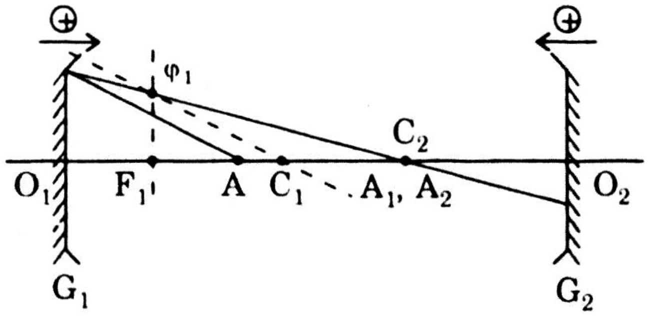
1 **Cho hai gương cầu lõm G_1 và G_2 có tiêu cự $f_1 = f_2 = 30cm$ đặt cùng trục chính và mặt sáng quay vào nhau. Một điểm sáng A nằm trên trục chính giữa hai gương và cách G_1 45cm (hình vẽ).**



1. **Biết $O_1O_2 = 150cm$. Định vị trí và tính chất ảnh A_2 của A sau khi chùm sáng phản xạ trên G_1 rồi G_2. Nêu phép vẽ để tìm ảnh này.**
2. **Giữ G_1 và A cố định, di chuyển G_2 sao cho G_1 và G_2 cùng trục chính. Tìm vị trí của G_2 để mọi tia sáng xuất phát từ A sau khi phản xạ liên tiếp trên hai gương lại trở về A.**

GIẢI

1. Vị trí và tính chất ảnh A_2 của A :



- Chùm sáng phát ra từ A đến G_1, phản xạ trên G_1 để tạo ảnh A_1. Chùm sáng tiếp tục gặp G_2 thì A_1 được coi là vật của G_2 và tạo ảnh A_2. Các ảnh được tóm tắt theo sơ đồ sau :

$$\underbrace{A}_{d_1}\xrightarrow{G_1}\underbrace{A_1}_{d_1\quad d_2}\xrightarrow{G_2}\underbrace{A_2}_{d_2}$$

$$+\ d_1 = \overline{O_1A} = 45\ (cm)$$

$$+\ d_1' = \overline{O_1A_1} = \frac{d_1f_1}{d_1 - f_1} = 90\ (cm)$$

$$+\ d_2 = \overline{O_2A_1} = \overline{O_2O_1} - d_1' = 60\ (cm)$$

$$+\ d_2' = \overline{O_2A_2} = \frac{d_2f_2}{d_2 - f_2} = 60\ (cm) = \overline{O_2C_2}$$

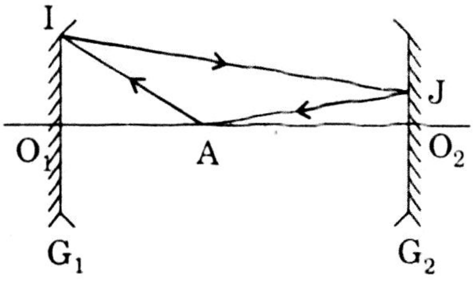
Vậy A_2 là ảnh thật, cách G_2 60cm (trùng với tâm C_2 của G_2).

- Dựng ảnh :
  - + Từ A vẽ tia tới bất kỳ AI đến G_1.
  - + Qua C_1 vẽ trục phụ song song với AI.
  - + Từ F_1 dựng mặt trên vuông góc với trục chính, cắt trục phụ vừa vẽ tại φ_1 : đó là tiêu điểm phụ.
  - + Nối I với φ_1 nó cắt trục chính tại A_1. A_1 trùng với tâm C_2 của G_2.
  - + Tia tới gương G_2 qua tâm C_2 nên tia phản xạ cũng qua C_2. Đó cũng là ảnh A_2 của A.

2. *Vị trí của G_2 để tia sáng phát xuất từ A phản xạ trên hai gương lại trở về A :*

- Theo nguyên lý phản hồi ánh sáng : nếu tia sáng đi theo đường AIJA thì nó cũng đi theo đường ngược lại AJIA. Vậy ta có thể xét sơ đồ tạo ảnh :

$$\underbrace{A}_{d_1} \xrightarrow{G_1} \underbrace{A_1}_{d_1 \quad d_2} \xrightarrow{G_2} \underbrace{A_2}_{d_2}$$



Với : + $d_1 = \overline{O_1A} = 45$ (cm)

+ $d_1' = \overline{O_1A_1} = 90$ (cm)

Đặt : $x = O_1O_2$ (x > 45cm)

+ $d_2 = \overline{O_2A_1} = x - 90$ (cm)

+ $$d_2' = \overline{O_2A} = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = 30.\frac{x-90}{x-120} \qquad (1)$$

- Mặt khác, theo hình vẽ : $d_2' = \overline{O_2A} = x - 45$ (2)

(1) và (2) cho : $$30.\frac{x-90}{x-120} = x - 45 \quad \Rightarrow \quad x^2 - 195x + 8100 = 0$$

$$\Delta = 75^2$$

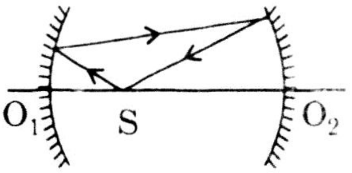
$$x = \frac{195 \pm 75}{2} = \left[\begin{array}{l} 135\ (\text{cm}) \\ 60\ (\text{cm}) \end{array}\right.$$

Vậy G_2 cách G_1 135 (cm) hoặc 60 (cm).

HỆ HAI GƯƠNG LÕM CÓ CÙNG TIÊU CỰ f VÀ CÁCH NHAU *l* = 2f HOẶC *l* = 4f

$\boxed{2}$ Hai gương lõm có tiêu cự $f_1 = f_2$ cùng chung trục chính và mặt sáng quay vào nhau. Khoảng cách hai đỉnh gương là $O_1O_2 = l$; S là điểm sáng trên O_1O_2 (hình vẽ).

1. **Chứng tỏ rằng : Khi khoảng cách hai gương là $l = 2f$ thì mọi tia sáng xuất phát từ S sau khi phản xạ trên hai gương lại trở về S (tức ảnh $S_2 \equiv S$).**
2. **$l = 4f$. Tìm vị trí điểm sáng S để mọi tia sáng xuất phát từ S sau khi phản xạ trên hai gương lại trở về S.**



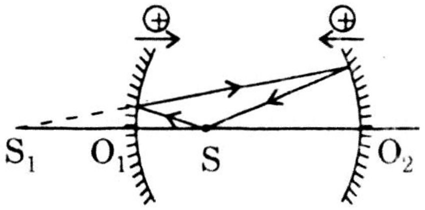
GIẢI

1. $l = 2f$:

– Ta xét quá trình tạo ảnh theo sơ đồ :

$$\underbrace{S}_{d_1} \xrightarrow{O_1} \underbrace{\,}_{d'_1} S_1 \underbrace{\,}_{d_2} \xrightarrow{O_2} \underbrace{S_2}_{d'_2}$$

– Đối với mỗi gương, chiều dương là chiều phản xạ ánh sáng.



- $d_1 = \overline{O_1S} > 0$
- $d'_1 = \overline{O_1S_1} = \dfrac{d_1.f}{d_1 - f}$
- $d_2 = \overline{O_2S_1} = l - d'_1 = 2f - \dfrac{d_1 f}{d_1 - f} = \dfrac{d_1 f - 2f^2}{d_1 - f}$
- $d'_2 = \overline{O_2S_2} = \dfrac{d_2 f}{d_2 - f} = 2f - d_1 = l - d_1 = \overline{O_2S}$

Vậy : $S_2 \equiv S$

Nói khác hơn : Các tia sáng xuất phát từ S, sau khi phản xạ liên tiếp trên hai gương lại trở về S.

2. $l = 4f$:

– Cũng theo sơ đồ tạo ảnh trên nhưng thay $l = 4f$, ta được :

- $d_2 = 4f - \dfrac{d_1 f}{d_1 - f} = \dfrac{f(3d_1 - 4f)}{d_1 - f}$
- $d'_2 = O_2S_2 = \dfrac{d_2 f}{d_2 - f} = f\dfrac{3d_1 - 4f}{2d_1 - 3f}$

– Vì $S_2 \equiv S$ nên : $\overline{O_2S_2} = \overline{O_2S} = 4f - d_1$.

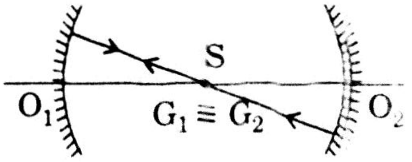
Vậy : $f\dfrac{3d_1 - 4f}{2d_1 - 3f} = 4f - d_1 \quad \Rightarrow \quad d_1^2 - 4fd_1 + 4f^2 = 0$

$$\Delta' = 0$$

Vậy : $d_1 = \overline{O_1S} = 2f$

S là trung điểm O_1O_2.

– Điều này cũng dễ hiểu vì khi $d_1 = 2f$ tức $S \equiv C_1 \equiv C_2$ (tâm hai gương) nên tia sáng phát xuất từ S. Sau khi phản xạ trên hai gương cũng trở lại S (hình vẽ).

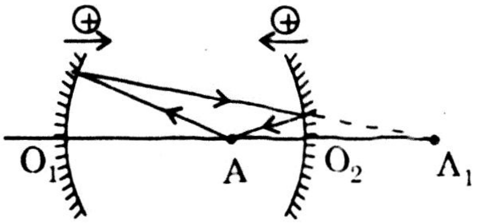


HỆ HAI GƯƠNG CẦU LÕM CÙNG TIÊU CỰ f VÀ CÁCH NHAU KHOẢNG *l* CÓ ẢNH TRÙNG VẬT – BIỆN LUẬN

$\boxed{3}$ **Hai gương cầu lõm cùng tiêu cự f đặt đối diện nhau và có cùng trục chính. Khoảng cách giữa hai đỉnh gương là *l*.**

- **Tìm vị trí của điểm sáng A trên trục chính và giữa hai gương sao cho mọi tia sáng phát xuất từ A sau khi phản xạ liên tiếp trên hai gương lại trở về A. Biện luận.**
- **Áp dụng : $f = 20cm$; $l_1 = 40cm$; $l_2 = 80cm$; $l_3 = 100cm$.**

GIẢI



– Sơ đồ tạo ảnh :

$$\underbrace{A}_{d_1} \xrightarrow{O_1} \underbrace{\overset{}{A_1}}_{d_1 \; d_2} \xrightarrow{O_2} \underbrace{A_2}_{d_2}$$

Đối với mỗi gương, chiều dương là chiều phản xạ ánh sáng.

- $d_1 = \overline{O_1A}$
- $d_1' = \overline{O_1A_1} = \dfrac{d_1 f}{d_1 - f}$
- $d_2 = \overline{O_2A_1} = l - d_1' = \dfrac{ld_1 - lf - d_1 f}{d_1 - f}$
- $d_2' = \overline{O_2A} = \dfrac{d_2 f}{d_2 - f} = f\,\dfrac{ld_1 - lf - d_1 f}{ld_1 - lf - 2d_1 f + f^2}$

Mặt khác : $d_2' = \overline{O_2A} = l - \overline{O_1A} = l - d_1$

Vậy : $$f\,\frac{ld_1 - lf - d_1 f}{ld_1 - lf - 2d_1 f + f^2} = l - d_1$$

$$\Rightarrow \quad (l - 2f)d_1^2 - l(l - 2f)d_1 + lf(l - 2f) = 0$$

$$(l - 2f)(d_1^2 - ld_1 + lf) = 0$$

+ *Nếu $l = 2f$:* Phương trình nghiệm đúng với mọi giá trị của d, nghĩa là nếu khoảng cách hai gương bằng hai lần tiêu cự thì mọi tia sáng phát ra từ A bất kỳ đều phản xạ trên hai gương lại trở về A.

+ *Nếu $l \neq 2f$* thì : $d_1^2 - ld_1 + lf = 0 \quad (*)$

$$\Delta = l^2 - 4lf = l(l - 4f)$$

- *Nếu $l = 4f$:* $\Delta = 0$; $\quad (*) \Rightarrow \quad d_1 = \frac{1}{2}$: A là trung điểm O_1O_2
- *Nếu $l > 4f$:* Nghiệm của (4) : $x = \frac{l \pm \sqrt{l(l-4f)}}{2}$

$$\text{tức : } \begin{cases} d_1 = \dfrac{l + \sqrt{l(l-4f)}}{2} \\ d_1' = \dfrac{l - \sqrt{l(l-4f)}}{2} \end{cases} \qquad \text{hoặc: } \begin{cases} d_1 = \dfrac{l - \sqrt{l(l-4f)}}{2} \\ d_1' = \dfrac{l + \sqrt{l(l-4f)}}{2} \end{cases}$$

Vậy : $l > 4f$; ta tìm được hai vị trí điểm A thỏa mãn đề toán. (Hai vị trí này nằm đối xứng qua trung điểm của O_1O_2).

- *Nếu $l < 4f$:* $\Delta < 0$: không tìm được vị trí điểm sáng A thỏa mãn đề toán.

Áp dụng bằng số :

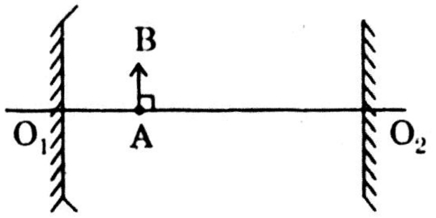
- $l_1 = 40cm \ = 2f$: Có vô số điểm A nằm trên O_1O_2.
- $l_2 = 80cm \ = 4f$: Có 1 điểm A là trung điểm O_1O_2.
- $l_3 = 100cm > 4f$: Có 2 điểm A, với :

$$d_1 = \frac{l_3 + \sqrt{l_3(l_3 - 4f)}}{2} = \frac{100 + \sqrt{100(100-80)}}{2} \approx 72 \text{ (cm)}$$

$$\text{và} \quad d_2 = \frac{l_3 - \sqrt{l_3(l_3 - 4f)}}{2} \approx 34 \text{ (cm)}.$$

ẢNH QUA HỆ GƯƠNG LÕM VÀ GƯƠNG PHẲNG

4 **Cho hệ gồm gương lõm tiêu cự f = 50cm và gương phẳng đặt như hình vẽ với O_1O_2 = 2m. Vật sáng AB = 1cm đặt vuông góc với trục chính và nằm giữa hai gương. Ánh sáng phát ra từ vật AB lần lượt gặp gương lõm rồi gương phẳng và tạo ảnh A'B'.**



1. **AB cách gương lõm 75cm. Xác định vị trí, tính chất và độ lớn ảnh A'B'. Vẽ ảnh.**
2. **Để ảnh A'B' cùng độ lớn nhưng trái chiều với ảnh trước (ở câu 1) thì phải dịch AB tới vị trí nào ? Vẽ ảnh lúc đó.**

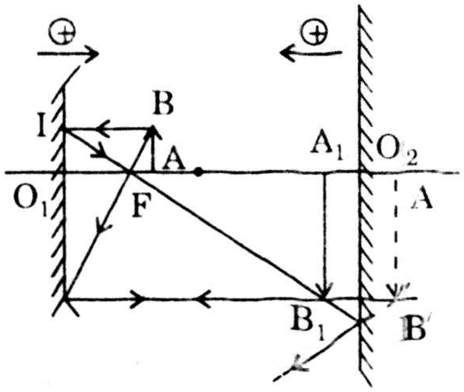
GIẢI

1. Xác định ảnh A'B' của AB :

– Chiều dương của mỗi gương là chiều phản xạ trên gương đó.

- Sơ đồ tạo ảnh :

$$\underbrace{AB}_{d_1}\xrightarrow{GC}\underbrace{A_1}_{d_1'}\underbrace{B_1}_{d_2}\xrightarrow{GP}\underbrace{AB'}_{d_2'}$$



- $d_1 = \overline{O_1A} = 75$ (cm)
- $d_1' = \overline{O_1A_1} = \dfrac{d_1f}{d_1 - f} = 150$ (cm)
- $d_2 = l - d_1' = 50$ (cm)
- $d_2' = -d_2' = -50$ (cm) < 0 : $A'B'$ là ảnh ảo.
- $K = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} \times \dfrac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}}$

$$= -\frac{d_2'}{d_2} \times \left(-\frac{d_1'}{d_1}\right) = -2$$: Ảnh $A'B'$ trái chiều AB.

$\Rightarrow$ $A'B' = 2AB = 2$ (cm)

Vậy $A'B'$ là ảnh ảo, trái chiều AB, cao 2cm, nằm sau gương phẳng 50 (cm.

- Vẽ hình :
  - + Vẽ tia tới BI // trục chính, tia phản xạ IF.

    Vẽ tia tới BF, tia phản xạ // trục chính.

    Hai tia phản xạ vẽ cắt nhau tại B_1. Vẽ ảnh A_1B_1.
  - + Hai tia tới gương phẳng cho hai tia phản xạ mà đường kéo dài tạo ảnh $A'B'$ sau gương phẳng.

2. *Vị trí AB để A'B' cùng tính chất, cùng độ lớn nhưng trái chiều với ảnh trước :*

- $d_1' = \overline{O_1A_1} = \dfrac{d_1f}{d_1 - f} = \dfrac{50d_1}{d_1 - 50}$
- Độ phóng đại : $K = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \left(-\dfrac{d_2'}{d_2}\right)\left(-\dfrac{d_1'}{d_1}\right)$

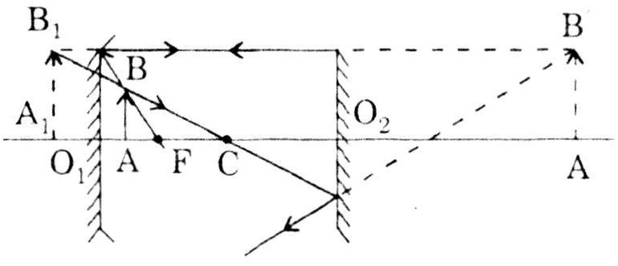
Với $d_2' = -d_2$ (vì gương phẳng nên ảnh và vật đối xứng)

Vậy : $K = -\dfrac{d_1'}{d_1} = -\dfrac{50}{d_1 - 50}$

Ảnh $A'B'$ bây giờ trái chiều với ảnh trước, tức cùng chiều với AB nên :

$$K = -\frac{50}{d_1 - 50} = +2 \Rightarrow d_1 = 25 \text{ (cm)}.$$

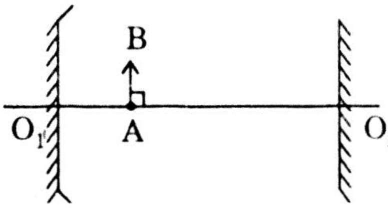
- Vẽ ảnh :



+ Từ B vẽ tia tới qua tâm C, tia này gặp gương cầu cho tia phản xạ trùng với chính nó và tia tới qua F, tia này cho tia phản xạ song song trục chính. Hai tia phản xạ trên gương cầu tạo ảnh A_1B_1.

+ Hai tia phản xạ trên gương cầu đến gặp gương phẳng và phản xạ trên gương phẳng tạo ảnh ảo $A'B'$ đối xứng với A_1B_1 qua gương phẳng. Đó là ảnh cần tìm.

TÌM KHOẢNG CÁCH HAI GƯƠNG KHI BIẾT VỊ TRÍ VẬT – ẢNH
TÌM VỊ TRÍ VẬT KHI BIẾT KHOẢNG CÁCH VẬT – ẢNH



5 **Gương cầu lõm tiêu cự f = 20cm và gương phẳng bố trí như hình vẽ. Chùm sáng phát ra từ vật AB lần lượt phản xạ trên gương lõm rồi đến gương phẳng để tạo ảnh A'B'.**

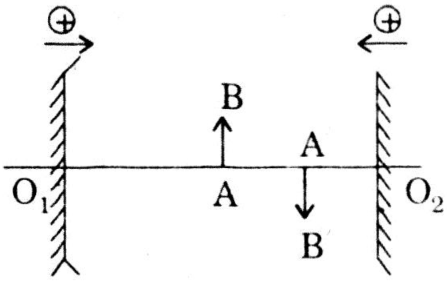
Khi vật AB cách gương lõm 30cm thì ảnh A'B' là ảnh thật cách gương phẳng 10cm.

1. **Tính khoảng cách *l* giữa hai gương.**
2. **Dịch vật AB tới vị trí mới. Xác định vị trí mới này, biết rằng lúc đó ảnh A'B' cách vật AB 110cm. Vẽ ảnh.**

GIẢI

1. Tính khoảng cách l giữa hai gương :

- Chiều dương ứng với mỗi gương là chiều phản xạ ánh sáng.
- Sơ đồ tạo ảnh :



$$\mathrm{AB} \xrightarrow{\mathrm{GL}} \mathrm{A_1B_1} \xrightarrow{\mathrm{GP}} \mathrm{A'B'}$$
$$\underbrace{\quad}_{d_1}\quad \underbrace{\quad}_{d_1'}\quad \underbrace{\quad}_{d_2}\quad \underbrace{\quad}_{d_2'}$$

- $d_1 = \overline{O_1A} = 30\ (\mathrm{cm})$
- $d_1' = \overline{O_1A_1} = \dfrac{d_1 f}{d_1 - f} = 60\ (\mathrm{cm})$
- $d_2 = \overline{O_2A_1} = l - d_1' = l - 60\ (\mathrm{cm})$
- $d_2' = \overline{O_2A'} = -d_2 = 60 - l$

Theo đề bài : $d_2' = 60 - l = +10$ (Ảnh AB : thật)

$\Rightarrow \quad l = 50$ (cm)

2. Vị trí vật AB biết $AA' = 110cm$:

- $d_1 = \overline{O_1A} > 0$
- $d_1' = \dfrac{d_1 f}{d_1 - f} = \dfrac{20d_1}{d_1 - 20}$
- $d_2 = \overline{O_2A_1} = 50 - d_1' = \dfrac{30d_1 - 1000}{d_1 - 20}$
- $d_2' = \overline{O_2A'} = -d_2 = \dfrac{1000 - 30d_1}{d_1 - 20}$

– Ta có : $\overline{AA'} = \overline{O_2A'} - \overline{O_2A}$

– Đối với chiều dương là chiều phản xạ trên gương phẳng thì:

$$\overline{O_2A'} = d_2' = \frac{1000 - 30d_1}{d_1 - 20}$$

$\overline{O_2A} = l - d_1 > 0$, do đó:

$$\overline{AA'} = \frac{1000 - 30d_1}{d_1 - 20} - (l - d_1)$$

$$= \left(\frac{1000 - 30d_1}{d_1 - 20} + d_1\right) - 50 = \frac{1000 - 50d_1 + d_1^2}{d_1 - 20} - 50$$

– Theo đề : $AA' = 110cm \Leftrightarrow \overline{AA'} = \pm 110$

Vậy : $\dfrac{1000 - 50d_1 + d_1^2}{d_1 - 20} - 50 = \pm 110$

a) $\dfrac{1000 - 50d_1 + d_1^2}{d_1 - 20} - 50 = \pm 110 \Leftrightarrow 1000 - 50d_1 + d_1^2 = 160(d_1 - 20)$

$$d_1^2 - 210d_1 + 4200 = 0$$

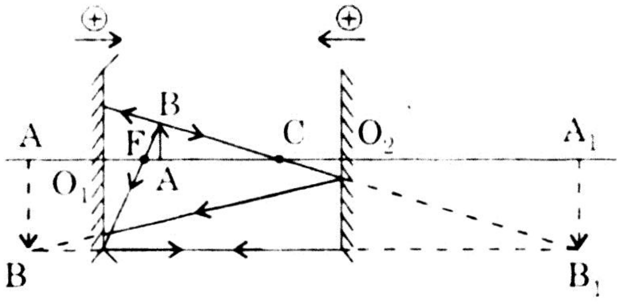
$$\Delta \approx 82{,}62^2$$

$$d_1 = 105 \pm 82{,}62 \approx \left| \begin{array}{l} 187{,}6 \text{ (cm)} > l = 50 \text{ (cm)} \\ 22{,}4 \text{ (cm)} \end{array} \right.$$

Vì vật AB giữa hai gương nên $d_1 < l$. Vậy chỉ nhận : $d_1 \approx 22{,}4$ (cm).

- Hình vẽ :

+ Từ B vẽ tia tới qua tâm C, tia này đến gặp gương cầu và phản xạ trùng với chính nó.



+ Từ B vẽ tia tới BF, tia này phản xạ trên gương cầu là tia song song với trục chính. Hai tia phản xạ vừa vẽ kéo dài cắt nhau ở B_1. Vẽ ảnh A_1B_1.

+ Hai tia phản xạ ở trên đến gặp gương phẳng, phản xạ trên gương phẳng và kéo dài gặp nhau ở B. Có ảnh AB.

Hình vẽ cho thấy $\overline{AA} > 0$ đối với chiều dương của gương phẳng.

b) $$\frac{1000 - 50d_1 + d_1^2}{d_1 - 20} - 50 = -110$$

$$1000 - 50d_1 + d_1^2 = -60(d_1 - 20)$$

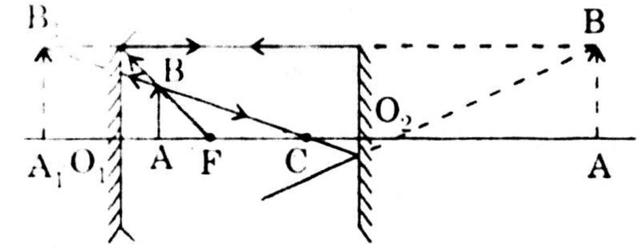
$$d_1^2 + 10d_1 - 200 = 0$$

$$\Delta' = 15^2$$

$$\Rightarrow \quad d_1 = -5 \pm 15 = \left[\begin{array}{l} 10\ (\text{cm}) \\ -20\ (\text{cm}) < 0 : \text{loại} \end{array}\right.$$

Vậy : $d_1 = 10$ (cm).

- Hình vẽ :



BÀI TẬP CÓ HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

6 **Một gương cầu lõm đỉnh O. Tiêu cự f = 20cm. Vật sáng AB = 1cm đặt vuông góc với trục chính của gương và cách đỉnh O 30cm.**

a) Vẽ ảnh A_1B_1 của AB qua gương cầu, xác định vị trí và độ cao ảnh này.

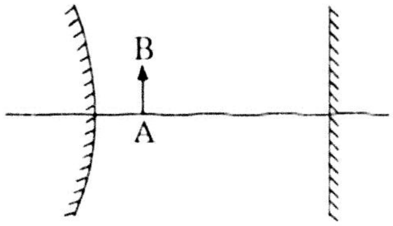
b) Phía trước và cách đỉnh O của gương cầu khoảng $l = 50$cm ta đặt thêm gương phẳng vuông góc với trục chính của gương cầu.

Vẽ ảnh A_2B_2 của A_1B_1 qua gương phẳng, tính khoảng cách OA_2 và độ cao ảnh này.

ĐÁP SỐ : a) $d_1' = OA_1 = 60$cm; $A_1B_1 = 2$cm.

b) $OA_2 = 40$cm; $A_2B_2 = 2$cm.

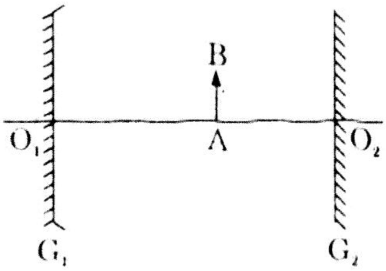
7 Cho hệ gồm gương cầu lồi tiêu cự $f = -30$cm và gương phẳng. Hai gương quay mặt sáng vào nhau, gương phẳng vuông góc với trục chính của gương cầu. Khoảng cách giữa hai gương là l.



Vật sáng AB đặt giữa hai gương, vuông góc với trục chính và cách gương cầu 20cm. Sau khi phản xạ lần lượt trên gương cầu rồi gương phẳng ta được ảnh $A'B'$. Tính khoảng cách l giữa hai gương để $AA' = 88$cm.

ĐÁP SỐ : $l = 48$ (cm).

8 Một hệ gương cầu lõm G_1 có tiêu cự $f = 20$cm và gương phẳng G_2 đặt sao cho chúng quay mặt sáng vào nhau và gương phẳng vuông góc với trục chính của gương cầu. Khoảng cách hai gương $O_1O_2 = 40$cm (hình vẽ). Vật sáng AB đặt vuông góc với trục chính gương lõm, nằm giữa hai gương và cách đỉnh O_1 của gương cầu khoảng $O_1A = 25$cm.



a) Xác định vị trí ảnh A_2B_2 của AB do chùm sáng phát ra từ AB rồi lần lượt phản xạ trên gương cầu trước tới gương phẳng.

b) So sánh độ cao ảnh A_2B_2 và vật sáng AB.

ĐÁP SỐ :

a) A_2B_2 ở sau gương lõm và cách gương này khoảng $O_1A_2 = 20$cm.

b) $A_2B_2 = 4.AB$

9 Hai gương cầu lõm có đỉnh O_1, O_2 cùng tiêu cự $f_1 = f_2 = 12$cm đặt đối diện nhau và có cùng trục chính. Khoảng cách giữa hai đỉnh gương là $l = O_1O_2 = 48$cm. A là một điểm sáng nằm trên trục chính hai gương sao cho mọi tia sáng phát ra từ A sau khi lần lượt phản xạ trên O_1 rồi O_2 lại trở về A. Tính khoảng cách O_1A.

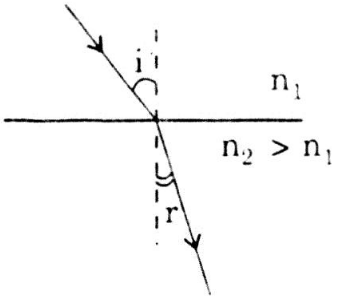
ĐÁP SỐ : $O_1A = 24$ (cm).

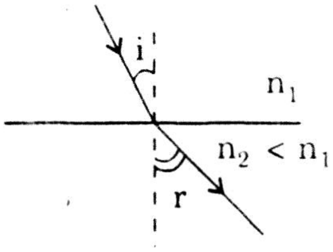
Chủ đề 4 ĐỊNH LUẬT KHÚC XẠ

TÓM TẮT LÍ THUYẾT

1. $\dfrac{\sin i}{\sin r} = n_{21} = \dfrac{n_2}{n_1}$

2. Nếu môi trường chứa tia khúc xạ có chiết suất lớn thì góc khúc xạ bé và ngược lại.





BÀI TẬP MẪU

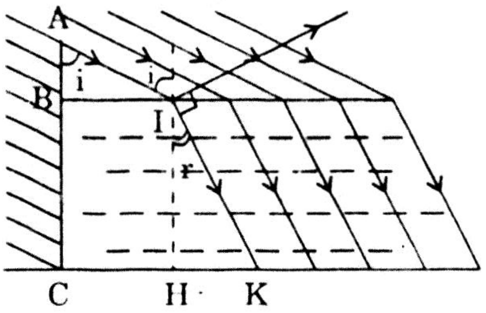
ĐỊNH LUẬT KHÚC XẠ

1 **Một cây cọc dài được cắm thẳng đứng xuống một bể nước chiết suất $n = \dfrac{4}{3}$. Phần cọc nhô ngoài nước là 0,3m, bóng của nó trên mặt nước dài 0,4m và dưới đáy chậu dài 1,9m.**

1. **Chứng tỏ tia phản xạ và khúc xạ vuông góc.**
2. **Tính chiều sâu lớp nước.**

GIẢI

1. ***Tia phản xạ và khúc xạ vuông góc :***



- Cọc là vật chắn sáng nên vùng AIKC không có ánh sáng, do đó BI và CK là cái bóng tại mặt nước và đáy chậu.

$\Delta ABI \Rightarrow \quad \text{tg}i = \dfrac{BI}{AB} = \dfrac{4}{3}$

$$\Rightarrow \quad \sin i = \frac{\text{tg}i}{\sqrt{1 + \text{tg}^2 i}} = \frac{4}{5} \quad \text{và} \quad \cos i = \sqrt{1 - \sin^2 i} = \frac{3}{5}$$

- Định luật khúc xạ tại I : $1 \times \sin i = \dfrac{4}{3}\sin r \Rightarrow \sin r = \dfrac{3}{5}$

$$\rightarrow \quad \cos r = \sqrt{1 - \sin^2 r} = \frac{4}{5}.$$

– Có : $\sin(i + r) = \sin i.\cos r + \sin r.\cos i = \left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{4}{5}\right) + \left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{3}{5}\right) = 1$

$\Rightarrow \quad i + r = 90^\circ$

Vậy tia khúc xạ và phản xạ vuông góc.

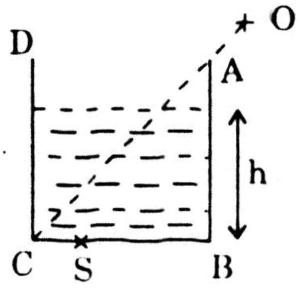
2. ***Chiều sâu lớp nước :***

$$\Delta HIK \Rightarrow IH = \frac{HK}{tgr} \quad \text{với :} \begin{cases} HK = CK - CH = 1,5\ (m) \\ tgr = \dfrac{\sin r}{\cos r} = \dfrac{3}{4} \end{cases} \quad \text{nên : } IH = 2\ (m).$$

MẮT NHÌN THẤY VẬT TRONG NƯỚC

2 **Một chậu hình lập phương cạnh a = 20cm, thành chậu chắn sáng (hình 1).**

Độ sâu lớp nước h. Mắt đặt trên đường chéo AC của một mặt bên ABCD để nhìn dọc theo cạnh BC. Chiết suất của nước là $\frac{4}{3}$.



(H1)

1. Hỏi mắt có thể nhìn thấy điểm sáng S gần B nhất bao nhiêu khi h = 15cm ?

2. Thay đổi độ sâu lớp nước thì mắt nhìn thấy S trong giới hạn nào ? Vẽ đường đi của tia sáng ứng với hai vị trí giới hạn.

GIẢI

– Mắt nhìn thấy điểm S gần B nhất khi tia khúc xạ tương ứng là IAO với I là giao điểm của mặt nước với đường chéo AC (hình 2).

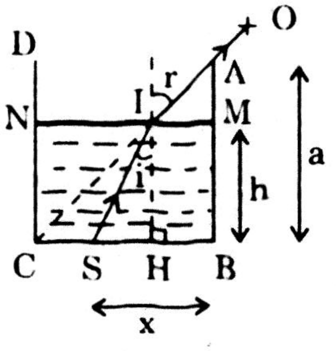
– ΔAMI : vuông cân ($\hat{A} = 45^\circ$)

$\Rightarrow \quad HB = IM = MA = a - h$

– $\Delta SIH \quad \Rightarrow \quad tgi = \frac{SH}{IH} = \frac{SB - HB}{IH}$

$= \frac{x - (a - h)}{h} = 1 - \frac{a - x}{h}$

$\Rightarrow \quad x = a - h(1 - tg\, i) \qquad (*)$



(H2)

- Định luật khúc xạ tại I :

$$1 \times \sin 45^\circ = \frac{4}{3}\sin i \quad \Rightarrow \quad \sin i = \frac{3\sqrt{2}}{8}$$

$$\rightarrow \quad \cos i = \sqrt{1 - \sin^2 r} = \frac{\sqrt{46}}{8}$$

$$tgi = \frac{\sin i}{\cos i} = \frac{3}{\sqrt{23}}$$

1. ***Vị trí S gần B nhất khi h = 15cm :***

Thay $a = 20\text{cm}$, $h = 15\text{cm}$, $\text{tg}i = \dfrac{3}{\sqrt{23}}$ vào (*)

$$\Rightarrow \quad x \approx 14,375\ (\text{cm}).$$

2. ***Giới hạn của S để mắt nhìn thấy khi lớp nước thay đổi độ sâu :***

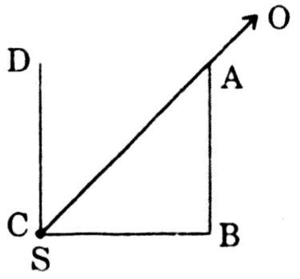
+ Khi lớp nước rất mỏng ($h \to 0$) :

Biểu thức (*) : $x = a - h(1 - \text{tg}\, i)$ → a tức S → C (H3)

+ Khi nước đầy chậu ($h = a$) : (*) ⇒ $x = a - a(1 - \text{tg}\, i)$

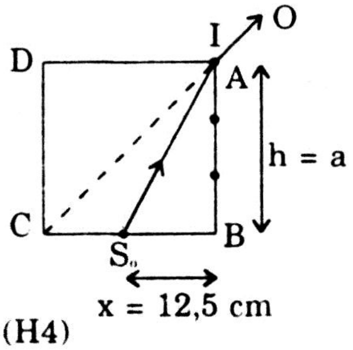
$x = a\text{tg}i \approx 12,5\ (\text{cm})$ (H4)

+ Hình vẽ :



(H3)

(Khi không có nước)



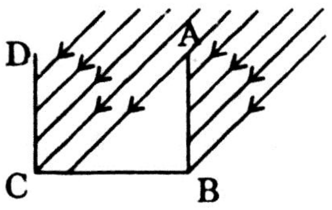
(H4)

(Khi nước đầy chậu)

Vậy giới hạn của vật sáng S là đoạn S_0C.

BÓNG CỦA THÀNH MÁNG KHI CÓ VÀ KHÔNG CÓ NƯỚC

3 **Một cái máng nước sâu 30cm, rộng 40cm, hai thành bên thẳng đứng chắn sáng. Khi máng đầy nước thì bóng của thành bên trên đáy chậu dài 22,5cm. Chiết suất của nước là $\frac{4}{3}$.**

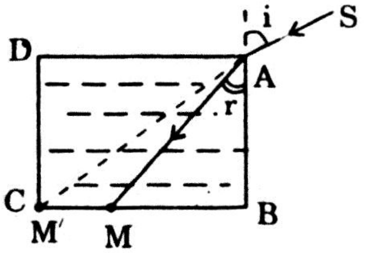


1. **Nếu đổ hết nước, tính chiều dài của bóng trên đáy chậu.**
2. **Nếu máng chứa nước có độ cao h thì bóng dài 33cm. Tính h.**

GIẢI

1. ***Chiều dài của bóng khi không có nước :***

– Do thành máng chắn sáng nên vùng ABM bị tối và bóng trên đáy chậu là BM khi nước đầy máng.



– $\Delta ABM \quad \Rightarrow \quad \text{tg}r = \dfrac{BM}{AB} = \dfrac{22,5}{30} = \dfrac{3}{4}$

$$\sin r = \dfrac{\text{tg}r}{\sqrt{1 + \text{tg}^2 r}} = \dfrac{3}{5}$$

– Định luật khúc xạ : $1 \times \sin i = \frac{4}{3} \times \sin r \quad \Rightarrow \quad \sin i = \frac{4}{5}$

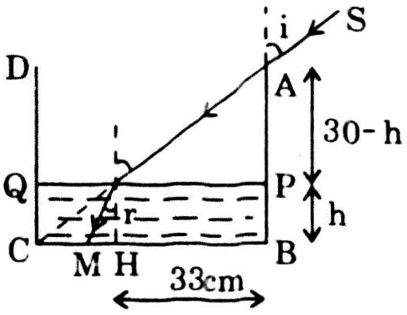
$$\rightarrow \quad \cos i = \sqrt{1 - \sin^2 i} = \frac{3}{5}; \qquad \operatorname{tg} i = \frac{\sin i}{\cos i} = \frac{4}{3}$$

– Khi không có nước thì tia sáng SA đi thẳng và tạo bóng BM với :

$$\operatorname{tg} i = \frac{BM'}{AB} \quad \Rightarrow \quad BM' = AB.\operatorname{tg} i = 40\ (cm) = BC : M' \text{ trùng với } C.$$

2. ***Tính độ sâu h:***

– Khi nước có độ sâu h thì tia sáng SA bị khúc xạ tại I.



– $\Delta AIP \quad \Rightarrow \quad IP = (30 - h)\operatorname{tg} i$

– $\Delta IMH \quad \Rightarrow \quad \operatorname{tg} r = \frac{MH}{IH} = \frac{MB - BH}{IH}$

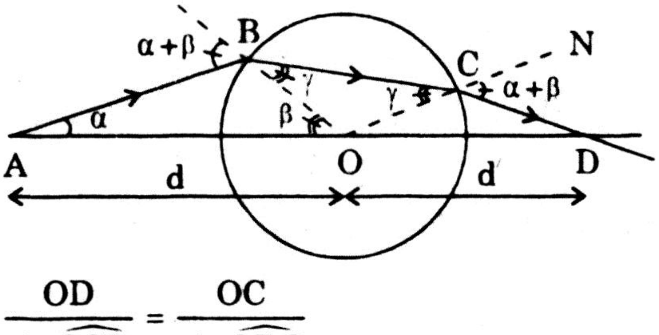
$$\text{Với : } \begin{cases} \operatorname{tg} r = \frac{3}{4} \\ BM = 33\ cm \\ BH = IP = (30 - h) \times \frac{4}{3} \\ IH = h \end{cases}$$

Kết quả : h = 12 (cm).

ÁP DỤNG ĐỊNH LUẬT KHÚC XẠ CHO TIA SÁNG QUA KHỐI CẦU

4 **Một khối cầu tâm O, bán kính R, chiết suất n. Điểm sáng A đặt cách tâm O khoảng d. Ta xét những tia sáng đến gặp khối cầu dưới góc tới rất bé. Chứng tỏ các tia sáng này khi ló ra khỏi khối cầu sẽ hội tụ tại một điểm trên đường AO. Xác định vị trí điểm hội tụ này.**

GIẢI



a) $\Delta OCD \quad \Rightarrow \quad \frac{OD}{\sin\widehat{OCD}} = \frac{OC}{\sin\widehat{ODC}}$

$$\frac{d'}{\sin\widehat{OCD}} = \frac{R}{\sin\widehat{ODC}} \quad \Rightarrow \quad d' = R.\frac{\sin\widehat{OCD}}{\sin\widehat{ODC}}$$

Ta đi tính $\sin\widehat{OCD}$ và $\sin\widehat{ODC}$:

b) Tính $\sin\widehat{OCD}$ **:**

$$\sin\widehat{OCD} = \sin\widehat{DCN} \quad \text{(vì 2 góc bù nhau)}$$

$$= \sin(\alpha + \beta) \approx \alpha + \beta$$

c) Tính $\sin\widehat{ODC}$ **:**

- $\widehat{AOD} = \beta + (\pi - 2\gamma) + \widehat{COD} = \pi \quad \Rightarrow \quad \widehat{COD} = 2\gamma - \beta$
- $\widehat{CDO} = \widehat{NCD} - \widehat{COD} = \alpha + \beta - (2\gamma - \beta) = \alpha + 2\beta - 2\gamma$

Vậy : $d' = R\dfrac{\alpha + \beta}{\alpha + 2\beta - 2\gamma}$ (*)

d) Tính β và γ theo α :

- $\Delta ABO \Rightarrow \dfrac{OA}{\sin\widehat{ABO}} = \dfrac{OB}{\sin\widehat{BAO}} \Rightarrow \dfrac{d}{\sin(\alpha + \beta)} = \dfrac{R}{\sin\alpha}$

  Vì góc nhỏ : $d.\alpha \approx R(\alpha + \beta) \Rightarrow \beta = \dfrac{d - r}{R}\alpha$
- Định luật khúc xạ tại B : $n.\sin\gamma = \sin(\alpha + \beta)$

  Vì góc nhỏ : $\gamma = \dfrac{\alpha + \beta}{n} = \dfrac{d.\alpha}{R.n}$
- Thay α và γ vào (*) : $d' = \dfrac{d.n.R}{2(n - 1)d - nR}$

  Vậy : Với các tia sáng đến khối cầu dưới góc tới bé, các tia ló sẽ hội tụ tại D, vị trí này không phụ thuộc vào vị trí tia sáng.

VẼ TIA KHÚC XẠ KHI BIẾT TIA TỚI

5 **Cho hai môi trường trong suốt chiết suất n_1 và n_2 với $n_1 < n_2$. Có tia tới SI, hãy vẽ tiếp đường đi của tia sáng vào môi trường kia trong hai trường hợp :**

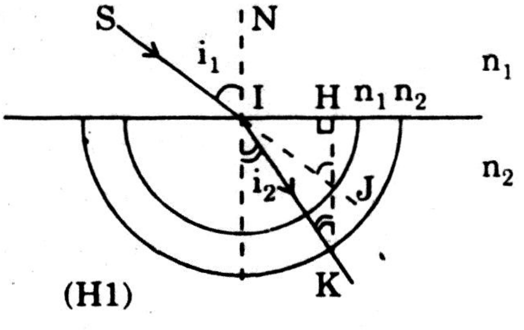
a) Tia sáng tới SI nằm trong môi trường chiết suất bé n_1.

b) Tia sáng tới SI nằm trong môi trường chiết suất lớn n_2.

GIẢI

a) Tia sáng SI nằm trong môi trường chiết suất bé n_1 : (H1)

- *Cách vẽ :*
  - Trong môi trường khúc xạ n_2 và nằm trong mặt phẳng tới SIN ta vẽ nửa đường tròn bán kính n_1 và n_2.
  - Kéo dài tia tới SI, nó cắt nửa đường tròn bán kính n_1 tại J.



(H1)

- Từ J hạ đường vuông góc JH tới mặt phân cách với hai môi trường. JH cắt nửa đường tròn bán kính n_2 tại K. Nối IK : đó là tia khúc xạ phải vẽ.

– *Chứng minh IK là tia khúc xạ :*

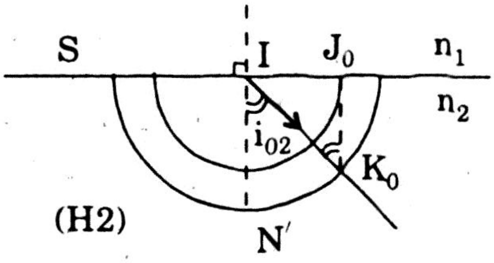
$$\left.\begin{aligned} \Delta IHJ &\Rightarrow \sin i_1 = \frac{IH}{IJ} \\ \Delta IHK &\Rightarrow \sin i_2 = \frac{IH}{IK} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{IK}{IJ} = \frac{n_1}{n_2}$$

hay : $n_1.\sin i_1 = n_2.\sin i_2$ (1)

- Hơn nữa, theo phép vẽ ta thấy : IK và SI luôn luôn nằm trong hai môi trường khác nhau, ở hai bên đường pháp tuyến và cùng nằm trong mặt phẳng tới SIN. (2)
- Tính chất (1) và (2) thỏa mãn các điều kiện của định luật khúc xạ ánh sáng. Vậy IK chính là tia khúc xạ phải vẽ.

– *Biện luận :*

- Với $n_1 < n_2$ luôn luôn có : $i_1 > i_2$.
- Khi tia tới SI nằm sát mặt chất lỏng thì $J \equiv J_o$ (H2), lúc đó HJ trở thành tiếp tuyến của nửa đường tròn bán kính n_1 tại J_o và $i_2 = i_{02}$ được xác định :



(H2)

$$\sin i_{o2} = \frac{IJ_o}{IK_o} = \frac{n_1}{n_2}$$

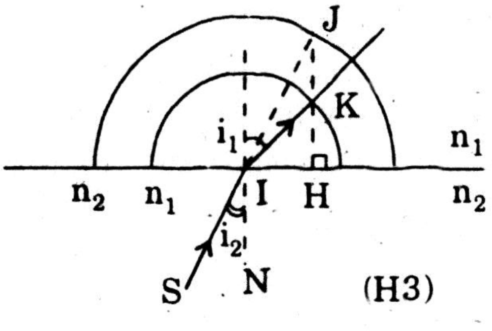
Vậy bài toán vẽ luôn luôn tìm được một nghiệm tức luôn luôn vẽ được tia khúc xạ, tia khúc xạ nằm trong giới hạn góc.

$$\widehat{N'IK_o} = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\right).$$

b) Tia sáng tới nằm trong môi trường chiết suất lớn n_2 : (H3)

– *Cách vẽ :*

- Trong môi trường khúc xạ n_1 ta vẽ nửa đường tròn bán kính n_1, n_2 cùng nằm trong mặt phẳng tới SIN.
- Tia tới SI kéo dài cắt đường tròn bán kính n_1 tại J. Từ J hạ JH vuông góc với mặt phân cách hai môi trường, nó có thể cắt nửa đường tròn bán kính n_1 tại K. Nối IK : đó là tia khúc xạ phải vẽ.



(H3)

– *Chứng minh IK là tia khúc xạ :*

$$\left.\begin{array}{l}\bullet\ \Delta IKH \text{ vuông} \Rightarrow \sin i_1 = \dfrac{IH}{IK} \\ \ \ \Delta IJH \text{ vuông} \Rightarrow \sin i_2 = \dfrac{IH}{IJ}\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\sin i_1}{\sin i_2} = \frac{IJ}{IK} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\Rightarrow n_1.\sin i_1 = n_2.\sin i_2 \qquad (3)$$

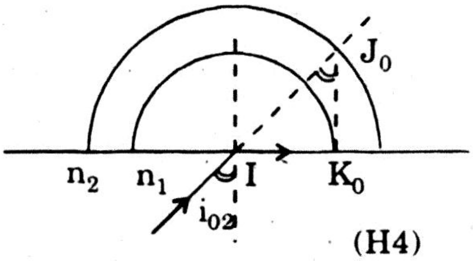
- Mặt khác, JR nằm trong mặt phẳng tới SIN và ở bên kia đường pháp tuyến so với tia tới SI. (4)

(3) và (4) cho ta thấy : IK vẽ được đã thỏa mãn điều kiện khúc xạ. Vậy IK là tia khúc xạ.

– *Biện luận :*

- JH cắt nửa đường tròn bán kính n_1 : bài toán vẽ có một nghiệm.
- Khi JH trở thành tiếp tuyến của nửa đường tròn bán kính n_1 thì i_2 có giá trị i_{o2} mà $\sin i_{o2} = \dfrac{IK_o}{IJ_o} = \dfrac{n_1}{n_2}$

  Lúc đó tia khúc xạ nằm sát mặt chất lỏng. (H4)
- Khi $i_2 > i_{o2}$ thì JH không còn cắt nửa đường tròn bán kính n_1 tức không có điểm K nữa, bài toán vẽ vô nghiệm (lúc đó không còn tia khúc xạ nữa, đó là hiện tượng phản xạ toàn phần).



(H4)

Vậy bài toán có nghiệm khi :

$$0 \leq i_2 \leq i_{o2} \qquad \text{với} \qquad i_{o2} = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\right).$$

BỀ RỘNG CHÙM KHÚC XẠ – TIA KHÚC XẠ GẶP GƯƠNG PHẲNG

6 **Chiếu một chùm sáng đơn sắc có dạng một dải mỏng bề rộng a = 2cm từ không khí vào chậu nước. Chiết suất nước là $n = \dfrac{4}{3}$. Và góc tới của chùm sáng là 45°. Dải sáng khúc xạ nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt thoáng của nước.**

1. **Tính bề rộng của chùm sáng khúc xạ.**
2. **Cách mặt nước 10cm, về phía đáy ta đặt một gương phẳng nằm ngang. Hỏi khoảng cách giữa điểm tới của một tia sáng đi vào lớp nước và điểm ló của tia phản xạ trên gương đi ra khỏi mặt nước là bao nhiêu ?**
3. **Vẽ đường đi của tia sáng trong câu 2.**

GIẢI

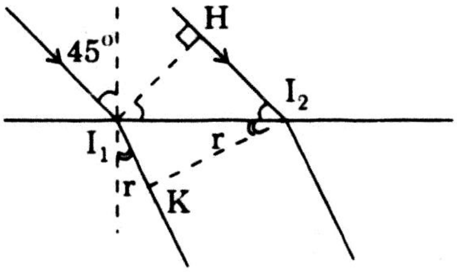
1. Bề rộng của chùm sáng khúc xạ :

Kẻ thêm hai đường vuông góc I_1H và I_2K.

– ΔI_1HI_2 vuông cân nên : $I_1I_2 = I_1H\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ (cm)

– Định luật khúc xạ tại I_1 :

$$1 \times \sin 45^\circ = \frac{4}{3}\sin r \quad \Rightarrow \quad \sin r = \frac{3\sqrt{2}}{8}$$



$$\Rightarrow \quad \cos r = \sqrt{1 - \sin^2 r} = \frac{\sqrt{46}}{8}$$

$$\Rightarrow \quad \Delta I_1I_2K \text{ vuông}$$

$$\Rightarrow \quad I_2K = \frac{I_1I_2}{\cos r} \quad \text{với} \quad I_1I_2 = 2\sqrt{2}\text{ cm}$$

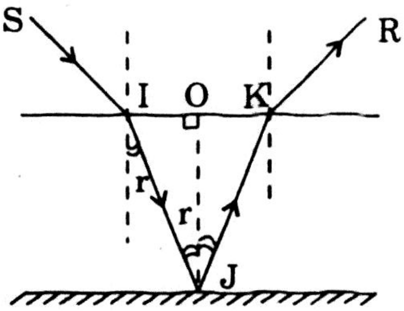
nên : $$I_2K = \frac{2\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{46}}{8}} \approx 3{,}33 \text{ (cm)}.$$

2. Tính IK :

$\Delta IJO \quad \Rightarrow \quad OI = OJ.\text{tg}r$

Tia phản xạ JK đối xứng với tia tới qua pháp tuyến OJ nên :

$$IK = 2OI = 2OJ.\text{tg}r$$



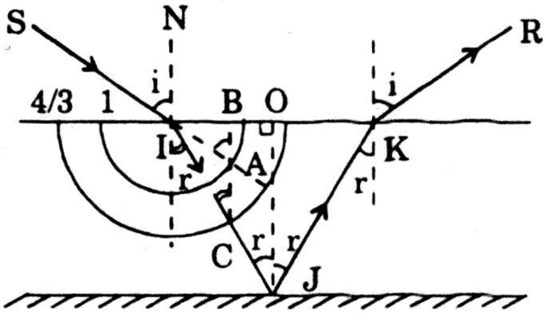
Với : $\text{tg}r = \dfrac{\sin r}{\cos r} = 0{,}625$

Vậy : $IK = 2 \times 10 \times 0{,}625 = 12{,}5$ (cm).

3. Vẽ đường đi tia sáng :

– *Cách vẽ :*

- Từ I vẽ nửa đường tròn bán kính 1 và $\frac{4}{3}$ nằm trong nước và nằm trong mặt phẳng tới SIN.
- Kéo dài SI nó cắt nửa đường tròn bán kính I tại A. Hạ AB ⊥ mặt nước, AB cắt nửa đường tròn bán kính $\frac{4}{3}$ tại C. Nối IC : đó là tia khúc xạ.



- Tia khúc xạ IC cắt gương tại J. Kẻ JO ⊥ mặt chất lỏng. Kẻ JK đối xứng với IJ qua JO, kẻ KR đối xứng với SI qua OJ; SIJKR là tia sáng phải vẽ.

- *Chứng minh :*

$$\left.\begin{array}{lll}\bullet\ \Delta IAB \text{ vuông} & \Rightarrow & \sin i = \dfrac{IB}{IA} \\ \ \ \Delta ICB \text{ vuông} & \Rightarrow & \sin r = \dfrac{IB}{IC}\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{IC}{IA} = \frac{4}{3}$$

$$\Rightarrow \quad \sin i = \frac{4}{3}\sin r \qquad (1)$$

- Mặt khác, theo phép vẽ ta thấy IJ nằm trong nước, nằm trong mặt phẳng tới và bên kia đường pháp tuyến so với tia tới SI. (2)

(1) và (2) cho ta kết luận : r là góc khúc xạ, IJ là tia khúc xạ.

- Qua gương phẳng thì JK và IJ đối xứng qua pháp tuyến JO.
- Qua phép vẽ, góc tới của tia JK là r nên góc khúc xạ là i. Như vậy KR cũng đối xứng với SI.

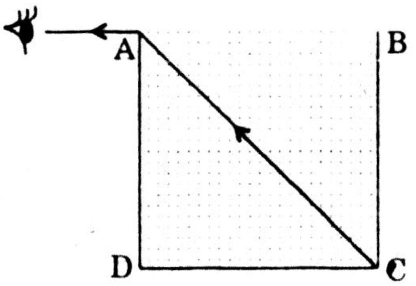
BÀI TẬP CÓ HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

7 **Cây thước cắm thẳng đứng xuống bể nước ($n = \frac{4}{3}$). Phần thước nhô ra ngoài nước là 0,3m, bóng của nó trên mặt nước dài 0,4m và dưới đáy bể dài 1,9m.**

Tia phản xạ và tia khúc xạ tại mặt nước đã hợp nhau một góc α bằng bao nhiêu ?

ĐÁP SỐ : $\alpha = 90^0$.

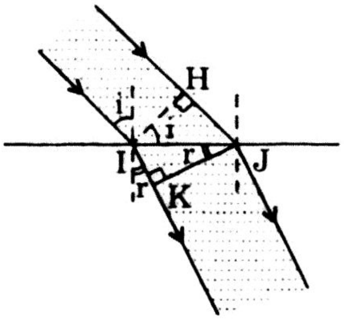
8 **Một thùng có mặt ABCD là một hình vuông (hình vẽ) vỏ thùng làm bằng kim loại. Thùng chứa đầy một chất lỏng. Một người quan sát để mắt ngang tầm với mặt thùng và nhìn thấy đỉnh C của thùng là do mắt đã nhận được tia sáng đi từ đỉnh C. Tính chiết suất chất lỏng.**



ĐÁP SỐ : $n = \sqrt{2} \approx 1,4$.

9 **Một chùm tia sáng song song truyền đến mặt nước dưới góc tới 60^0. Bề rộng chùm tia sáng là 10cm.**

Tính bề rộng của chùm tia sáng khi đi vào trong nước ($n = \frac{4}{3}$).



HƯỚNG DẪN

$$\left.\begin{array}{l}\cos i = \dfrac{IH}{IJ}\\[2mm] \cos r = \dfrac{IK}{IJ}\end{array}\right\} \Rightarrow \quad IK = IH \times \frac{\cos r}{\cos i} \approx 17{,}4\ (\text{cm}).$$

10 **Tính vận tốc của ánh sáng truyền trong môi trường nước, biết tia sáng truyền từ môi trường không khí với góc tới $i = 60^0$ thì góc khúc xạ trong nước $r = 39^036'$. Lấy vận tốc ánh sáng ngoài không khí là $C = 3.10^8$ m/s.**

HƯỚNG DẪN

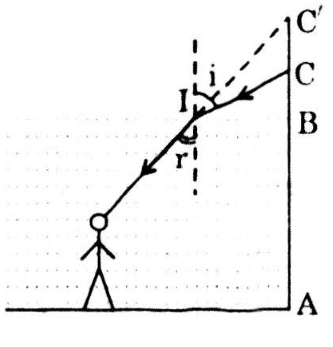
$$\frac{\sin i}{\sin r} = n_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{C}{v}$$

$$\Rightarrow \quad v = C.\frac{\sin r}{\sin i} \approx 2{,}21.10^8\ (\text{m/s}).$$

11 **Một người thợ lặn đứng ở đáy nằm ngang của một bể bơi có lớp nước dày 3m và ở cách tường 3m (tường thẳng đứng). Mắt người ấy ở độ cao 1,5m so với đáy bể. Người ấy nhìn thấy tường ở trên mặt nước có chiều cao $\frac{1}{2}$ chiều cao của phần tường ở dưới mặt nước.**

Tính độ cao thực BC của tường.

HƯỚNG DẪN



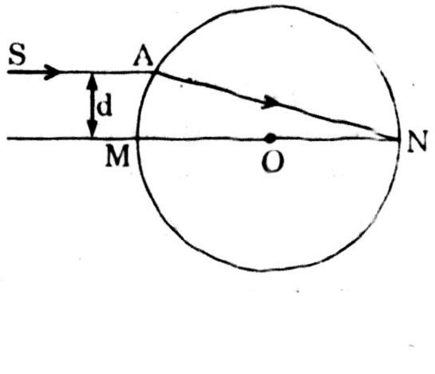
$+ \ \sin i = n \sin r = \dfrac{2\sqrt{2}}{3}.$

$+ \ BC = \dfrac{IB}{tgi} = 0{,}53\ (\text{m}).$

12 **Một quả cầu trong suốt bán kính R = 14cm, chiết suất n. Một tia sáng tới SA song song và cách đường kính MN một đoạn d = 7cm rọi vào điểm A của mặt cầu cho tia khúc xạ AN đi qua điểm N (hình vẽ).**

Xác định chiết suất n.

HƯỚNG DẪN



Kẻ thêm pháp tuyến AO.

Tính được góc tới $i = 30^0$

và góc khúc xạ $r = 15^0$.

ĐÁP SỐ : $n \approx 1{,}93$.

Chủ đề 5 HIỆN TƯỢNG PHẢN XẠ TOÀN PHẦN

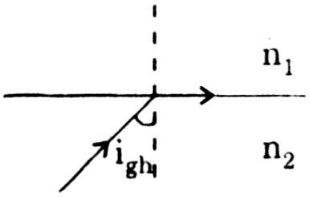
TÓM TẮT LÍ THUYẾT

1. *Điều kiện để có phản xạ toàn phần*

- Tia sáng đi từ môi trường chiết suất lớn đến bé.
- Góc tới $i > i_{gh}$ với $\sin i_{gh} = \dfrac{\text{chs bé}}{\text{chs lớn}}$

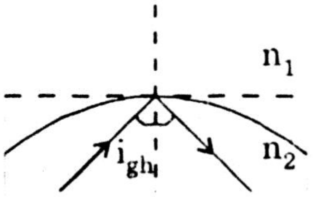
($i = i_{gh}$: hiện tượng bắt đầu xảy ra)

2. *Chú ý :* Để tia sáng không ló ra không khí :



Mặt phân cách là mặt phẳng:

$i \geqslant i_{gh}$



Mặt phân cách là mặt cầu:

$i > i_{gh}$

BÀI TẬP MẪU

DỰA VÀO HIỆN TƯỢNG PHẢN XẠ TOÀN PHẦN TÌM CHIỀU SÂU CHẬU NƯỚC

1 Thả nổi trên mặt nước một đĩa nhẹ, chắn sáng, hình tròn. Mắt người quan sát đặt trên mặt nước sẽ không thể thấy được vật sáng ở đáy chậu khi bán kính đĩa không nhỏ hơn $R_o = 20$cm. Tính chiều sâu lớp nước trong chậu, biết rằng vật và tâm đĩa nằm trên đường thẳng đứng và chiết suất nước là $n = \frac{4}{3}$.

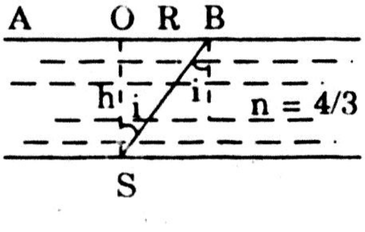
GIẢI

– Mắt không nhìn thấy vật sáng S ở đáy chậu khi không có tia sáng nào phát ra từ S ló ra ngoài không khí.

Muốn vậy : $i \geq i_{gh}$

$\sin i \geq \sin i_{gh}$

Với : • $\Delta SOB \Rightarrow \sin i = \dfrac{R}{\sqrt{R^2 + h^2}}$



- Và : $\sin i_{gh} = \dfrac{1}{n}$

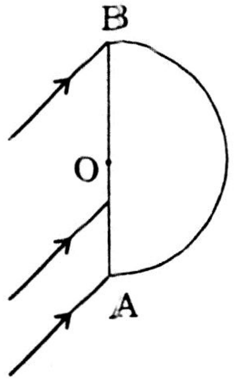
nên : $\dfrac{R}{\sqrt{R^2 + h^2}} \geq \dfrac{1}{n} \Rightarrow R \geq \dfrac{h}{\sqrt{n^2 - 1}}$

– Theo đề bài : $R \geq R_o$, Vậy : $R_o = \dfrac{h}{\sqrt{n^2 - 1}}$

$$\Rightarrow \quad h = R_o\sqrt{n^2 - 1} \approx 17,64 \text{ (cm)}.$$

KHẢO SÁT TIA SÁNG ĐI VÀO KHỐI CHẤT HÌNH BÁN TRỤ

2 **Cho một khối trong suốt hình bán trụ có tiết diện thẳng là một nửa hình tròn, tâm O, bán kính R, đường kính là AB. Chiết suất của khối đó là $n = 1,414 = \sqrt{2}$. Chiếu một chùm tia sáng song song, đơn sắc, hẹp, có dạng một dải sáng nằm trong một tiết diện thẳng của khối đó, vào mặt phẳng dưới góc tới 45°.**

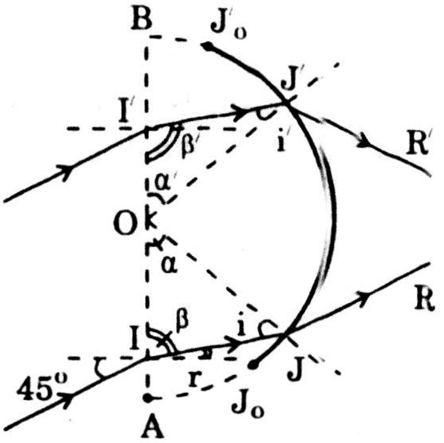


1. **Xác định vùng trên mặt trụ có tia sáng ló ra.**
2. **Gọi S_1I_1 là một tia sáng trong chùm có tia ló ra khỏi mặt trụ theo phương song song với tia tới. Xác định vị trí của điểm tới I_1.**
3. **Gọi S_2A là một tia sáng trong chùm tia tới nằm rất gần mép A của khối chất. Hãy xác định đường đi của tia sáng này sau đó.**

GIẢI

1. ***Vùng trên mặt trụ có tia sáng ló ra :***

a) ***Điểm tới I nằm giữa O – A :***



+ Định luật khúc xạ tại I :

$$1 \times \sin 45^\circ = \sqrt{2} \sin r$$

$$\Rightarrow \quad r = 30^\circ \quad \Rightarrow \quad \beta = 60^\circ$$

+ $\Delta OIJ \Rightarrow i = 180^\circ - (\alpha + \beta) = 120^\circ - \alpha$

+ Có : $\sin i_{gh} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow i_{gh} = 45^\circ$

+ Để tia sáng ló ra khỏi mặt trụ :

$$i = 120^\circ - \alpha \leq i_{gh} = 45^\circ$$

$$\alpha \geq 75^\circ \quad \text{hay số đo } \overset{\frown}{AJ} \geq 75^\circ.$$

b) ***Điểm tới I' nằm giữa O – B :***

Tương tự như trên : $B' = 120^\circ$

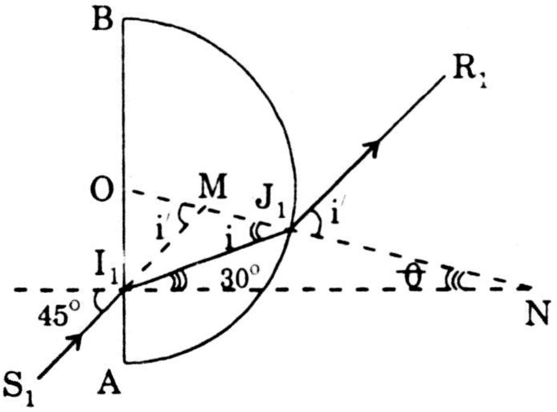
$$i' = 180^\circ - (\beta' + \alpha') = 60^\circ - \alpha' \le i_{gh} = 45^\circ$$

$$\Rightarrow \quad \alpha' \ge 15^\circ$$

Vậy : Vùng trên mặt trụ có tia sáng ló ra là $\overset{\frown}{J'_0J_0}$ được xác định bởi $\overset{\frown}{AJ_0} = 75^\circ$ và $\overset{\frown}{BJ'_0} = 15^\circ$.

2. Vị trí điểm tới I_1 để $S_1I_1 \,//\, J_1R_1$:

- Giả sử có tia sáng $S_1I_1J_1R_1$ thỏa mãn $S_1I_1 \,//\, J_1R_1$ và gọi θ là góc hợp bởi hai đường pháp tuyến tại I_1 và J_1.
- Dựa vào hình vẽ :



- $\Delta I_1MN \quad \Rightarrow \quad i' = 45^\circ + \theta$
- $\Delta I_1J_1N \quad \Rightarrow \quad i = 30^\circ + \theta$
- Định luật khúc xạ tại J_1 :

$$\sin i' = \sqrt{2}\sin i$$

$$\sin(45^\circ + \theta) = \sqrt{2}\sin(30^\circ + \theta)$$

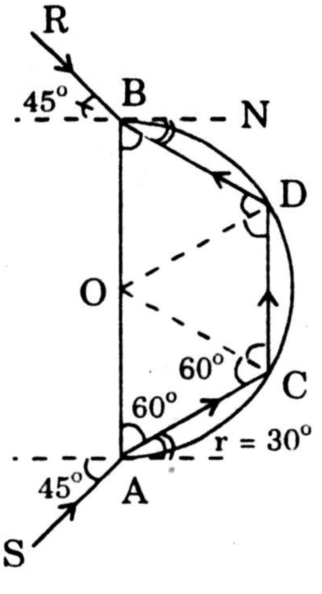
$$\Rightarrow \quad \left(\sqrt{3} - 1\right)\sin\theta = 0$$

$$\sin\theta = 0$$

θ = 0 : $OJ_1 \,//$ pháp tuyến tại I_1, nên ΔOI_1J_1 vuông tại O.

- $\text{tg}\,\widehat{OI_1J_1} = \dfrac{OJ_1}{OI_1} \quad \Rightarrow \quad OI_1 = \dfrac{OJ_1}{\text{tg}\widehat{OI_1J_1}} = \dfrac{R}{\sqrt{3}}$.

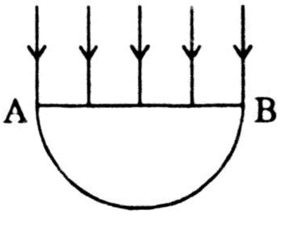
3. Vẽ tiếp đường đi của tia tới SA :



- Tia tới SA có tia khúc xạ AC với góc khúc xạ r = 30° nên $\widehat{OAC} = 60^\circ$.
- Góc tới $\widehat{ACO} = 60^\circ > i_{gh} = 45^\circ$ nên có tia sáng phản xạ toàn phần là CD đến gặp mặt trụ dưới góc tới $\widehat{COD} = 60^\circ > i_{gh}$ nên tiếp tục bị phản xạ toàn phần và gặp mặt AB dưới góc tới $\widehat{DBN} = 30^\circ$ và ló ra theo phương BR với góc ló 45°.

CHÙM SÁNG SONG SONG CHIẾU ĐẾN BÁN CẦU KHI LÓ RA SẼ TẠO THÀNH VỆT SÁNG LÀ ĐOẠN THẲNG

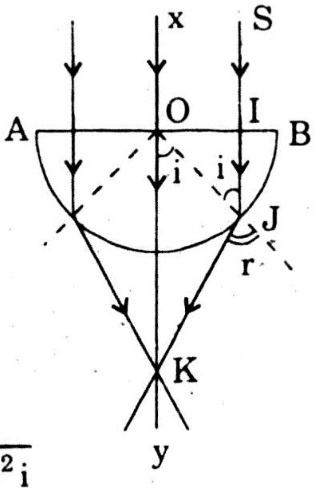
$\boxed{3}$ **Cho một khối thủy tinh hình bán cầu bán kính R = 10cm, chiết suất n = 1,5. Chiếu một chùm sáng song song vào mặt phẳng AB theo phương vuông góc với mặt đó và phủ kín mặt đó (hình vẽ).**



Chứng tỏ rằng chùm sáng ló ra khỏi mặt cầu đã tạo thành một vệt sáng có dạng một đoạn thẳng nằm dọc theo một đường kính của mặt cầu vuông góc với mặt phẳng AB. Xác định rõ đoạn thẳng đó.

GIẢI

- Xét tia sáng SI chiếu đến vuông góc với mặt AB, tia này đến gặp mặt cầu tại J dưới góc tới $i \le i_{gh}$ và ló ra cắt đường kính $xy \perp AB$ tại K. Vì lí do đối xứng sẽ có nhiều tia SI như vậy, các tia này nằm trên mặt trụ có trục là xy và cách đều O. Tất cả các tia ló cùng qua K và tạo thành điểm sáng K trên xy. Ta đi tính OK.



- ΔOJK cho : $\dfrac{OK}{\sin\widehat{OJK}} = \dfrac{OJ}{\sin\widehat{OKJ}}$

$$\Rightarrow \quad OK = OJ.\frac{\sin\widehat{OJK}}{\sin\widehat{OKJ}}$$

Với :
- $OJ = R$
- $\sin\widehat{OJK} = \sin(\pi - r) = \sin r = n\sin i$
- $\sin\widehat{OKJ} = \sin(r - i) = \sin r.\cos i - \sin i.\cos r$

$$= n\sin i\sqrt{1-\sin^2 i} - \sin i\sqrt{1-n^2\sin^2 i}$$

$$= \sin i\left(n\sqrt{1-\sin^2 i} - \sqrt{1-n^2\sin^2 i}\right)$$

Vậy : $OK = R\dfrac{n\sin i}{\sin i\left(n\sqrt{1-\sin^2 i} - \sqrt{1-n^2\sin^2 i}\right)}$

Với $\sin i \ne 0$: $OK = R\dfrac{n}{n\sqrt{1-\sin^2 i} - \sqrt{1-n^2\sin^2 i}}$

$$OK = R.n\frac{n\sqrt{1-\sin^2 i} - \sqrt{1-n^2\sin^2 i}}{n^2 - 1}$$

- Khi i thay đổi thì OK thay đổi theo, tức có nhiều điểm K.
  - Khi $i \to 0$: $OK \to \quad OK_1 = Rn\dfrac{n+1}{n^2-1} = \dfrac{Rn}{n-1} \quad \Rightarrow \quad OK_1 = 30$ (cm).
  - Khi $i = i_{gh}$ $\left(\sin i_{gh} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)$

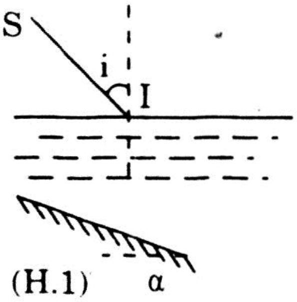
$$OK = OK_2 = \frac{Rn}{\sqrt{n^2 - 1}} \quad \Rightarrow \quad OK_2 \approx 13{,}4 \text{ (cm)}$$

Tóm lại : Các tia ló đã tạo thành vệt sáng là đoạn thẳng K_1K_2.

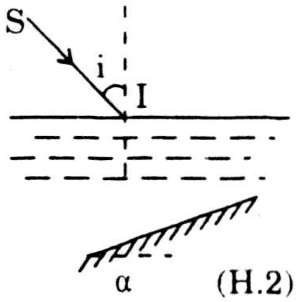
CHÙM PHẢN XẠ TRÊN GƯƠNG PHẲNG ĐẶT NGHIÊNG TRONG CHẤT LỎNG KHÔNG LÓ RA KHÔNG KHÍ

4 **Một chùm tia sáng hẹp đơn sắc SI chiếu đến bề mặt một chất lỏng chiết suất n = 1,5 dưới góc tới i = 45°.**

Chùm sáng khúc xạ vào chất lỏng gặp một gương phẳng nghiêng với mặt nằm ngang một góc α, mặt phản xạ hướng về mặt thoáng chất lỏng (H.1 - H.2).



(H.1)

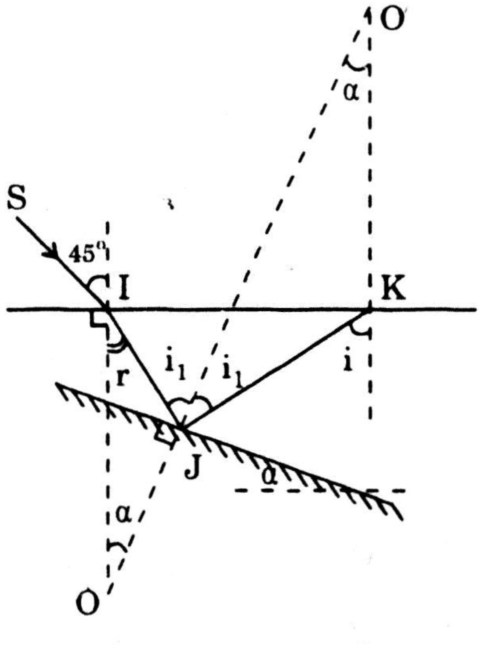


(H.2)

Gọi α_m là góc nhỏ nhất tạo bởi gương và mặt nằm ngang để chùm tia sau khi phản xạ trên gương không ló ra được ngoài không khí. Tính $\sin\alpha_m$ trong mỗi trường hợp.

GIẢI

(H.1) :



- $\Delta JKO'$: $i = i_1 + \alpha$ (1)

  ΔJIO : $i_1 = \alpha + r$ (2)

  (1) + (2) $\Rightarrow$ $i = 2\alpha + r$

  Với α_m $\Leftrightarrow$ $i_m = 2\alpha_m + r$

- Điều kiện để tia sáng JK không ló ra không khí :

$$i \geq i_{gh}$$

$$i_m = i_{gh}$$

hay : $2\alpha_m + r = i_{gh}$

$$2\alpha_m = i_{gh} - r$$

$$\cos 2\alpha_m = \cos i_{gh}.\cos r + \sin i_{gh}.\sin r \qquad (3)$$

- Định luật khúc xạ tại I :

$$1 \times \sin 45^\circ = 1 \times 5 \sin r \quad \Rightarrow \quad \sin r = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$\Rightarrow \quad \cos r = \sqrt{1 - \sin^2 r} = \frac{\sqrt{7}}{3}$$

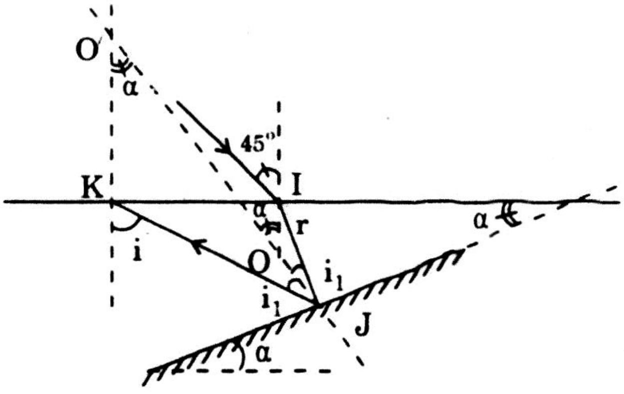
Và : $\sin i_{gh} = \dfrac{1}{1{,}5} = \dfrac{2}{3}$

$$\cos i_{gh} = \sqrt{1 - \sin^2 i_{gh}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$(3) \Rightarrow \quad \cos 2\alpha_m = \frac{\sqrt{35} + 2\sqrt{2}}{9} \approx 0{,}97$$

hay : $1 - 2\sin^2\alpha_m = 0{,}97 \quad \Rightarrow \quad \sin\alpha_m \approx 0{,}122$

(H.2) :



- $\Delta JKO'$: $i = \alpha + i_1 \quad (4)$

  ΔJIO : $\alpha = r + i_1 \quad (5)$

  $(4) - (5) \Rightarrow \quad i = 2\alpha - r$

  $\alpha_m \Leftrightarrow \quad i_m = 2\alpha_m - r$

- Điều kiện để tia sáng JK không ló ra không khí :

  $i \geq i_{gh}$

  $i_m = i_{gh}$

  hay : $2\alpha_m - r = i_{gh}$

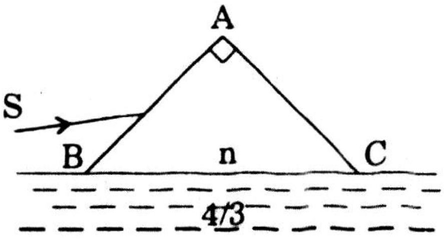
  $2\alpha_m = i_{gh} + r$

$$\cos 2\alpha_m = \cos i_{gh}.\cos r - \sin i_{gh}.\sin r = \frac{\sqrt{35} - 2\sqrt{2}}{9} \approx 0{,}343$$

$\Rightarrow \quad \sin\alpha_m \approx 0{,}573.$

HIỆN TƯỢNG PHẢN XẠ TOÀN PHẦN TRONG LĂNG KÍNH

5 **Một lăng kính chiết suất n, tiết diện thẳng là một tam giác vuông cân ABC với AB = AC = a; $\widehat{A} = 90°$. Cạnh đáy BC đặt tiếp xúc với mặt nước (chiết suất $\frac{4}{3}$).**



Tia tới SI đơn sắc song song với mặt đáy BC, sau khi khúc xạ vào lăng kính sẽ gặp đáy BC.

a) Tìm điều kiện của AI theo a và n.

b) Để tia sáng không đi vào nước sau khi gặp đáy BC, chứng tỏ rằng chiết suất n phải có giá trị bé nhất là n_o. Tính n_o.

c) Với n = $\sqrt{2}$, chứng tỏ tia ló ra khỏi lăng kính song song với tia tới SI.

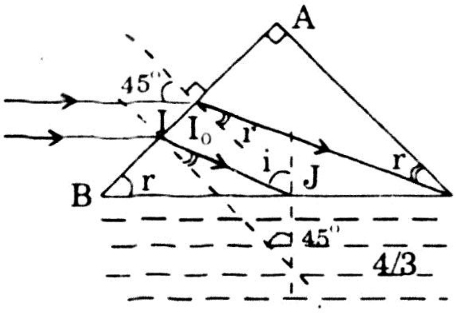
GIẢI

a) Điều kiện của AI :

– Gọi I_o là điểm tới trên mặt AB sao cho tia khúc xạ đi qua C.

ΔAI_oC vuông $\Rightarrow$ $AI_o = AC \times \text{tg}r$ (1) với r là góc khúc xạ.

- Định luật khúc xạ tại I_o : $1 \times \sin 45^\circ = n\sin r$



$$\Rightarrow \quad \sin r = \frac{\sqrt{2}}{2n}$$

$$\Rightarrow \quad \cos r = \sqrt{1 - \sin^2 r} = \frac{\sqrt{2n^2 - 1}}{n\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \quad \mathrm{tg}r = \frac{\sin r}{\cos r} = \frac{1}{\sqrt{2n^2 - 1}}$$

$$(1) \quad \Rightarrow \quad AI_o = a \times \frac{1}{\sqrt{2n^2 - 1}}$$

Vậy : $AI \geq AI_o = \dfrac{a}{\sqrt{2n^2 - 1}}$.

b) Chứng tỏ $n \geq n_o$ – Tính n_o :

- Để tia sáng IJ đến gặp mặt BC không đi vào nước thì :

$$i = 45^\circ + r \;\geq\; i_{gh}$$

$$\sin(45^\circ + r) \geq \sin i_{gh} = \frac{\frac{4}{3}}{n}$$

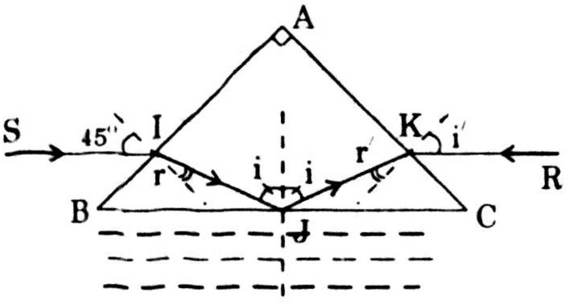
$$\frac{\sqrt{2}}{2}(\sin r + \cos r) \;\geq\; \frac{4}{3n}$$

Thay $\begin{cases} \sin r = \dfrac{\sqrt{2}}{2n} \\ \cos r = \dfrac{\sqrt{2n^2 - 1}}{n\sqrt{2}} \end{cases}$ ta được : $\dfrac{1}{2n} + \dfrac{\sqrt{2n^2 - 1}}{2n} \geq \dfrac{4}{3n}$

$$\Rightarrow \quad 1 + \sqrt{2n^2 - 1} \geq \frac{8}{3} \quad \Rightarrow \quad n \geq \frac{\sqrt{17}}{3} = n_o$$

Vậy : $n_o = \dfrac{\sqrt{17}}{3} \approx 1{,}374$.

c) Tia ló ra khỏi lăng kính song song với tia tới SI :



- Với $n = \sqrt{2}$ thì : $\sin r = \dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow \quad r = 30^\circ$

$\Rightarrow \quad i = 45^\circ + r = 75^\circ$

$\Rightarrow \quad \widehat{KJC} = 15^\circ \Rightarrow \widehat{JCK} = 120^\circ$

$\Rightarrow \quad r' = 30^\circ \quad \Rightarrow \quad i' = 45^\circ$

tức : KR // BC // SI.

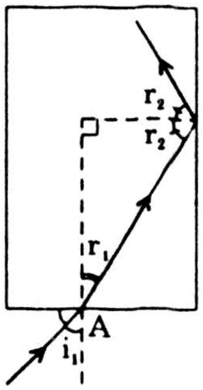
BÀI TẬP CÓ HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

6 **Chiết suất của benzen là 1,8 và của thủy tinh là 1,5. Tính góc tới giới hạn đối với tia sáng truyền trong benzen đến gặp bản thủy tinh đặt trong benzen.**

ĐÁP SỐ : $i_{gh} = 56^0 30'$.

7 **Một tia sáng đơn sắc đi từ không khí tới một điểm A của mặt đáy một khối thủy tinh hình hộp chữ nhật với góc tới $i_1 = 45^0$ và phản xạ toàn phần tại điểm B trên mặt bên của khối thủy tinh đó. Biết rằng mặt phẳng tới vuông góc với mặt đáy.**

Hỏi chiết suất của thủy tinh phải có giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu ?

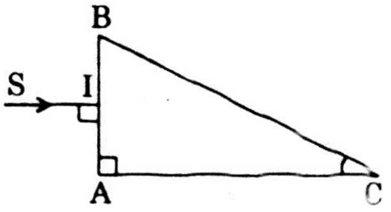


HƯỚNG DẪN

$$\begin{cases} \cos r_1 = \sin r_2 \geq \dfrac{1}{n} \\ \sin r_1 = \dfrac{1}{\sqrt{2}.n} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad n_{(min)} = \sqrt{1,5}\,.$$

8 **Tia sáng SI vuông góc với mặt bên AB của một lăng kính thủy tinh (n = 1,5). Tính giá trị lớn nhất của góc $\hat{C}$ để tia sáng bị phản xạ toàn phần tại mặt bên BC.**

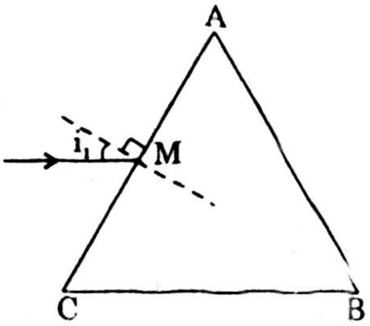


HƯỚNG DẪN

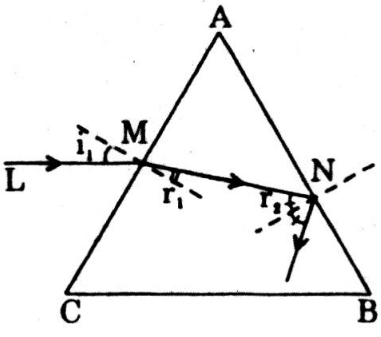
$$\sin \hat{A} \geq \frac{1}{n} \quad \Rightarrow \quad \hat{A} \geq 41^0 48'$$

$$\Rightarrow \quad \hat{C}_{(max)} = 48^0 12'.$$

9 **Cho một lăng kính tiết diện tam giác đều ABC có chiết suất n = 1,556. Tìm điều kiện của góc tới i_1 để có phản xạ toàn phần trên mặt AB (hình vẽ).**



HƯỚNG DẪN



$$\begin{cases} \sin r_1 \leq \sin(A - i_{gh}) \\ \sin i_1 = n \sin r_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad i_1 = 32^0.$$

Chủ đề 6 LƯỠNG CHẤT PHẲNG

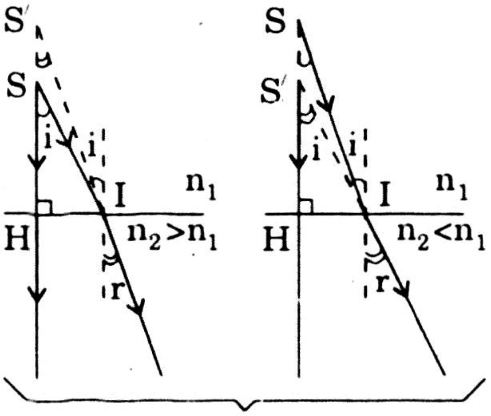
TÓM TẮT LÍ THUYẾT

1. Định nghĩa

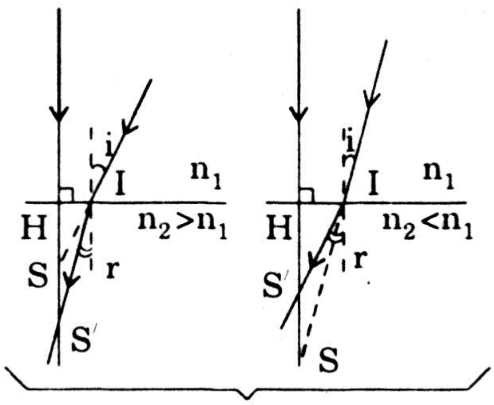
Lưỡng chất phẳng là quang hệ gồm hai môi trường trong suốt phân cách nhau bởi một mặt phẳng.

2. Ảnh qua lưỡng chất phẳng

Để có ảnh rõ nét ta thường để ý các tia sáng đến dưới góc tới rất bé.



Vật thật - Ảnh ảo



Vật ảo - Ảnh thật

3. Công thức

Với các góc i và r bé, ta có :

- $\Delta HSI \Rightarrow \quad tgi \approx i = \dfrac{HI}{HS}$
- $\Delta HS'I \Rightarrow \quad tgi \approx r = \dfrac{HI}{HS'}$

$$\Rightarrow \frac{i}{r} = \frac{HS'}{HS} \qquad (1)$$

- Định luật khúc xạ : $n_1 . i \approx n_2 . r \Rightarrow \dfrac{i}{r} \approx \dfrac{n_2}{n_1}$ (2)

(1) và (2) cho : $\dfrac{HS'}{HS} = \dfrac{n_2}{n_1}$.

BÀI TẬP MẪU

KHOẢNG CÁCH BIỂU KIẾN GIỮA CÁ VÀ NGƯỜI QUA LƯỠNG CHẤT PHẲNG NƯỚC - KHÔNG KHÍ

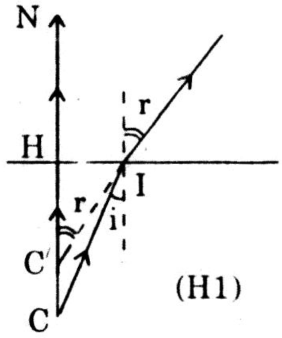
1 **Mắt người và mắt cá cùng nằm trên đường thẳng đứng. Mắt người ngoài không khí, mắt cá dưới nước và cùng cách mặt nước 100cm. Chiết suất nước là $\frac{4}{3}$. Hỏi người nhìn thấy cá và cá nhìn thấy người có**

cùng khoảng cách không ? Thiết lập công thức tính các khoảng cách biểu kiến ấy.

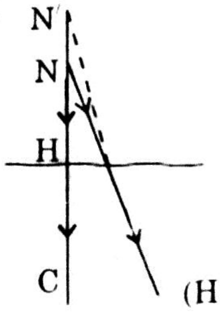
GIẢI

- *Người nhìn thấy cá* (H1) : Vì mắt người nhìn theo phương vuông góc với mặt nước nên sẽ nhận được một chùm sáng hẹp phát ra từ cá chiếu lên mặt nước theo phương thẳng đứng.

  Chùm sáng này do bị khúc xạ thì ló ra không khí nên tựa như phát ra từ C'.



(H1)



(H2)

  Vì vậy người tựa như thấy cá ở C' gần mặt nước hơn.

- *Cá nhìn thấy người* (H2) : Tương tự như trên, cá nhìn thấy người tựa như ở N' xa mặt nước hơn.

  Vậy : Người nhìn thấy cá và cá nhìn thấy người không cùng khoảng cách.

- *Khoảng cách biểu kiến từ người tới cá (NC')* :

$$(H1):\ \left.\begin{aligned} &\Delta HIC \quad \Rightarrow \quad \mathrm{tg}i \approx i = \frac{HI}{HC} \\ &\Delta HIC' \quad \Rightarrow \quad \mathrm{tg}r \approx r = \frac{HI}{HC'} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{i}{r} = \frac{HC'}{HC} \qquad (1)$$

$$\text{Định luật khúc xạ tại I :}\quad \frac{4}{3} \times i \approx r \quad \Rightarrow \quad \frac{i}{r} = \frac{3}{4} \qquad (2)$$

$$\text{(1) và (2) cho :}\quad \frac{HC'}{HC} = \frac{3}{4} \quad \Rightarrow \quad HC' = \frac{3}{4}HC = 75\,(\text{cm})$$

Khoảng cách biểu kiến từ người tới cá : $NC' = NH + HC' = 175$ (cm)

- *Khoảng cách biểu kiến từ cá tới người (CN')* :

$$\text{Tương tự :}\quad \frac{HN'}{HC} = \frac{4}{3} \quad \Rightarrow \quad HN' = \frac{4}{3}HN \approx 133{,}3\ (\text{cm})$$

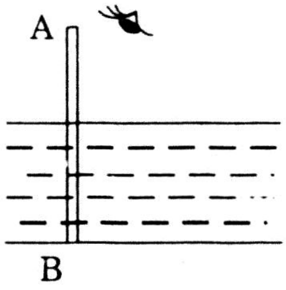
$$CN' = CH + HN' \approx 233{,}3\ (\text{cm}).$$

ẢNH DO HIỆN TƯỢNG PHẢN XẠ VÀ KHÚC XẠ TẠI MẶT NƯỚC – ẢNH QUA HỆ HAI LƯỠNG CHẤT PHẲNG

$\boxed{2}$ **Một thước kẻ AB = 28cm cắm thẳng đứng xuống chậu nước. Đầu B sát đáy chậu, đầu A ngoài không khí. Đặt mắt ngoài không khí và nhìn nước theo phương gần vuông góc với mặt nước thì người ấy thấy ảnh của đầu A nằm dưới ảnh của đầu B 2cm (hình vẽ).**

1. Hỏi chiều sâu lớp nước, biết chiết suất của nước là $n_1 = \frac{4}{3}$.

2. Đổ thêm vào chậu một chất lỏng khác nhẹ hơn và không trộn lẫn với nước nên nó tạo thành một lớp riêng ở trên có bề dày 12cm. Hỏi chiều dài biểu kiến của thước, biết chiết suất chất lỏng là $n_2 = 1,5$.

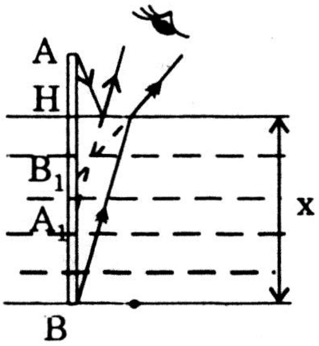


GIẢI

1. Chiều sâu lớp nước :

- Chùm sáng hẹp phát ra từ đầu A chiếu xuống mặt nước một phần bị phản xạ (một phần còn lại bị khúc xạ vào nước) tạo ảnh A_1 đối xứng với A qua mặt nước nên : $HA_1 = HA = 28 - x$ (cm).
- Chùm sáng hẹp phát ra từ đầu B chiếu lên mặt nước dưới góc tới bé, một phần ló ra không khí (phần còn lại bị phản xạ trở lại nước) tạo ảnh ảo B_1 cho bởi : $\dfrac{HB_1}{HB} = \dfrac{1}{\frac{4}{3}}$

$$HB_1 = \frac{3}{4}HB = \frac{3}{4}x$$



- Theo đề : $HA_1 - HB_1 = 2$cm

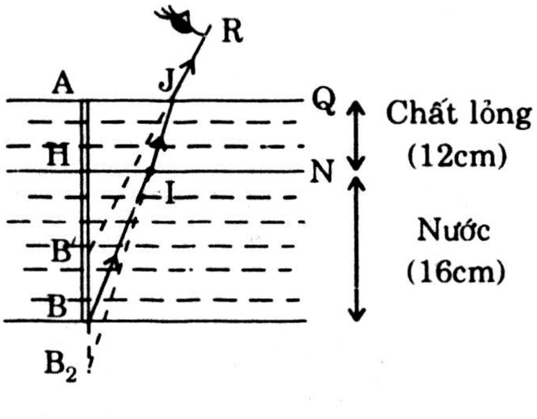
$$(28 - x) - \frac{3}{4}x = 2 \quad \Rightarrow \quad x = 16 \text{ (cm)}.$$

2. Chiều dài biểu kiến của thước :

- Chùm sáng hẹp BI khi đi vào chất lỏng bị khúc xạ thành tia IJ và tạo ảnh B_2, sau đó bị khúc xạ tại mặt thoáng chất lỏng thành tia JR và tạo ảnh B'. Chùm ló ra không khí đập vào mắt nên mắt nhìn thấy đầu thước tựa như ở B', do đó chiều dài biểu kiến của thước là AB'.
- B_2 là ảnh của B qua lưỡng chất phẳng MN nên :

$$\frac{HB_2}{HB} = \frac{1,5}{\frac{4}{3}}$$

$$\Rightarrow HB_2 = \frac{3 \times 1,5}{4} \times HB = 18\text{(cm)}$$



- B' là ảnh của B_2 qua lưỡng chất phẳng PQ nên : $\dfrac{AB'}{AB_2} = \dfrac{1}{1,5}$

$$\Rightarrow AB' = \frac{1}{1,5}.AB_2 \qquad \text{với} \qquad AB_2 = AH + HB_2 = 30 \text{ (cm)}$$

$$AB' = 20 \text{ (cm)}.$$

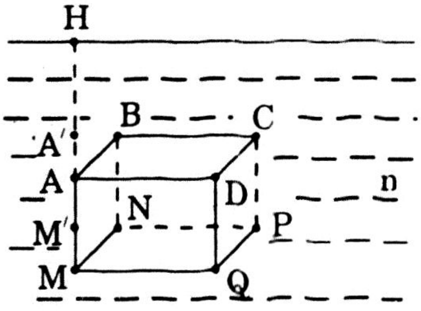
THỂ TÍCH ẢNH KHỐI LẬP PHƯƠNG TRONG CHẤT LỎNG – ẢNH QUA HỆ LƯỠNG CHẤT PHẲNG – GƯƠNG PHẲNG

3 **1. Một khối lập phương cạnh 6cm được nhúng vào chất lỏng sao cho mặt trên song song với mặt thoáng chất lỏng thì thể tích của ảnh là 162cm³. Tính chiết suất chất lỏng.**

2. Đổ chất lỏng trên vào một chậu có đáy là gương phẳng nằm ngang sao cho chiều sâu chất lỏng là 1,20m. Một người đặt mắt trong không khí và cách mặt chất lỏng là 1,20m. Hỏi người ấy nhìn thấy ảnh cách xa mình bao nhiêu ?

GIẢI

1. *Chiết suất chất lỏng :*



Gọi A'B'C'D'M'N'Q'P' là ảnh của hình lập phương qua lưỡng chất phẳng.

- 2 mặt đáy ABCD và MNPQ song song với mặt thoáng nên ảnh của chúng là A'B'C'D' và M'N'P'Q' vẫn giữ nguyên kích thước nhưng dịch về gần mặt chất lỏng hơn.

Riêng các cạnh đứng AM, BN, CP, DQ thay đổi kích thước.

- Gọi A', M' là ảnh của A, M qua lưỡng chất phẳng, ta có :

$$\frac{HA'}{HA} = \frac{HM'}{HM} = \frac{1}{n}$$

$$\Rightarrow \quad HA' = \frac{HA}{n} \quad \text{và} \quad HM' = \frac{HM}{n}$$

$$\Rightarrow \quad A'M' = HM' - HA' = \frac{1}{n}(HM - HA) = \frac{AM}{n}$$

Vậy thể tích của ảnh : $V' = A'B' \times B'C' \times A'M' = 6 \times 6 \times \frac{6}{n} = \frac{216}{n}$

Theo đề : $V' = \frac{216}{n} = 162\text{cm}^3 \quad \Rightarrow \quad n = \frac{4}{3}$

2. *Khoảng cách từ mắt tới ảnh qua hệ lưỡng chất phẳng – gương :*

- Lưỡng chất phẳng XY cho O một ảnh ảo O_1 mà :

$$\frac{HO_1}{HO} = \frac{\frac{4}{3}}{1} \quad \Rightarrow \quad HO_1 = \frac{4}{3}HO = 1{,}6\ (m)$$

- O_1 là vật thật đối với gương phẳng nên cho ảnh ảo O_2 mà :

$$KO_2 = KO_1 = KH + HO_1 = 1{,}2 + 1{,}6 = 2{,}8\ (m)$$

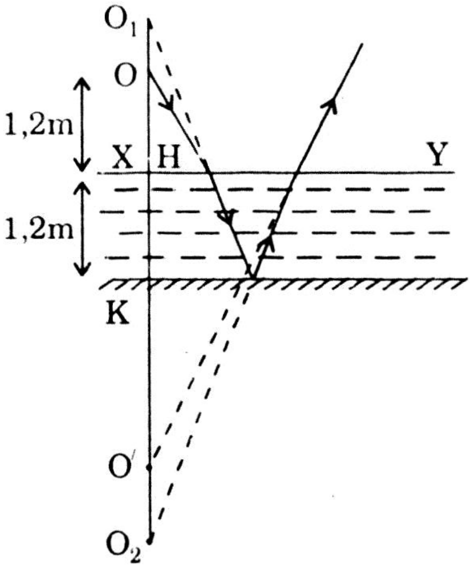
- O_2 là vật thật đối với lưỡng chất phẳng XY nên cho ảnh ảo O′ mà :

$$\frac{HO'}{HO_2} = \frac{1}{\frac{4}{3}}$$

$$\Rightarrow \quad HO' = \frac{3}{4}HO_2 = \frac{3}{4}(HK + KO_2) = 3\ (m)$$

- Chùm sáng ló ra không khí đập vào mắt nên mắt thấy ảnh O′ với :

$$OO' = OH + HO' = 4,2\ (m).$$



HỆ THỐNG LƯỠNG CHẤT PHẲNG - GƯƠNG PHẲNG CÓ TÁC DỤNG NHƯ GƯƠNG PHẲNG

4 **Một chậu chứa nước mà lớp nước có độ sâu là h, chiết suất nước là n và đáy chậu là một gương phẳng nằm ngang.**

1. Chứng tỏ rằng chậu nước nói trên có tác dụng như một gương phẳng mà ta cần xác định vị trí.

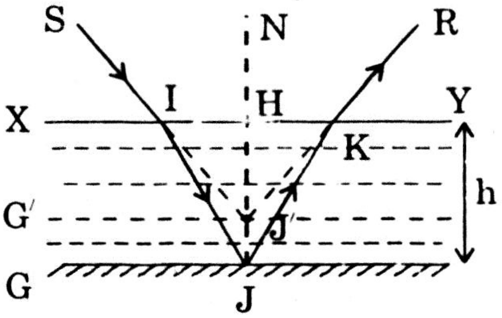
2. Phía trên và cách mặt nước khoảng h ta đặt điểm sáng S. Gọi S′ là ảnh của S qua hệ. Tính SS′.

Áp dụng số : $n = \frac{4}{3}$; $h = 1,2m$.

GIẢI

1. Chậu nước có đáy là gương phẳng nằm ngang có tác dụng như gương phẳng :

- Chiếu tia tới SI đến mặt nước, tia này bị khúc xạ, sau đó bị phản xạ trên gương phẳng và ló ra không khí theo phương KR. Tia tới SI và tia ló KR đối xứng qua pháp tuyến JN nên chúng kéo dài cắt nhau tại J′ trên JN. Vậy tia sáng SI tựa như bị phản xạ tại J′. (H1)



(H1)

- Mặt khác, theo phép vẽ thì J′ là ảnh của J qua lưỡng chất phẳng XY nên : $HJ' = \frac{HJ}{n} = \frac{h}{n}$ = không đổi.

J′ nằm trên G′ là ảnh của gương phẳng G qua lưỡng chất phẳng.

- Tóm lại : Chậu nước có gương phẳng nằm ngang ở đáy tác dụng giống như gương phẳng G$'$ đặt gần nước hơn và cách mặt nước khoảng $HJ' = \frac{h}{n}$.

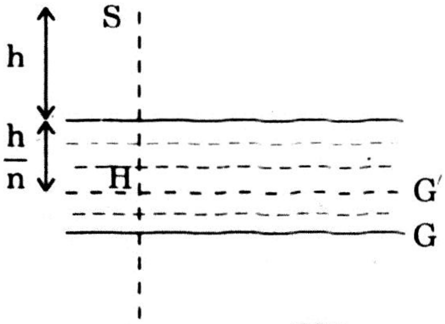
2. *Tính SS$'$:*

- Ảnh của S qua hệ lưỡng chất phẳng - gương phẳng giống như ảnh qua gương G$'$. (H2)

  Vậy : $SS' = 2H'S = 2h\left(1 + \frac{3}{4}\right)$

- Áp dụng số :

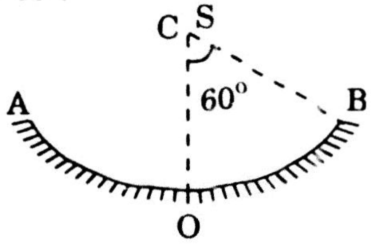
$$SS' = 2 \times 1{,}2\left(1 + \frac{3}{4}\right) = 4{,}2 \text{ (m)}.$$



(H2)

ẢNH QUA HỆ LƯỠNG CHẤT PHẲNG – GƯƠNG CẦU LÕM

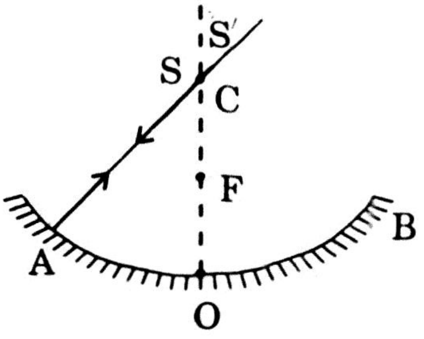
5 **Một điểm sáng S đặt tại tâm gương cầu lõm bán kính R, trục chính thẳng đứng, mặt phản xạ hướng lên trên, $\widehat{OCB} = 60°$.**



1. **Xác định vị trí ảnh S$'$ của S. Vẽ ảnh.**
2. **Ảnh của S sẽ dịch chuyển đi bao nhiêu khi đổ đầy nước vào gương cầu, biết chiết suất nước là $n = \frac{4}{3}$.**

GIẢI

1. *Vị trí ảnh S$'$ của S qua gương cầu :*



- Tiêu cự gương : $f = \frac{R}{2}$
- Vị trí ảnh S$'$: $d' = \overline{OS'} = \frac{d \times f}{d - f}$

  Với $d = \overline{OS} = R$

  $d' = R$: $S' \equiv S$ tại tâm C của gương.

- S nằm ngay tâm C nên tia sáng phát ra từ S tới gương cũng là tia qua tâm C, nên tia phản xạ cũng qua tâm C.

  Vậy tâm C chính là vị trí ảnh của S$'$.

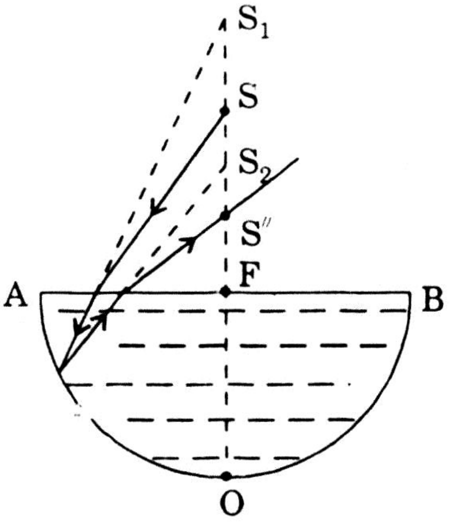
2. *Độ dịch chuyển của ảnh khi đổ đầy nước :*

- ΔSOB đều mà $AB \perp SO$ nên AB qua trung điểm F của SO.
- S là vật thật của lưỡng chất phẳng AB nên cho ảnh ảo S_1 :

$$\frac{FS_1}{FS} = \frac{\frac{4}{3}}{1} \quad \Rightarrow \quad FS_1 = \frac{4}{3}FS = \frac{2R}{3}$$

- S_1 là vật thật của gương cầu lõm nên cho ảnh S_2 :

$$\underbrace{S_1}_{d_1} \xrightarrow{GC} \underbrace{S_2}_{d'_1}$$



Với : $d_1 = \overline{OS_1} = \overline{OF} + \overline{FS_1} = \dfrac{7R}{6}$

Và : $d'_1 = \overline{OS_2} = \dfrac{d_1 f}{d_1 - f} = \dfrac{7R}{8}$

- S_2 là vật ảo của lưỡng chất phẳng AB nên cho ảnh thật S'':

$$\frac{FS''}{FS_2} = \frac{1}{\frac{4}{3}} \Rightarrow \quad FS'' = \frac{3}{4} FS_2$$

Với : $FS_2 = OS_2 - OF = \dfrac{3R}{8}$ nên : $FS'' = \dfrac{9R}{32}$.

Vậy khi đổ đầy nước, ảnh đã dịch từ S' xuống S'' với :

$$S'S'' = FS' - FS'' = \frac{7R}{32}.$$

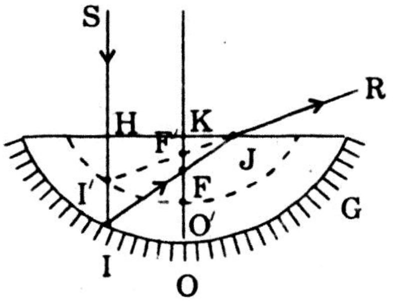
"GƯƠNG LÕM TƯƠNG ĐƯƠNG" CỦA HỆ THỐNG LƯỠNG CHẤT PHẲNG - GƯƠNG LÕM

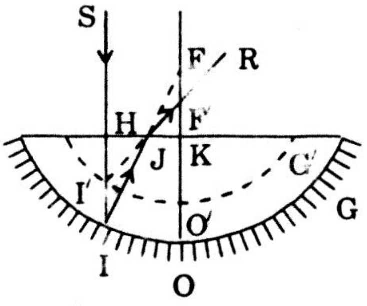
6 **Một gương lõm tiêu cự f có trục thẳng đứng và chứa chất lỏng chiết suất n, bề dày chất lỏng tại đỉnh gương là h.**

1. **Chứng tỏ ta có thể thay thế gương lõm chứa chất lỏng nói trên bằng 1 gương lõm (gọi là gương lõm tương đương). Xác định vị trí đỉnh gương và tiêu cự của gương lõm tương đương.**
2. **Vật sáng AB = 2cm đặt vuông góc với trục chính và cách đỉnh gương 62cm. Dựa vào kết quả tìm được ở câu 1, xác định vị trí, tính chất và độ lớn ảnh A'B' qua gương lõm chứa chất lỏng. Biết f = 30cm, n = 1,5 và h = 6cm. Nghiệm lại bằng cách tính khác.**

GIẢI

1. Xác định "gương lõm tương đương" :





- Chiếu chùm sáng hẹp SH song song trục chính của gương, tia này đi thẳng đến gặp gương cầu tại I. Tia phản xạ IJ đi qua tiêu điểm F của gương cầu. Tia ló JR kéo dài cắt tia tới SH tại I'. Tia SH tựa như bị phản xạ tại I'.

  Mặt khác, I' là ảnh của I qua lưỡng chất phẳng nên : $HI' = \dfrac{HI}{n}$.

  Khi tia sáng SH di chuyển thì I chạy trên gương cầu, I' chạy trên G' là ảnh của G qua lưỡng chất phẳng.

  Vậy : Hệ lưỡng chất phẳng "nước – không khí" – gương cầu có tác dụng giống như tác dụng của gương cầu G' đỉnh là O', tiêu điểm là F'.

- Xác định O' và tiêu cự f' :

  Theo hình vẽ : O' là đỉnh của gương cầu G' và là ảnh của O; F' là tiêu điểm của gương cầu G' và là ảnh của F qua lưỡng chất phẳng nên

$$KO' = \frac{KO}{n} = \frac{h}{n} \qquad \text{và} \qquad KF' = \frac{KF}{n}$$

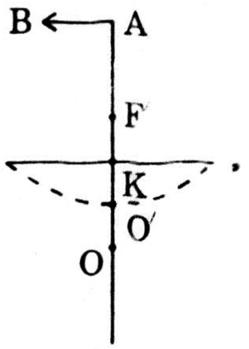
  Tiêu cự gương cầu tương đương G' là :

$$f' = O'F' = KO' - KF' = \frac{1}{n}(KO - KF) = \frac{OF}{n}$$

  Vậy : $f' = \dfrac{f}{n}$.

2. *Xác định ảnh $A'B'$ của AB :*

Ta thay hệ "chất lỏng – gương cầu" bằng gương cầu tương đương G' có :



- $KO' = \dfrac{KO}{n} = \dfrac{h}{n} = 4$ (cm)

  $\Rightarrow \quad OO' = KO - KO' = 2$ (cm)

  Vậy vật AB cách đỉnh O' của gương G' :

  $d = \overline{O'A} = \overline{OA} - \overline{OO'} = 60$ (cm)

- Tiêu cự gương G' : $f' = \dfrac{f}{n} = 20$ (cm)

- Vị trí ảnh $A'B'$: $d' = \overline{O'A'} = \dfrac{d \times f'}{d - f} = 30$ (cm)

  Ảnh $A'B'$ cách đỉnh O : $OA' = 30 + 2 = 32$ (cm)

- Độ lớn ảnh : $A'B' = \dfrac{d'}{d} \times AB$

  $A'B' = 1$ (cm)

– *Nghiệm lại* :

- AB là vật sáng đối với lưỡng chất phẳng "nước – không khí" và cách MN :

$$KA = OA - OK = 56\ (cm).$$

Ảnh A_1B_1 cách MN :

$$KA_1 = 1{,}5\ KA = 84\ (cm) \qquad \text{(Độ lớn ảnh } A_1B_1 = \text{độ lớn vật AB).}$$

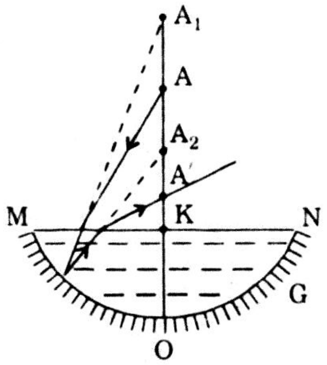
- A_1B_1 là vật thật của gương cầu lõm G cho ảnh A_2B_2 :

$$d_1' = \overline{OA_2} = \frac{d_1 f}{d_1 - f} \qquad \text{với} \quad d_1 = \overline{OA_1} = 84 + 6 = 90\ (cm)$$

nên : $$d_1' = \frac{90 \times 30}{90 - 30} = 45\ (cm)$$

- A_2B_2 là vật ảo của lưỡng chất phẳng và cho ảnh thật $A'B'$ với :

$$KA' = \frac{KA_2}{1{,}5} \qquad \text{với} \quad KA_2 = OA_2 - OK = 39\ (cm)$$



nên : $$KA' = \frac{39}{1{,}5} = 26\ (cm)$$

Vậy ảnh $A'B'$ cách đỉnh O :

$$OA' = OK + KA' = 32\ (cm)$$

- Độ phóng đại : $$K = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_2B_2}} \times \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} \times \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}}$$

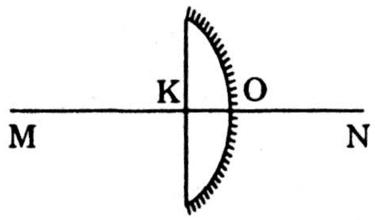
Vật song song với mặt phân cách 2 môi trường của lưỡng chất phẳng thì ảnh song song, lớn bằng vật và cùng chiều nên :

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_2B_2}} = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = 1, \quad \text{vậy :} \quad \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} = -\frac{d_1'}{d_1} = \frac{45}{90}$$

$$\Rightarrow \quad A'B' = \frac{AB}{2} = 1\ (cm).$$

KHỐI THỦY TINH MỎNG GIỚI HẠN BỞI MẶT PHẲNG - MẶT CẦU TRÁNG BẠC TƯƠNG ĐƯƠNG VỚI GƯƠNG CẦU

7 **Một khối thủy tinh chiết suất n = 1,5 được giới hạn bởi một mặt phẳng và một mặt cầu bán kính 80cm được mạ bạc ở phía ngoài (hình vẽ). Bề dày OK rất mỏng. MN (qua K và O) là trục đối xứng.**



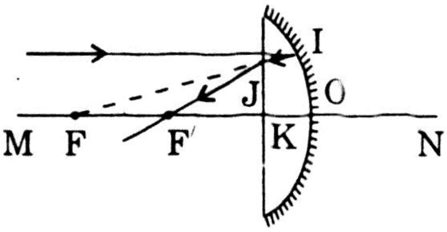
1. Một chùm sáng song song với trục MN đi vào khối thủy tinh, gặp mặt cầu bị phản xạ và sau khi ló ra không khí sẽ hội tụ tại điểm F'. Xác

định vị trí điểm F'.

2. **Định vị trí điểm A không trùng với O trên trục đối xứng MN sao cho tia sáng đi qua A đến khối thủy tinh sau khi ló ra cũng đi qua A.**
3. **Dùng tính chất của điểm F' và A đi vẽ ảnh của vật sáng PQ vuông góc với MN.**

GIẢI

1. Vị trí điểm F' :



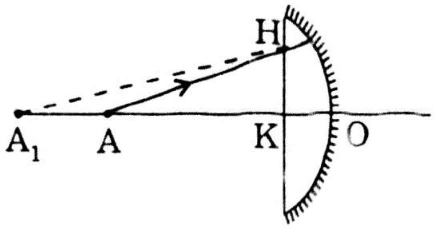
Chùm sáng song song với trục đối xứng MN khi vào khối thủy tinh sẽ bị phản xạ tại mặt cầu. Mặt cầu này có tác dụng như một gương cầu lõm có tiêu cự :

$f = \frac{R}{2} = 40$ (cm) nên tia phản xạ IJ sẽ có đường kéo dài về tiêu điểm F.

Tia IJ đến gặp mặt phẳng sẽ bị khúc xạ cắt MN tại F'. F' là ảnh của F qua lưỡng chất phẳng "thủy tinh – không khí" nên :

$KF' = \frac{KF}{1,5} \approx \frac{OF}{1,5} \approx 26,66$(cm) hay $OF' \approx 26,66$ (cm) (Vì KO rất nhỏ).

2. Vị trí A :



- A là điểm sáng đối với lưỡng chất phẳng "thủy tinh – không khí" có ảnh là A_1 :

  $KA_1 = 1,5KA \approx 1.5OA = 1,5x$

  (Đặt OA = x)

- A_1 là vật thực đối với gương lõm và có ảnh là A_2 cho bởi :

  $$\overline{OA_2} = \frac{d.f}{d-f} \quad \text{với} \quad d = \overline{OA_1} \approx \overline{KA_1} = 1,5x$$

  nên : $$\overline{OA_2} = \frac{60x}{1,5x-40}$$

- A_2 là vật ảo đối với lưỡng chất phẳng nên cho ảnh A' :

  $$KA' = \frac{KA_2}{1,5} \approx \frac{OA_2}{1,5} = \frac{60x}{1,5(1,5x-40)}$$

- Vì $A' \equiv A$ nên : $OA' = OA$

$$\frac{60x}{1,5(1,5x-40)} = x$$

Với $x \neq 0$ (Vì $A \equiv 0$) nên : $\frac{60}{1,5(1,5x-40)} = 1 \Rightarrow x = \frac{120}{2,25} \approx 53,33$ (cm)

Vậy : $OA = 2.OF' = 53,33$ (cm).

3. Vẽ ảnh của vật $PQ \perp MN$:

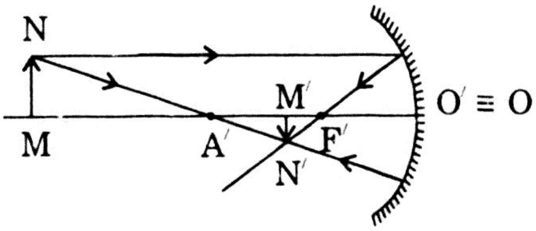
- Qua kết quả câu 1 và 2 ta có thể kết luận : Khối thủy tinh có tác dụng như một gương cầu lõm mà tiêu điểm là F', tâm gương là A, đỉnh gương là O' mà :

$$AO' = 2AF' \approx AO \quad \Rightarrow \quad O' \equiv O$$

- Suy ra cách vẽ :

  + Từ N vẽ tia NA, tia phản xạ cũng qua A.

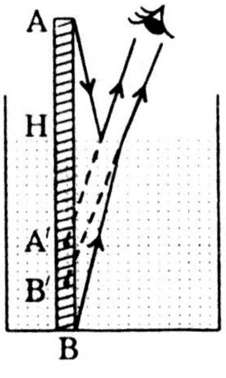
  + Từ N vẽ tia song song với MN, tia phản xạ đi qua F' (vì khối thủy tinh mỏng nên gương cầu lõm tương đương có đỉnh O' gần trùng với O).



BÀI TẬP CÓ HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

8 **Một thước kẻ AB = 33cm cắm thẳng đứng xuống hồ nước. Đầu B ở sát đáy hồ còn đầu A ngoài không khí. Đặt mắt ngoài không khí và nhìn thước theo phương gần vuông góc với mặt nước thì thấy được hai ảnh : một ảnh của đầu A (do hiện tượng phản xạ) và một ảnh của đầu B (do hiện tượng khúc xạ). Biết ảnh của đầu A nằm trên ảnh của vật B 2cm. Tính chiều sâu của nước trong hồ.**

HƯỚNG DẪN



$$\text{Có} \begin{cases} HA' = HA = AB - HB \\ HB' = \dfrac{3}{4}HA \\ HB' - HA' = 2\text{cm} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad HB = 20\ (\text{cm}).$$

9 **Một chậu chứa nước có độ sâu h = 12cm, chiết suất nước là $n = \dfrac{4}{3}$, đáy chậu là gương phẳng nằm ngang và mặt phản xạ hướng lên. Cách mặt nước khoảng HS = 12cm (phía trên mặt nước) có điểm sáng S cho ảnh cuối cùng qua hệ (nước – gương phẳng) là S'.**

Tính khoảng cách từ mặt nước đến ảnh S'.

HƯỚNG DẪN

Dùng sơ đồ : $S \xrightarrow{\text{mặt nước}} S_1 \xrightarrow{\text{Gương}} S_2 \xrightarrow{\text{mặt nước}} S'$

Xác định lần lượt S_1, S_2 và S'.

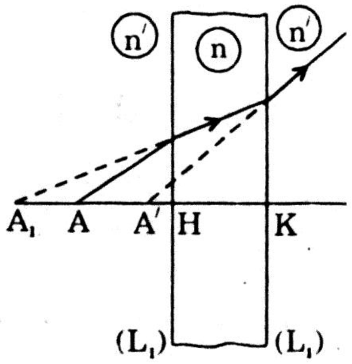
Kết quả : $HS' = 30$ (cm).

$\boxed{10}$ Một tấm kính trong suốt có hai mặt song song, đáy e = 9mm, chiết suất n = 1,5. Điểm sáng A' cách mặt gần của tấm kính khoảng HA = 12cm cho ảnh A' qua tấm kính. Tính khoảng cách AA' cho hai trường hợp :

a) Điểm sáng A và tấm kính cùng nằm trong nước chiết suất $n' = \frac{4}{3}$.

b) Điểm sáng A trong nước ($n' = \frac{4}{3}$), tấm kính có một mặt tiếp giáp với nước còn mặt kia tiếp giáp với không khí.

HƯỚNG DẪN



a) Coi tấm kính là hệ ghép của hai lưỡng chất phẳng L_1 (nước – thủy tinh) và L_2 (thủy tinh – nước).

$$A \xrightarrow{(L_1)} A_2 \xrightarrow{(L_2)} A'$$

$$\text{Có : } \left.\begin{aligned} HA_1 &= \frac{n}{n'} HA \\ KA' &= \frac{n}{n'} KA_1 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad AA' = 1 \text{ (cm).}$$

b) Bây giờ L_1 (nước – thủy tinh) và L_2 (thủy tinh – không khí).

$$\text{Có : } \left.\begin{aligned} HA_1 &= \frac{n}{n'} .HA \\ KA' &= \frac{1}{n} .KA_1 \end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad AA' = 6 \text{ (cm).}$$

Chủ đề 7 BẢN MẶT SONG SONG

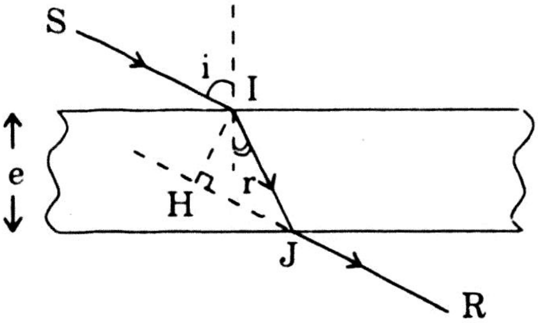
TÓM TẮT LÍ THUYẾT

1. Định nghĩa

Bản mặt song song là một môi trường trong suốt giới hạn bởi 2 mặt phẳng song song.

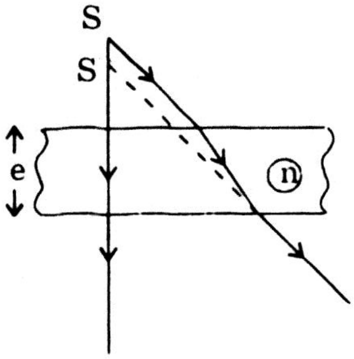
2. Tia sáng tới và ló ra khỏi bản song song thì song song

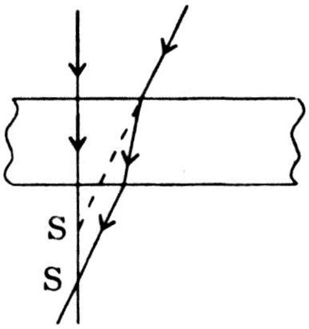
3. Độ dời ngang của tia sáng

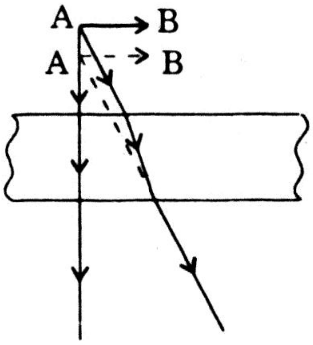


$$\boxed{d = IH = e\frac{\sin(i - r)}{\cos r}}$$

4. Ảnh qua bản song song







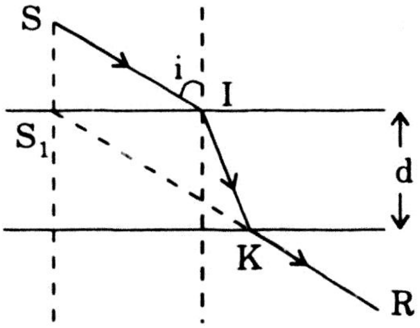
- Vật thật thì ảnh ảo và ngược lại.
- Ảnh được dời đi so với vật theo chiều ánh sáng.
- Ảnh và vật có độ lớn bằng nhau.
- Khoảng cách vật – ảnh không thuộc vị trí vật : $AA' = e\left(1 - \frac{1}{n}\right)$.

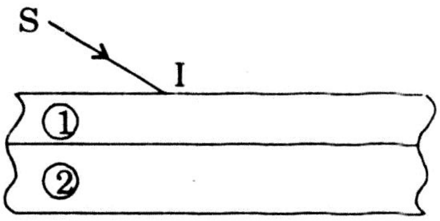
BÀI TẬP MẪU

KHẢO SÁT TIA SÁNG QUA BẢN SONG SONG

1 **Một bản thủy tinh phẳng hai mặt song song đặt trong không khí, bề dày của bản là d, chiết suất thủy tinh đối với không khí là n (n > 1).**

Một điểm sáng S truyền một tia sáng SI tới bản thủy tinh đó. Sau khi lần lượt khúc xạ trên hai mặt của bản, tia sáng truyền ra ngoài theo hướng KR.





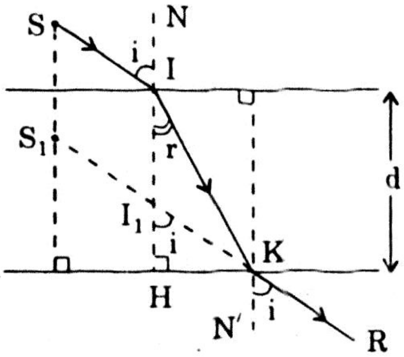
a) **Chứng minh KR // SL.**

b) **Đường thẳng hạ từ S vuông góc với mặt bản cắt đường kéo dài của RK tại S_1. Tính đoạn SS_1 (gọi là độ dời) theo chiết suất n và góc tới i. Chứng minh rằng nếu góc tới i nhỏ thì độ dời SS_1 có thể tính theo biểu thức: $SS_1 = d\left(1 - \frac{1}{n}\right)$.**

c) **Chứng minh rằng nếu cho tia sáng SI truyền qua hai bản song song đặt sát nhau thì sau khi khúc xạ, tia sáng truyền ra ngoài vẫn song song với tia tới. Hai bản song song lần lượt có chiết suất đối với không khí là n_1 và n_2.**

GIẢI

a) Chứng minh KR // SI :



Định luật khúc xạ tại I và K cho :

$$\left.\begin{aligned} \sin i &= n\sin r \\ \sin i' &= n\sin r \end{aligned}\right\} \Rightarrow i = i' \qquad (1)$$

Mặt khác : IN // KN' (2)

(1) và (2) ⇒ SI // KR

b) Tính SS_1 theo n và i :

- ΔHIK vuông ⇒ $\text{tg}r = \dfrac{HK}{d}$; ΔHI_1K vuông ⇒ $\text{tg}i = \dfrac{HK}{I_1H}$ $\Rightarrow I_1H = d.\dfrac{\text{tg}r}{\text{tg}i}$

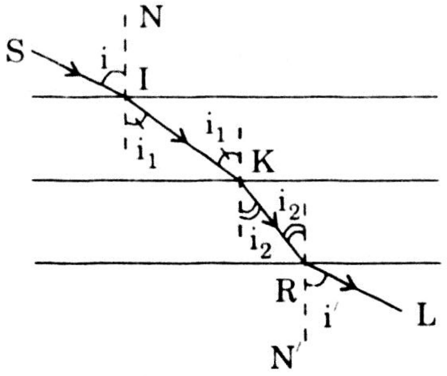
- Có : $SS_1 = II_1 = d - I_1H = d\left(1 - \dfrac{\text{tg}r}{\text{tg}i}\right) = d\left(1 - \dfrac{\sin r}{\cos r} \times \dfrac{\cos i}{\sin i}\right)$

Với : $\sin r = \dfrac{\sin i}{n}$; $\cos r = \sqrt{1 - \dfrac{\sin^2 i}{n^2}} = \dfrac{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}{n}$

nên : $SS_1 = d\left(1 - \dfrac{\cos i}{\sqrt{(n^2 - \sin^2 i)}}\right) = d\left(1 - \dfrac{\cos i}{\sqrt{(n^2 - 1) + \cos^2 i}}\right)$

- Với i nhỏ thì cosi ≈ 1 nên : $SS_1 = d\left(1 - \frac{1}{n}\right)$.

c) ***Chứng minh SI // RL :***



Áp dụng định luật khúc xạ lần lượt tại I, K, R, ta có :

$$\sin i = n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 = \sin i'$$

$$\Rightarrow \quad i = i' \qquad (3)$$

Mặt khác : $IN \parallel RN'$ (4)

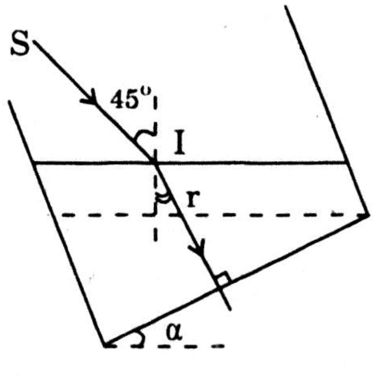
(3) và (4) ⇒ $SI \parallel RL$.

TÍNH KHOẢNG CÁCH VẬT – ẢNH QUA BẢN MẶT SONG SONG

2 **Một chậu thủy tinh chứa chất lỏng, bề dày lớp chất lỏng là d = 10cm, đáy chậu phẳng và có bề dày không đáng kể, lúc đầu nằm ngang.**

1. **Chiếu một tia sáng SI nghiêng với mặt nước góc 45°. Để tia sáng khúc xạ trong chất lỏng thẳng góc với đáy chậu thì đáy chậu phải nghiêng một góc 30° so với mặt ngang. Tính chiết suất chất lỏng.**
2. **Nâng chậu lên sao cho đáy chậu song song và cách mặt đất 10cm. Người quan sát nhìn thẳng đứng từ trên xuống. Hãy thiết lập công thức tính khoảng cách từ mặt đất đến mặt chất lỏng mà mắt thấy được.**

GIẢI

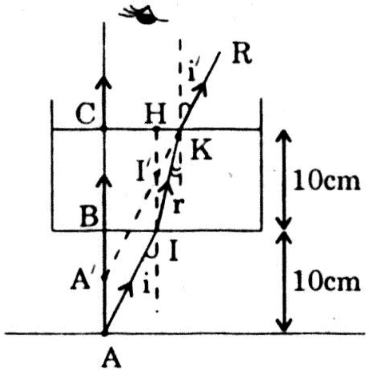


1. ***Chiết suất chất lỏng :***

- Hình vẽ ⇒ $r = \alpha = 30^\circ$
- Định luật khúc xạ :

$$\Rightarrow \quad n = \frac{\sin 45^\circ}{\sin 30^\circ} = \sqrt{2}.$$

2. ***Khoảng cách từ mặt đất đến mặt nước mà mắt thấy được :***



- Định luật khúc xạ tại I và K cho :

$$\sin i = n \sin r = \sin i' \quad \Rightarrow \quad i = i'$$

và : $IN \parallel KN'$

Vậy : $AI \parallel KR$

⇒ tứ giác AA'II' là hình bình hành

$$\Rightarrow \quad AA' = II' = HI - HI' \qquad (1)$$

- Vì mắt nhìn theo phương thẳng đứng nên mắt chỉ nhận được những tia sáng tới từ A (trên mặt đất) với các góc i và r bé và mắt sẽ tựa như thấy mặt đất ở A'.

$$\left.\begin{array}{lll}\Delta HIK \text{ vuông} & \Rightarrow & tgr \approx r = \dfrac{HK}{HI} \\ \Delta HI'K \text{ vuông} & \Rightarrow & tgi \approx i = \dfrac{HK}{HI'}\end{array}\right\} \Rightarrow \frac{r}{i} = \frac{HI'}{HI} \qquad (2)$$

Với góc bé, định luật khúc xạ : $i \approx n.r \Rightarrow \dfrac{r}{i} \approx \dfrac{1}{n}$ (3)

(2) và (3) cho : $HI' = \dfrac{HI}{n}$

(1) $\Rightarrow \quad AA' = HI\left(1 - \dfrac{1}{n}\right) = 10\left(1 - \dfrac{1}{\sqrt{2}}\right) \approx 2{,}93$ (cm)

- Khoảng cách từ mặt đất đến mặt nước mà mắt thấy được :

$$CA' = CA - AA' = 17{,}07 \text{ (cm)}.$$

DỰA VÀO CÔNG THỨC ĐỘ DỜI NGANG CỦA TIA SÁNG QUA BẢN SONG SONG ĐỂ TÍNH BỀ DÀY CỦA BẢN – CHÙM SÁNG SONG SONG CHỨA HAI BỨC XẠ.

3 **Một tia sáng đỏ chiếu đến bản thủy tinh dưới góc tới 45°. Khoảng cách giữa tia tới và tia ló (gọi là độ dời ngang) là $d = 1{,}22\sqrt{6}$ cm. Chiết suất của thủy tinh đối với bức xạ đó là $n_1 = \sqrt{2}$.**

1. Tính bề dày e của bản. Lấy $\sin 15° \approx 0{,}183\sqrt{2}$.

2. Thay tia sáng đỏ bằng một chùm sáng song có độ rộng là a, chứa hai bức xạ đỏ và tím, tới bản dưới góc tới 45°. Chiết suất thủy tinh đối với bức xạ tím là $n_2 = \sqrt{3}$. Tính độ rộng lớn nhất của chùm tia tới để hai chùm ló đỏ và tím tách rời hẳn nhau.

GIẢI

1. Tính bề dày e của bản :

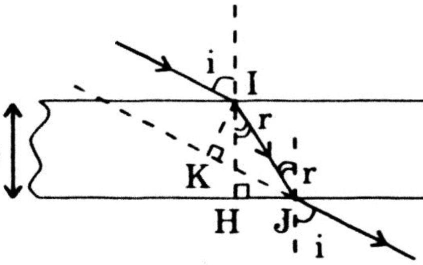
- ΔIHJ vuông $\Rightarrow \quad IJ = \dfrac{IH}{\cos r} = \dfrac{e}{\cos r}$

- ΔIKJ vuông $\Rightarrow \quad \sin\widehat{IJK} = \dfrac{IK}{IJ} \Rightarrow IK = IJ.\sin\widehat{IJK}$

$$\Rightarrow \quad d = IK = e.\frac{\sin(i - r)}{\cos r} \quad \Rightarrow \quad e = d\cdot\frac{\cos r}{\sin(i - r)}$$

Với : + $d = 1{,}22\sqrt{6}$ cm

$+\ \sin r = \dfrac{\sin i}{n_1} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \quad r = 30^\circ$

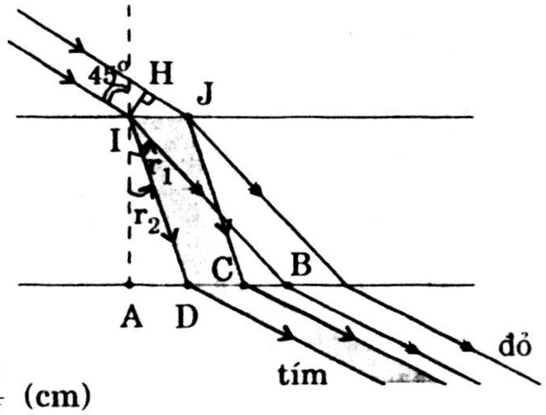


$+\ \sin(i - r) = \sin 15^\circ \approx 0{,}183\sqrt{2}$

$+\ \cos r = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Ta được : $e = 10$ (cm).

2. ***Tính bề rộng lớn nhất của chùm tia :***



Kẻ IH vuông góc với tia tới.

- ΔIHJ : vuông cân

$\Rightarrow \quad IJ = IH\sqrt{2} = a\sqrt{2}$

- Đối với bức xạ đỏ :

$\sin 45^\circ = \sqrt{2}\sin r_1$

$\Rightarrow \quad r_1 = 30^\circ$

ΔAIB vuông $\quad \Rightarrow \quad AB = e\text{tg}r_1 = \dfrac{10}{\sqrt{3}}$ (cm)

- Đối với bức xạ tím : $\quad \sin 45^\circ = \sqrt{3}\sin r_2 \quad \Rightarrow \quad \sin r_2 = \dfrac{1}{\sqrt{6}}$

$\Rightarrow \quad \cos r_2 = \sqrt{1 - \sin^2 r_2} = \sqrt{\dfrac{5}{6}} \Rightarrow \quad \text{tg}r_2 = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$

ΔAID vuông $\quad \Rightarrow \quad AD = e.\text{tg}r_2 = 2\sqrt{5}$ (cm)

- Có : $\quad AC = AD + DC = AD + IJ = 2\sqrt{5} + a\sqrt{2}$
- Để 2 chùm tia ló đỏ và tím tách rời hẳn nhau : $AC \le AB$.

$2\sqrt{5} + a\sqrt{2} \le \dfrac{10}{\sqrt{3}} \quad \Rightarrow \quad a \le 0{,}92$ (cm)

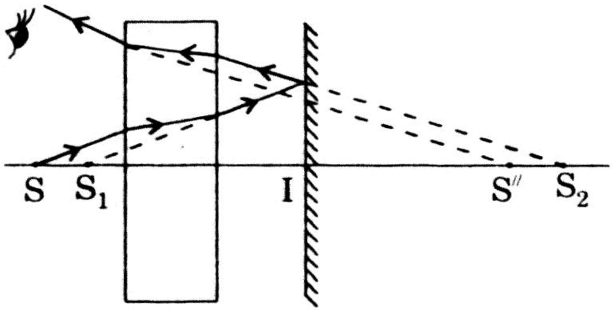
Vậy : $a_{(max)} = 0{,}92$ (cm).

ẢNH QUA HỆ BẢN MẶT SONG SONG – GƯƠNG PHẲNG

4 **Một điểm sáng S đặt trước gương phẳng 10cm cho ảnh S'. Nếu giữa S và gương ta đặt bản song song bề dày e = 6cm, chiết suất n = 1,5 và mặt đặt cùng phía với S đối với bản song song thì thấy ảnh dịch chuyển đi bao nhiêu và theo chiều nào ?**

GIẢI

Sơ đồ tạo ảnh qua hệ :



$$S \xrightarrow{\text{Bản //}} S_1 \xrightarrow{G} S_2 \xrightarrow{\text{Bản //}} S''$$

- S là vật thật của bản song song cho ảnh ảo S_1 gần bản song song với :

$$SS_1 = e\left(1 - \frac{1}{n}\right) = 2\ (cm)$$

- S_1 là vật thật đối với gương phẳng cho ảnh ảo S_2 (sau gương) :

$$IS_2 = IS_1 = IS - SS_1 = 8\ (cm)$$

- S_2 là vật thật của bản song song và cho ảnh ảo S'' gần gương hơn :

$$S_2S'' = e\left(1 - \frac{1}{n}\right) = 2\ (cm)$$

- S'' nằm sau gương và cách gương :

$$IS'' = IS_2 - S_2S'' = 6\ (cm)$$

- Khi chưa có bản song song thì ảnh S' đối xứng với S qua gương :

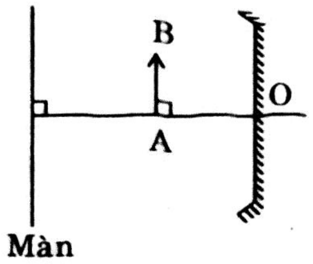
$$IS' = IS = 10\ (cm)$$

Vậy khi có bản song song, ảnh S' đã dịch đến S'' với :

$$S'S'' = IS' - IS'' = 4\ (cm) \text{ về gần gương.}$$

ẢNH QUA HỆ BẢN MẶT SONG SONG – GƯƠNG CẦU LÕM

5 **Đặt một vật phẳng nhỏ AB trước một gương cầu lõm (hình vẽ) ta thu được ảnh rõ nét trên màn. Giữa vật và gương ta đặt một bản mặt song song dày 3cm, chiết suất n = 1,5 thì phải di chuyển màn ra xa gương 13cm mới thu được ảnh rõ nét và ảnh bây giờ lớn bằng $\frac{4}{3}$ lần ảnh trước.**

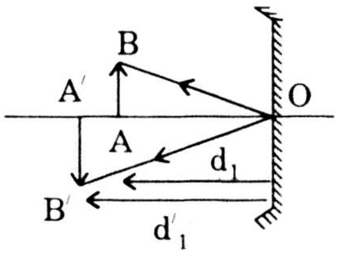


Tính tiêu cự của gương.

GIẢI

a) Khi chưa có bản song song (H1) :

$$\begin{cases} \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{d_1} + \dfrac{1}{d'_1} & (1) \\[2ex] \dfrac{A'B'}{AB} = \dfrac{d'_1}{d_1} & (2) \end{cases}$$

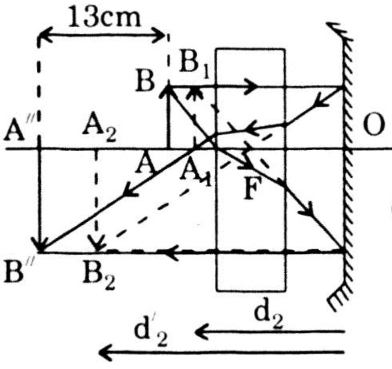


(H1)

b) Khi có bản song song (H2) :

Sơ đồ tạo ảnh :

$$AB \xrightarrow{\text{Bản //}} \underbrace{A_1B_1 \quad}_{d_2} \xrightarrow{G} \underbrace{\quad A_2B_2}_{d'_2} \xrightarrow{\text{Bản //}} A''B''$$



(H2)

- AB là vật thật của bản song song có ảnh ảo A_1B_1 với :

$$AA_1 = e\left(1 - \frac{1}{n}\right) = 1\ (\text{cm})$$

- A_1B_1 là vật thật của gương và cách gương :

$$d_2 = \overline{OA_1} = d_1 - 1$$

- A_2B_2 là ảnh thật của gương cầu và là vật ảo của bản song song.
- $A''B''$ là ảnh thật của A_2B_2 nên A_2B_2 gần bản song song hơn $A''B''$ (tức màn) (vì ảnh dịch từ vật theo chiều ánh sáng).

và : $$A_2A'' = e\left(1 - \frac{1}{n}\right) = 1\ (\text{cm})$$

Vậy : $$d'_2 = \overline{OA_2} = \overline{OA}'' - 1 = (\overline{OA}' + 13) - 1 = d'_1 + 12$$

Đối với gương ta có :
$$\begin{cases} \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{d_2} + \dfrac{1}{d'_2} = \dfrac{1}{d_1 - 1} + \dfrac{1}{d'_1 + 12} & (3) \\[2ex] \dfrac{A_2B_2}{A_1B_1} = \dfrac{d'_2}{d_2} = \dfrac{d'_1 + 12}{d_1 - 1} & (4) \end{cases}$$

c) Giải hệ (1), (2), (3), (4) để tìm d_1 và d'_1.

- (1) và (3) ⇒ $$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d'_1} = \frac{1}{d_1 - 1} + \frac{1}{d'_1 + 12}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{d'_1} = \frac{1}{d'_1 + 12} = \frac{1}{d_1 - 1} - \frac{1}{d_1}$$

$$\frac{12}{d'_1(d'_1 + 12)} = \frac{1}{d_1(d_1 - 1)}$$

$$12d_1(d_1 - 1) = d'_1(d'_1 + 12) \qquad (5)$$

- (2) chia cho (4) : $\frac{A'B'}{AB} \times \frac{A_1B_1}{A_2B_2} = \frac{d'_1}{d_1} \times \frac{d_1 - 1}{d'_1 + 12}$

với : $\begin{cases} + \; A_1B_1 = AB & \text{(Ảnh và vật qua bản song song)} \\ + \; \frac{A'B'}{A_2B_2} = \frac{A'B'}{A''B''} = \frac{3}{4} \end{cases}$

nên : $\frac{3}{4} = \frac{d'_1}{d_1} \times \frac{d_1 - 1}{d'_1 + 12} \quad \Rightarrow \quad 4d'_1(d_1 - 1) = 3d_1(d'_1 + 12)$ (6)

- (5) chia cho (6) : $3\frac{d_1}{d'_1} = \frac{d'_1}{3d_1}$

$$d'^2_1 = 9d_1^2$$

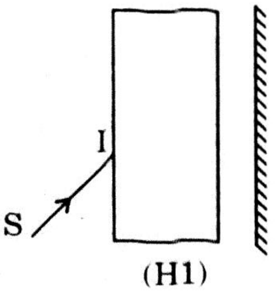
Vì d_1 và $d'_1 > 0$: $d'_1 = 3d_1$ và thay vào (5) ta tính được : $d_1 = 16$ (cm)

$$\Rightarrow \quad d'_1 = 48 \text{ (cm)}$$

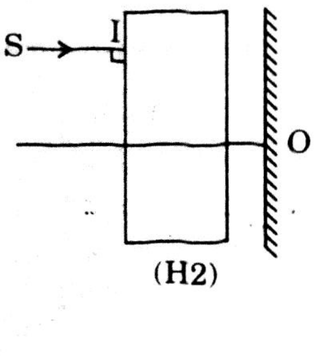
$$(1) \Rightarrow \quad f = \frac{d_1 d'_1}{d_1 + d'_1} = 12 \text{ (cm)}.$$

GƯƠNG TƯƠNG ĐƯƠNG CỦA HỆ "BẢN MẶT SONG SONG – GƯƠNG"

6 **Cho bản mặt song song bề dày e = 32cm, chiết suất $n = \frac{4}{3}$.**



1. **Đặt bản song song với gương phẳng (H1).**
   - **a) Vẽ tiếp đường đi của tia sáng SI bất kỳ qua hệ.**
   - **b) Chứng tỏ rằng ta có thể thay thế hệ bằng một gương phẳng. Xác định vị trí gương.**
   - **c) Đặt vật AB = 2cm song song và cách gương l = 100cm sao cho bản nằm giữa vật và gương. Xác định vị trí, tính chất và độ lớn ảnh.**
2. **Đặt bản song song vuông góc với trục chính của gương cầu lõm tiêu cự f = 37,5 (cm) (H2).**
   - **a) Vẽ tiếp đường đi của tia sáng SI song song với trục chính qua hệ.**
   - **b) Chứng tỏ rằng có thể thay thế hệ bằng một gương lõm. Xác định vị trí và tiêu cự của gương lõm này.**
   - **c) Trả lời câu hỏi như trong phần c) câu 1.**

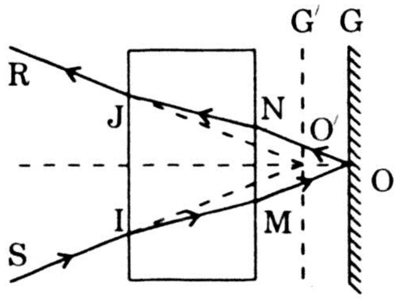


GIẢI

1. Hệ "bản song song – gương phẳng" :

a) Vẽ tiếp đường đi của tia SI :

- Tia tới SI bị khúc xạ qua bản song song cho tia ló MO song song với tia tới SI.
- Tia MO đến gặp gương bị phản xạ. Tia phản xạ ON đến gặp bản song song ở N, sau đó tia sáng ló ra khỏi bản. Tia tới SI và tia ló JR kéo dài cắt nhau tại O'.

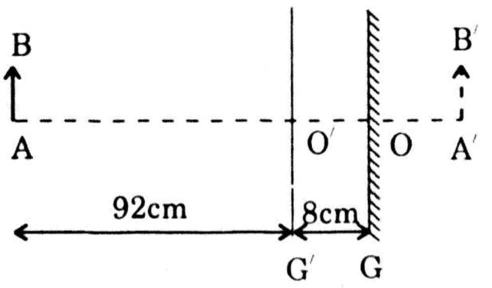


b) Tia tới SI tựa như phản xạ tại O' cho tia ló JR. Hơn nữa O' là ảnh của O qua bản mặt song song nên :

$$OO' = e\left(1 - \frac{1}{n}\right) = 8 \text{ (cm)}$$

Vậy ta có thể thay hệ "bản mặt song song – gương phẳng" bằng gương phẳng tương đương cách gương phẳng 8cm về gần bản song song.

c) Ảnh của AB qua hệ giống như ảnh của AB qua gương tương đương G' cách gương G 8cm.

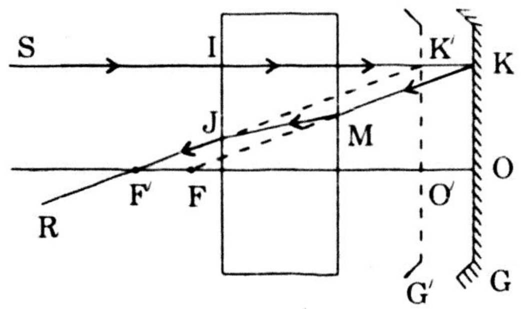


Vậy :
- $A'B'$ là ảnh ảo
- $A'B' = AB = 2$cm.
- Cách gương G :
  $OA' = O'A' - OO' = 84$ (cm).

2. Hệ "bản song song – gương cầu lõm" :

a) Tia tới SI đi thẳng.

b) Tia sáng tới SI tựa như bị phản xạ tại K' cho tia ló JR cắt trục chính tại F'



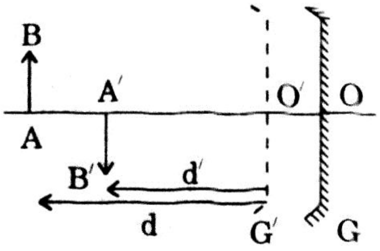
K và F' là ảnh của K và F qua bản song song nên luôn qua bản song song đến gặp gương tại K.

- Tia sáng phản xạ KM đến gặp bản song song, sau đó ló ra khỏi bản.
- Tia ló JR // tia tới KM.
- Tia tới SI và tia ló JR kéo dài cắt nhau tại K'.

$$KK' = FF' = e\left(1 - \frac{1}{n}\right) = 8 \text{ (cm)}$$

Vậy : ta có thể thay thế hệ "bản mặt song song – gương cầu lõm" bằng một gương cầu lõm tương đương ở vị trí ảnh của gương G qua bản mặt song song và cùng tiêu cự $f' = OF' = OF = f$.

c) Ảnh AB qua hệ giống như ảnh AB qua gương G'. Vậy :



- Vị trí ảnh A'B' :

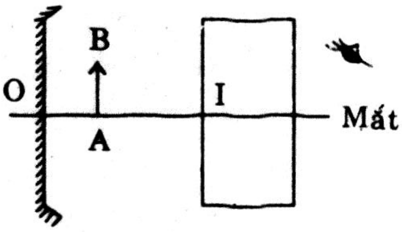
$$d' = \frac{d.f}{d-f} = \frac{92 \times 37{,}5}{92 - 37{,}5} \approx 63{,}3 \text{ (cm)}$$

tức cách gương G : $OA' = 63{,}3 + 8 = 74{,}1$ (cm)

- Đó là ảnh thật.
- Độ lớn ảnh : $A'B' = \left|\frac{d'}{d}\right| \times AB = 1{,}376$ (cm).

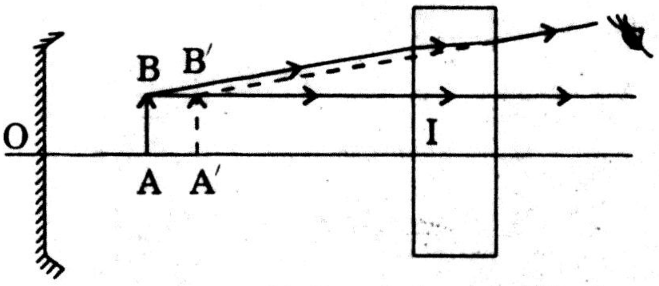
VẬT ĐẶT GIỮA BẢN MẶT SONG SONG VÀ GƯƠNG

7 **Vật sáng AB đặt thẳng góc với trục chính của gương cầu lõm tiêu cự f = 20cm, cách gương OA = 30cm. Bản mặt song song bề dày e = 6cm, chiết suất n = 1,5 đặt vuông góc với trục chính của gương với OI = 70cm. Mắt đặt khác phía với vật AB so với bản song song và nhìn vật AB. Hỏi ảnh của vật AB mà mắt nhìn thấy cách bản song song bao nhiêu ? Vẽ ảnh.**



GIẢI

+ Những tia sáng phát ra từ vật AB chiếu về phía bản song song tạo ảnh ảo A'B' và mắt nhìn thấy ảnh ảo này.



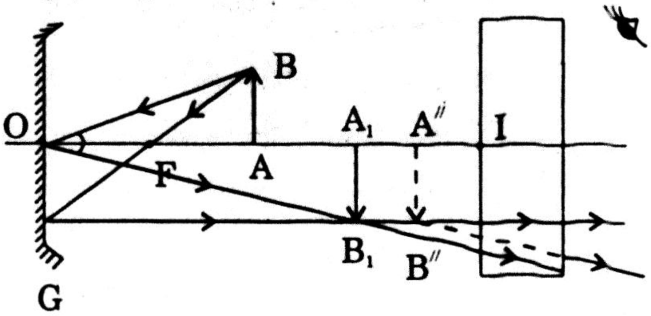
Ảnh A'B' dịch về gần bản song song và cách AB :

$$AA' = e\left(1 - \frac{1}{n}\right) = 2 \text{ (cm)}$$

$$\Rightarrow A'I = OI - OA'$$

$$= 70 - (30 + 2)$$

$$A'I = 38 \text{ (cm)}$$



+ Những tia sáng phát ra từ vật AB chiếu về phía gương sẽ phản xạ trên gương tạo ảnh A_1B_1, sau đó gặp bản song song tạo ảnh $A''B''$ theo sơ đồ :

$$\underbrace{AB}_{d}\xrightarrow{G}\underbrace{A_1}_{d'}B_1\xrightarrow{\text{Bản} //}A''B''$$

- A_1B_1 cách gương : $d' = \overline{OA_1} = \dfrac{df}{d-f} = 60\ (\text{cm})$
- A_1B_1 nằm trước bản song song nên cho ảnh ảo $A''B''$ và mắt nhìn thấy ảnh ảo này.

$A'B''$ dịch về gần bản song song và cách A_1B_1

$$AA' = e\left(1-\frac{1}{n}\right) = 2\ (\text{cm})$$

$$\Rightarrow \qquad A''I = OI - OA'' = 70 - (60 + 2) = 8\ (\text{cm}).$$

– *Chú ý* : Trường hợp vật nằm giữa gương và bản mặt song song thì ta không thể tìm ảnh bằng cách dùng "gương tương đương" như bài 49 vì tia sáng tạo ảnh trong trường hợp chỉ có một lần bị khúc xạ qua bản song song (thay vì 2 lần).

BÀI TẬP CÓ HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

8 **Đặt vật phẳng nhỏ AB trước và song song với một bản thủy tinh có hai mặt phẳng song song với nhau, dày 3cm và có chiết suất 1,5. Quan sát ảnh của vật AB qua bản thủy tinh theo phương vuông góc với mặt bản.**

a) Tìm khoảng cách giữa vật và ảnh của nó.

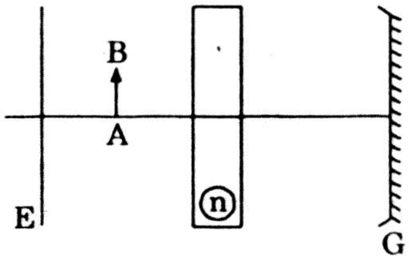
b) Đặt ngay sau bản một gương cầu lõm có trục chính vuông góc với bản và đi qua A. Trên một màn ảnh E đặt song song với AB ta thu được một ảnh rõ nét của AB cao 1,2cm (hình vẽ).

Nếu bỏ bản thủy tinh đi thì phải dịch chuyển màn ảnh E đi lại gần gương một khoảng 13cm thì mới thu được ảnh rõ nét của AB. Ảnh này cao 0,9cm. Tính tiêu cự của gương.

HƯỚNG DẪN

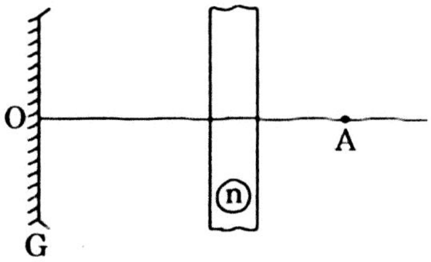
a) $AA' = e\left(1-\dfrac{1}{n}\right) = 1\ (\text{cm}).$

b)
$$\left.\begin{aligned}&\frac{1}{f} = \frac{1}{d-1} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{d} + \frac{1}{d'-12}\\ &\frac{1,2/AB}{0,9/AB} = \frac{d'/d-1}{d'-12/d}\end{aligned}\right\}$$



$$\Rightarrow \begin{cases} d' = 60\ (cm) \\ d = 16\ (cm) \end{cases} \qquad \Rightarrow \qquad f = 12\ (cm).$$

9 **Cho một hệ quang học gồm gương cầu lõm tiêu cự f = 10cm và bản mặt song song bề dày e = 6cm, chiết suất n = 1,5 đặt như hình vẽ.**



Điểm sáng A nằm trên trục chính, phía trước gương và ở ngoài khoảng gương – bản mặt song song.

Tính OA để ảnh A′ của A qua hệ trùng với A.

HƯỚNG DẪN

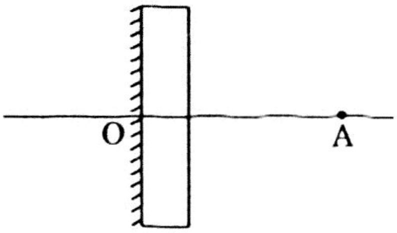
$$A \xrightarrow{\text{Bản //}} A_1 \xrightarrow[d \qquad d']{\text{Gương}} A_2 \xrightarrow{\text{Bản //}} A' \equiv A$$

Theo tính thuận nghịch về chiều truyền ánh sáng thì :

$A_1 \equiv A_2 \equiv$ tâm C của gương.

$$\Rightarrow \quad OA = OA_1 + A_1A = R + e\left(1 - \frac{1}{n}\right) = 22\ (cm).$$

10 **Một bản mặt song song bề dày e = 9cm, chiết suất n = 1,5, có một mặt được tráng bạc (có tác dụng như gương phẳng). Điểm sáng A cách mặt tráng bạc 18cm (hình vẽ) cho ảnh A′ qua bản nói trên.**



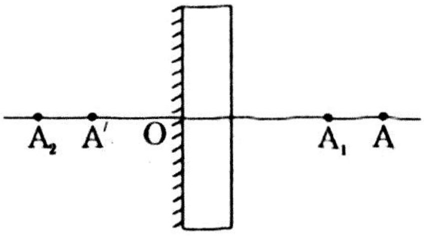
Tính khoảng cách từ A′ đến mặt tráng bạc (OA′).

HƯỚNG DẪN

Mặt tráng bạc có tác dụng như gương phẳng G.

$$A \xrightarrow{\text{Bản //}} A_1 \xrightarrow{\text{Gương}} A_2 \xrightarrow{\text{Bản //}} A'.$$

$$AA_1 = e\left(1 - \frac{1}{n}\right) = 3\ (cm).$$



$$OA_2 = OA_1 = 15\ (cm)$$

$$OA' = OA_2 - e\left(1 - \frac{1}{n}\right) = 13\ (cm).$$

Chủ đề 8 LĂNG KÍNH

TÓM TẮT LÍ THUYẾT

1. ***Định nghĩa***

Lăng kính là một khối chất trong suốt có dạng một khối lăng trụ tam giác.

2. ***Công thức***

$$\boxed{\begin{array}{l} \bullet\ \sin i_1 = n\sin r_1 \\ \bullet\ \sin i_2 = n\sin r_2 \\ \bullet\ A = r_1 + r_2 \\ \bullet\ D = i_1 + i_2 - A \end{array}} \xRightarrow{\text{Góc bé}} \boxed{\begin{array}{l} \bullet\ i_1 \approx nr_1 \\ \bullet\ i_2 \approx nr_2 \\ \bullet\ A = r_1 + r_2 \\ \bullet\ D = (n-1)A \end{array}}$$

3. ***Độ lệch cực tiểu***

- $D = D_{min} \Leftrightarrow \quad i_1 = i_2 \quad \Rightarrow \quad r_1 = r_2 = \dfrac{A}{2}$
- $\sin\dfrac{A + D_{min}}{2} = n\sin\dfrac{A}{2}$

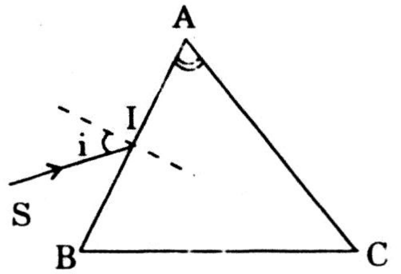
4. ***Hiện tượng tán sắc ánh sáng***

- Ánh sáng trắng gồm nhiều ánh sáng đơn sắc có màu biến thiên liên tục từ đỏ đến tím (trong đó có 7 màu cơ bản : đỏ, da cam, vàng, lục, lam, chàm, tím).
- Chiết suất của lăng kính đối với ánh sáng đỏ thì bé nhất và đối với ánh sáng tím thì lớn nhất.
- Ánh sáng trắng đi vào lăng kính bị tán sắc, trong đó tia màu đỏ nằm về phía đỉnh, tia màu tím bị lệch về phía đáy.

BÀI TẬP MẪU

ĐỘ LỆCH CỰC TIỂU – ĐIỀU KIỆN CỦA GÓC TỚI ĐỂ KHÔNG CÓ TIA SÁNG LÓ RA KHỎI LĂNG KÍNH

1 **Cho 1 lăng kính có tiết diện thẳng là tam giác ABC có góc $\widehat{A} = 60^\circ$. Chùm tia sáng hẹp SI cố định chứa hai bức xạ đỏ và tím chiếu vào mặt bên AB dưới góc tới là i (hình vẽ). Chiết suất của lăng kính đối với bức xạ tím là $n_1 = \sqrt{3}$ và đối với bức xạ đỏ là $n_2 = \sqrt{2}$.**



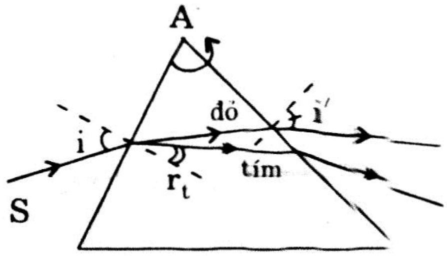
1. **Tính góc tới i để tia tím đạt độ lệch cực tiểu. Tính độ lệch cực tiểu đó.**

2. Để tia đó đạt độ lệch cực tiểu thì ta phải quay lăng kính quanh cạnh A một góc bao nhiêu ? Theo chiều nào ?

3. Góc tới i thỏa mãn điều kiện nào để cả 2 tia không ló ra khỏi mặt AC.

GIẢI

1. Tia tím đạt độ lệch cực tiểu :



- $D = D_m \quad \Leftrightarrow \quad i = i' \quad \Rightarrow \quad r = r' = \dfrac{A}{2}$
- $\sin i = n_t.\sin r_t = \sqrt{3}.\sin 30^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

  $i = 60^\circ \ ; \quad D_m = 2i - A = 60^\circ.$

2. Tia đỏ đạt độ lệch cực tiểu :

- $\sin i = n_d.\sin r_d = \sqrt{2}.\sin 30^\circ = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \quad \Rightarrow \quad i = 45^\circ$
- Góc tới giảm $60^\circ - 45^\circ = 15^\circ$. Vậy lăng kính phải quay theo chiều quay kim đồng hồ quanh A góc 15°.

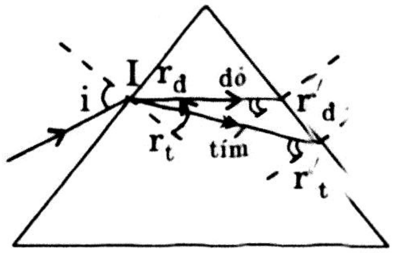
3. Các tia sáng không ló ra khỏi lăng kính :

+ Tia đỏ không ló ra khỏi lăng kính : $r'_{đỏ} = A - r_{đỏ} \geq i_{gh}(đỏ)$ (1)

$\Rightarrow \quad r_{đỏ} \leq A - i_{gh}(đỏ)$

Với $\sin i_{gh}(đ) = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$; $i_{gh}(đ) = 45^\circ$ nên : $r_{đỏ} \leq 15^\circ$

- Định luật khúc xạ cho tia đỏ :



$$\sin r_{đỏ} = \frac{\sin i}{n_{đỏ}} \leq \sin 15^\circ$$

$$\sin i \leq \sqrt{2}.\sin 15^\circ$$

Với : $\sin 15^\circ \approx \sin(45^\circ - 30^\circ) \approx 0,2588$

nên : $\sin i \leq 0,366$

$i \leq \arcsin 0,366$

+ Mặt khác, nếu tia đỏ không ló thì tia tím cũng không ló.

- Thật vậy : $\sin i_{gh}(đỏ) = \dfrac{1}{\sqrt{2}} > \dfrac{1}{\sqrt{3}} = \sin i_{gh}(t)$

$$i_{gh}(đ) > i_{gh}(t) \qquad (2)$$

(1) và (2) cho : $r'_{đỏ} > i_{gh}(t)$

- Hình vẽ $\Rightarrow$ $r'_{tím} > r'_{đỏ}$ nên : $r'_{tím} > i_{gh}(t)$: tia tím cũng không ló.

  Vậy điều kiện để tia sáng không ló ra khỏi lăng kính là :

  $i \leq \arcsin 0,366.$

TÍNH CHIẾT SUẤT VÀ GÓC TỚI LĂNG KÍNH

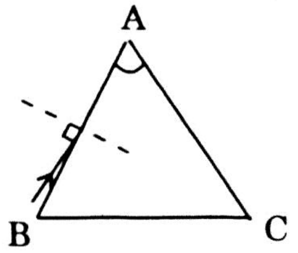
$\boxed{2}$ **1. Lăng kính có góc chiết quang $\widehat{A} = 60^\circ$, các mặt bên là AB và AC. Trong tiết diện thẳng của lăng kính, người ta chiếu một chùm tia sáng song song lướt (là) trên mặt AB từ phía đáy (hình vẽ). Khi đó góc ló ra khỏi mặt AC bằng $21^\circ24'$ ($\sin 21^\circ24' = 0,365$). Tính chiết suất n.**

2. Người ta giữ chùm tia tới cố định và quay lăng kính ngược chiều kim đồng hồ quanh cạnh của nó.

Hỏi phải quay 1 góc bằng bao nhiêu để :

a) Góc lệch bằng 30°.

b) Bắt đầu có phản xạ toàn phần trên mặt AC.



GIẢI

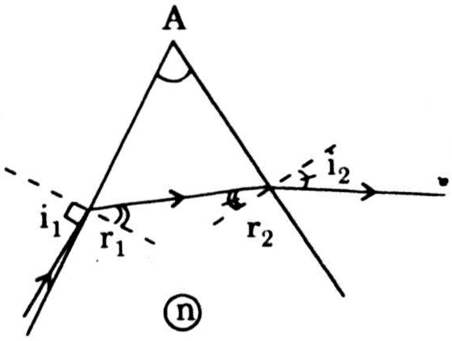
1. Chiết suất lăng kính :

$$n \sin r_2 = \sin i_2$$

$$n\sin(A - r_1) = \sin i_2$$

$$n(\sin A.\cos r_1 - \sin r_1.\cos A) = \sin i_2 \quad \text{với :}$$

- $\sin A = \sin 60^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$
- $\cos A = \cos 60^\circ = \dfrac{1}{2}$
- $\sin r_1 = \dfrac{\sin i_1}{n} = \dfrac{1}{n}$
- $\cos r_1 = \sqrt{1 - \sin^2 r_1} = \dfrac{\sqrt{n^2 - 1}}{n}$
- $\sin i_2 = \sin 21^\circ24' = 0,365$



Ta được : $n \approx \sqrt{2}$.

2. Góc quay lăng kính :

a) • Góc lệch cực tiểu D_{min} được tính với công thức :

$$\sin\frac{A + D_{min}}{2} = n \sin\frac{A}{2} \qquad \text{với :} \begin{cases} A = 60^\circ \\ n = \sqrt{2} \end{cases} \text{ tính được : } D_{min} = 30^\circ$$

Vậy : $D = 30^\circ$ ứng với D_{min} $\Rightarrow$ $r_1 = r_2 = \dfrac{A}{2} = 30^\circ$

- $\sin i_1 = n\sin r_1 = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ $\Rightarrow$ $i_1 = 45^\circ$

Vậy lăng kính phải quay : $90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$.

b) • Bắt đầu có phản xạ toàn phần : $r_2 = i_{gh}$

với $\sin i_{gh} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ nên $r_2 = 45^\circ$

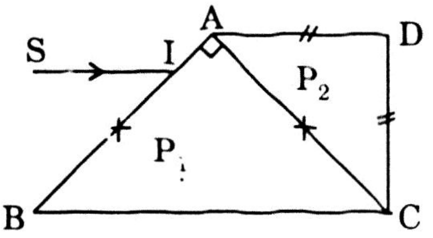
- $r_1 = A - r_2 = 15^\circ$
- $\sin i_1 = n\sin r_1 = \sqrt{2}\sin 15^\circ \approx 0{,}365 \Rightarrow i_1 = 21^\circ 24'$

Vậy lăng kính phải quay : $90^\circ - 21^\circ 24' = 68^\circ 36'$.

TIA LÓ RA KHỎI LĂNG KÍNH SONG SONG VỚI TIA TỚI

3 **Một lăng kính P_1 bằng thủy tinh chiết suất $n_1 = \sqrt{2}$ (đối với ánh sáng màu đỏ) có tiết diện thẳng là một tam giác vuông cân ABC với $\widehat{A} = 90^\circ$; AB = AC = a.**

Một tia sáng SI màu đỏ rọi vào điểm tới I của mặt AB theo phương song song với cạnh huyền BC.



1. a) Tìm điều kiện mà đoạn AI phải thỏa mãn để tia khúc xạ trong P_1 gặp mặt BC (không kể 2 đỉnh B và C).

b) Với điều kiện mà AI thỏa mãn, chứng tỏ tia sáng ló ra khỏi mặt AC và song song với tia tới SI.

2. Mặt bên AC được dán với mặt huyền của lăng kính P_2 mà tiết diện thẳng là tam giác vuông cân ACD, chiết suất $n_2 = \sqrt{3}$ đối với ánh sáng màu đỏ (hình vẽ). Tia sáng AI bây giờ được chiếu sao cho tia khúc xạ trong P_1 gặp trực tiếp mặt AC (không kể 2 đỉnh A và C).

Chứng tỏ tia ló ra khỏi DC cũng song song với tia tới SI.

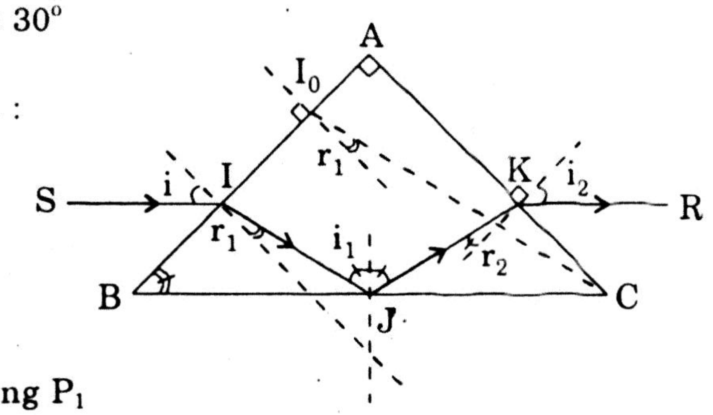
GIẢI

1.a) Điều kiện của AI để tia khúc xạ trong P_1 gặp BC :

- $\sin r_1 = \dfrac{\sin i}{n_1} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow r_1 = 30^\circ$
- Từ C kẻ CI_0 // tia khúc xạ thì :

  $\widehat{AI_0C} = 90^\circ - r_1 = 60^\circ$
- ΔAI_0C vuông

  $\Rightarrow AI_0 = \dfrac{AC}{\mathrm{tg}\widehat{AI_0C}} = \dfrac{a}{\sqrt{3}}$



Vậy : để tia sáng khúc xạ trong P_1 gặp mặt BC thì điểm I thỏa mãn : $AI_0 < AI < AB$

$$\frac{a\sqrt{3}}{3} < AI < a$$

b) Tia ló KR // SI :

- $\Delta IJB \Rightarrow i_1 = r_1 + \hat{B} = 75^o > i_{gh} = 45^o$

  nên tia IJ bị phản xạ tại mặt BC.

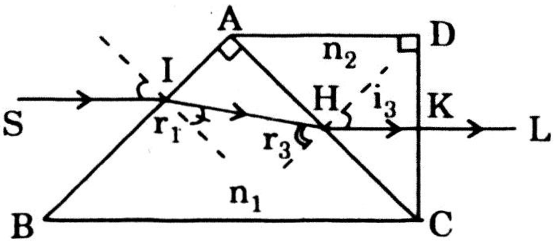
- Tia phản xạ JK gặp mặt bên AC tại K dưới góc tới r_2

  $\Delta JKC \Rightarrow \widehat{JKC} = 180^o - (\hat{J} + \hat{C}) = 120^o$

  $\Rightarrow r_2 = 30^o < i_{gh}$: tia sáng ló ra khỏi AC.

- Có : $\sin i_2 = n_1 \sin r_2 = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow i_2 = 45^o \Rightarrow$ KR // BC // SI

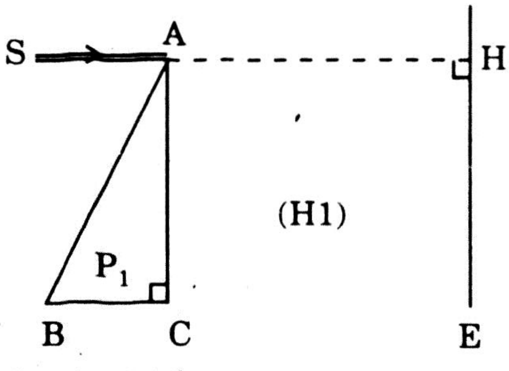
2. *Tia ló KL // SI :*



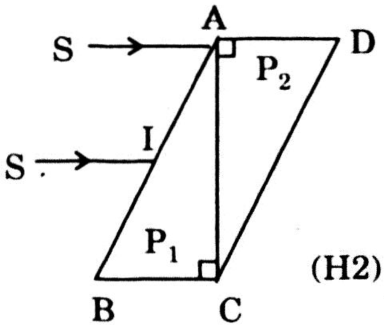
- $r_3 = A - r_1 = 60^o$
- $n_2 \sin i_3 = n_1 \sin r_3$
- $\sin i_3 = \dfrac{n_1}{n_2} \sin r_3 = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow i_3 = 45^o$
- $\Delta HKC \Rightarrow \hat{K} = 90^o \Rightarrow KL \perp BC \Rightarrow$ KL // BC // SI.

ĐỘ LỆCH CỦA TIA SÁNG QUA MỘT LĂNG KÍNH VÀ HAI LĂNG KÍNH ĐẶT NGƯỢC CHIỀU NHAU

4 **Lăng kính P_1 chiết suất $n_1 = \frac{4}{3}$, góc chiết quang A rất nhỏ, cạnh AC thẳng đứng (H1). Chiếu tia sáng hẹp SA nằm ngang đến đỉnh A, ta hứng được trên màn (E) song song cạnh AC của lăng kính và cách A khoảng AH = 90cm hai vết sáng cách nhau 1,57cm.**



(H1)



(H2)

1. **Tính góc chiết quang A.**
2. **Nếu quay lăng kính P_1 góc α nhỏ ($\alpha \leq \hat{A}$) xung quanh cạnh A thì khoảng cách giữa 2 vệt sáng có thay đổi không ? Vì sao ?**
3. **Đặt thêm lăng kính P_2 chiết suất $n_2 = 1,5$ sao cho cạnh CD // AB (H2). Chiếu tia tới SI nằm ngang đến cạnh AB của P_1. Hỏi khi tia sáng ló ra khỏi 2 lăng kính thì tia ló lệch về phía nào và so với phương tia tới SI thì tia ló đã lệch một góc bao nhiêu ?**

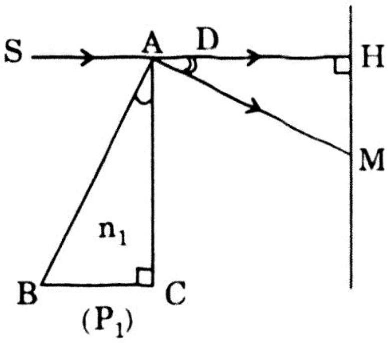
4. Để tia ló vẫn nằm ngang thì góc chiết quang của lăng kính P_2 phải thay đổi thế nào ?

GIẢI

1. Góc chiết quang $\widehat{A}$:

- Phần chùm tia không qua lăng kính thì đi thẳng tạo vệt sáng H. Phần chùm tia qua lăng kính bị khúc xạ và tạo vệt sáng ở M.

  $D = \widehat{HAM}$ là độ lệch tia sáng.



- Vì i và A nhỏ : $D \approx (n_1 - 1)A$
- ΔHAM vuông $\Rightarrow$ $\text{tg}D \approx D = \dfrac{HM}{AH}$

$$\text{hay :} \quad (n_1 - 1)A = \frac{HM}{AH}$$

$$\Rightarrow \quad A = \frac{HM}{(n_1 - 1).AH} = \frac{1{,}57}{30}\ (\text{rad})$$

$$A = 3^\circ.$$

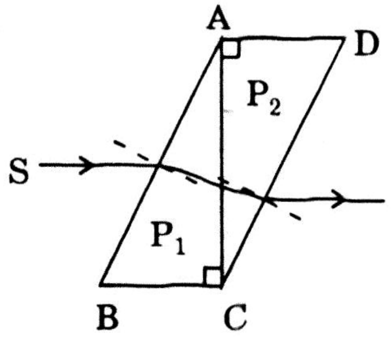
2. Lăng kính P_1 quay 1 góc nhỏ :

Với góc quay nhỏ thì góc tới i còn nhỏ nên độ lệch D vẫn là :

$$D \approx (n_1 - 1)A : \text{không đổi}$$

$$\Rightarrow \quad HM = AH\ .\ D = AH.(n_1 - 1)A : \text{không đổi.}$$

3. Độ lệch của tia sáng khi qua 2 lăng kính :



- Khi ló ra khỏi (P_1) tia sáng bị lệch về phía đáy BC góc :

$$D_1 = (n_1 - 1)A$$

- Khi ló ra khỏi (P_2) tia sáng bị lệch về phía đáy AD (so với tia tới P_2) góc :

$$D_2 = (n_2 - 1)A > D_1$$

- Vì 2 tia sáng có 2 lần lệch và ngược chiều nên độ lệch tổng cộng :

$$D' = D_2 - D_1 = (n_2 - n_1)A = 0{,}5^\circ$$

Vậy : tia sáng khi ló ra khỏi 2 lăng kính đã lệch góc $0{,}5^\circ$ về phía đáy AD của (P_2).

4. Độ thay đổi góc chiết quang của (P_2) :

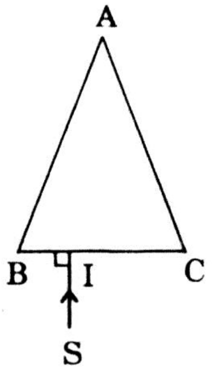
Để tia ló vẫn nằm ngang tức song song với tia tới thì :

$$D' = D'_2 - D_1 = 0$$

$$(n_2 - 1)A' - (n_1 - 1)A = 0 \quad \Rightarrow \quad A' = \frac{n_1 - 1}{n_2 - 1}A = 2^\circ$$

Vậy góc chiết quang của (P_2) đã giảm 1°.

HIỆN TƯỢNG PHẢN XẠ TOÀN PHẦN TRONG LĂNG KÍNH

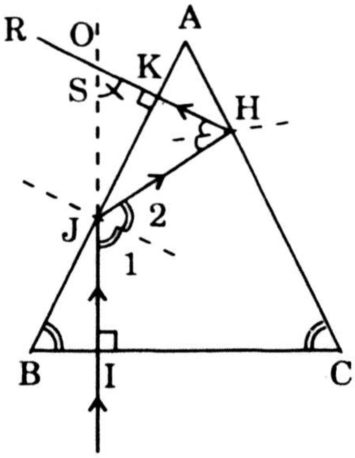


5 **Một lăng kính có tiết diện thẳng là tam giác cân ABC (AB = AC). Chiếu tia tới đơn sắc SI vuông góc mặt đáy BC thì tia này lần lượt bị phản xạ toàn phần tại mặt AB rồi mặt AC và ló ra theo phương vuông góc với mặt bên AB (hình vẽ).**

1. **Tính góc nhọn δ hợp bởi tia tới SI và tia ló KR khỏi lăng kính.**
2. **Biết chiết suất của lăng kính đối với màu lục là $n = \dfrac{1}{\sin 36^\circ}$.**

Nếu tia tới SI là tia sáng trắng thì tia ló theo phương vuông góc với AB có còn là tia sáng trắng không ?

GIẢI



1. Góc nhọn d của tia tới và tia ló :

- Hình vẽ $\Rightarrow$ $\hat{B} = \hat{J}_1 = \hat{J}_2 = \widehat{JHK} = 2\hat{A}$
- ΔABC $\Rightarrow$ $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$

$$5\hat{A} = 180^\circ \quad \Rightarrow \quad \hat{A} = 36^\circ$$

- ΔOJH $\Rightarrow$ $\widehat{IJH} = \delta + \widehat{JHK}$

$$144^\circ = \delta + 72^\circ$$

$$\Rightarrow \quad \delta = 72^\circ$$

2. SI là tia sáng trắng, màu của tia ló KR ?

- Vì góc tới tại J lớn hơn tại H nên nếu có phản xạ toàn phần tại H hiển nhiên có phản xạ toàn phần tại J.
- Để có phản xạ toàn phần tại H :

$$\sin \hat{H}_1 > \sin i_{gh}$$

$$\sin 36^\circ > \frac{1}{n}$$

$$n > \frac{1}{\sin 36^\circ}$$

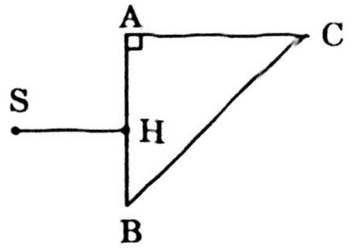
- Chiết suất lăng kính tăng dần theo thứ tự :

$$n_{\text{đỏ}} < n_{\text{da cam}} < n_{\text{vàng}} < n_{\text{lục}} = \frac{1}{\sin 36^\circ} < n_{\text{lam}} < n_{\text{chàm}} < n_{\text{tím}}$$

- Kết quả : các tia lam, chàm, tím ló ra khỏi lăng kính theo phương KR, còn các tia khác ló ra khỏi lăng kính ở H nên KR không còn là ánh sáng trắng.

LĂNG KÍNH PHẢN XẠ TOÀN PHẦN

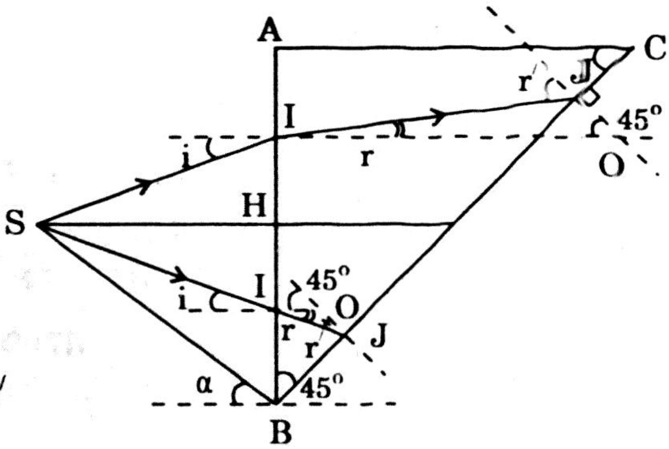
6 **Một lăng kính bằng thủy tinh có tiết diện thẳng là 1 tam giác vuông cân ABC với AB = AC = 4cm, chiết suất 1,6. S là điểm sáng nằm trên đường trung trực SH của AB với SH = 100cm.**



1. **Chứng tỏ tất cả các tia sáng phát ra từ S đến lăng kính đều bị phản xạ toàn phần tại mặt BC. Biết sin 44° = 0,6947.**
2. **Xác định vị trí và tính chất ảnh cuối cùng của S qua lăng kính.**

GIẢI

1. *Tất cả các tia sáng đến lăng kính đều bị phản xạ toàn phần tại mặt BC :*



- $0 \le i \le \alpha = \widehat{BSH}$

  Với : $\text{tg}\widehat{BSH} = \dfrac{BH}{SH} = 0,02$

  $\Rightarrow \quad \widehat{BSH} \approx 0,02 \text{ (rad)}$

  Vậy : $0 \le i \le 0,02 \text{ (rad)}$

- $0 \le i = nr \le 0,02$

  $\Rightarrow \quad 0 \le r \le \dfrac{0,02}{1,6} = \dfrac{1}{80} \text{rad} \approx 43'$

- *Nếu $I \in BH$:*

  $\Delta OJI \quad \Rightarrow \quad 0 \le r = 45^o - r' \le 43' \quad \Rightarrow \quad 44^o17' \le r' \le 45^o$ (1)

- *Nếu $I \in AH$:*

  $\Delta OIJ \quad \Rightarrow \quad 0 \le r = r' - 45 \le 43' \quad \Rightarrow \quad 45^o \le r' \le 45^o43'$ (2)

  (1) và (2) cho : $44^o17' \le r' \le 45^o43' \quad \Rightarrow \quad \sin r' > \sin 44^o = 0,6947$ (3)

- Mà : $\sin i_{gh} = \dfrac{1}{n} = \dfrac{1}{1,6} = 0,625$ (4)

  (3) và (4) $\Rightarrow \quad r' > i_{gh}$

  Vậy tất cả các tia sáng đến mặt BC đều bị phản xạ toàn phần.

2. *Vị trí và tính chất ảnh cuối cùng của S qua lăng kính :*

- Chùm sáng hẹp phát ra từ S chiếu đến mặt AB bị khúc xạ vào lăng kính (tạo ảnh ảo S_1), chùm khúc xạ gặp mặt BC bị phản xạ toàn phần (tạo ảnh ảo S_2). Chùm phản xạ trong lăng kính bị khúc xạ tại mặt AC khi ló ra không khí tạo ảnh ảo S'.

- Sơ đồ tạo ảnh : $A \xrightarrow{\text{Mặt AB}} S_1 \xrightarrow{\text{Mặt BC}} S_2 \xrightarrow{\text{Mặt AC}} S'$

+ $\frac{HS_1}{HS} = \frac{1,6}{1}$

$\Rightarrow$ $HS_1 = 1,6HS = 160$ (cm)

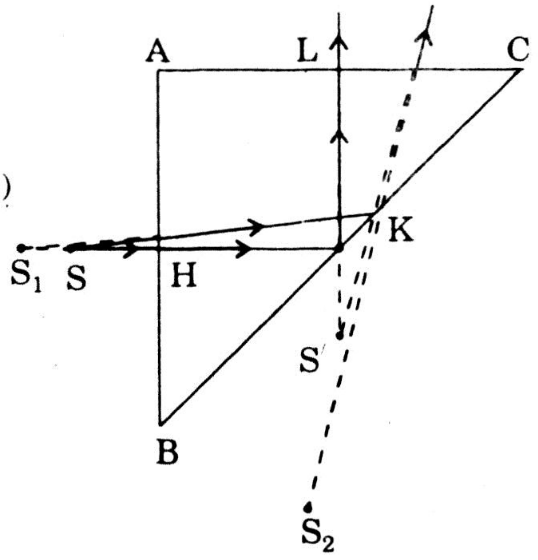
+ $KS_1 = KH + HS_1 = 2 + 160 = 162$ (cm)

+ $KS_2 = KS_1 = 162$ (cm)

+ $LS_2 = LK + KS_2 = 164$ (cm)

$\frac{LS'}{LS_2} = \frac{1}{1,6}$

$\Rightarrow LS' = \frac{LS_2}{1,6} = 102,5$ (cm).



BÀI TẬP CÓ HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

7 **Một lăng kính ABC làm bằng thủy tinh có chiết suất $n = \sqrt{2}$, góc chiết quang $\widehat{A} = 45^0$. Chiếu tia đơn sắc đến vuông góc với mặt bên AB, sau đó đến gặp mặt bên AC. Tính góc ló i_2 của tia sáng ló ra khỏi lăng kính tại mặt bên AC.**

ĐÁP SỐ : $i_2 = 90^0$.

8 **Một lăng kính có tiết diện thẳng ABC chiết suất $n = \sqrt{2}$, góc chiết quang $\widehat{A} = 45^0$. Chiếu tia sáng đơn sắc đến mặt bên AB dưới góc tới i_1 thì tia sáng đến gặp và ló ra ở mặt bên AC với góc ló $i_2 = 45^0$. Tính góc tới i_1.**

ĐÁP SỐ : $i_1 = 21^0 30'$.

9 **Lăng kính có góc chiết quang $\widehat{A} = 60^0$. Trong tiết diện thẳng của lăng kính ta chiếu một chùm tia sáng hẹp lướt sát mặt bên AB từ phía đáy thì tia ló ra khỏi mặt bên AC bằng $21^0 30'$. Tính chiết suất n của lăng kính.**

HƯỚNG DẪN

$\sin i_2 = n \sin(\widehat{A} - r_1)$ Tính được : $n = \sqrt{2}$.

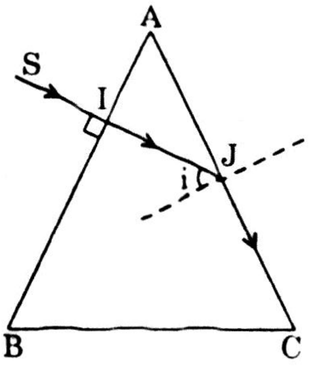
10 **Một lăng kính có tiết diện thẳng là tam giác ABC với góc chiết quang $\widehat{A}$. Chiếu tia tới đơn sắc đến gặp mặt bên AB thì tia sáng sẽ gặp và ló ra ở mặt bên AC có độ lệch cực tiểu $D_{min} = \widehat{A}$. Tính chiết suất n của lăng kính theo góc $\widehat{A}$.**

HƯỚNG DẪN

$$\sin\frac{\widehat{A} + D_{min}}{2} = n\sin\frac{\widehat{A}}{2} \quad \Leftrightarrow \quad n = 2\cos\frac{\widehat{A}}{2}.$$

11 **Chiếu chùm tia đơn sắc SI song song hẹp màu lục theo phương vuông góc với mặt bên AB của lăng kính ta được tia ló màu lục nằm sát với mặt bên AC (hình vẽ). Hỏi nếu chùm tia hẹp SI gồm ba tia đơn sắc đỏ, lục và tím cùng chiếu vuông góc với mặt bên AB thì có tia nào ló ra khỏi lăng kính hay không ? (Không kể tia lục)**

HƯỚNG DẪN



Có : $n_{đỏ} < n_{lục} < n_{tím}$ và $\sin i_{gh} = \dfrac{1}{n}$

nên : $i_{gh\,(đỏ)} > i_{gh\,(lục)} > i_{gh\,(tím)}$

mà : $i_{gh\,(lục)}$ = góc tới i của các tia sáng tại mặt bên AC.

Vậy có tia đỏ ló ra.

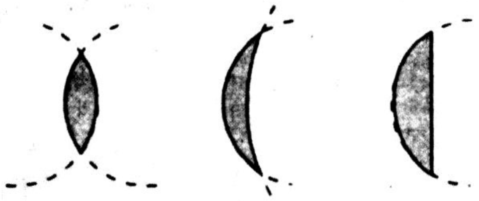
Chủ đề 9 THẤU KÍNH

TÓM TẮT LÍ THUYẾT

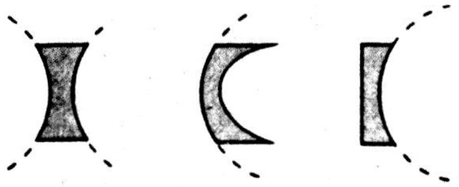
1. ***Thấu kính*** là môi trường trong suốt giới hạn bởi 2 mặt cong hoặc 1 mặt cong và 1 mặt phẳng. (Thường ta xét mặt cong là mặt cầu).

2. ***Thấu kính có 2 loại***

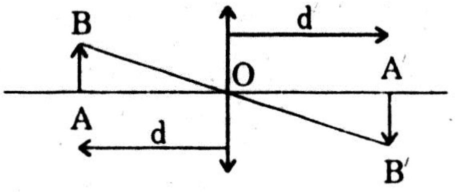
- Thấu kính rìa mỏng nếu đặt trong không khí là thấu kính hội tụ.



- Thấu kính rìa dày nếu đặt trong không khí là thấu kính phân kỳ.



3. ***Công thức thấu kính***



- $\dfrac{1}{f} = \left(\dfrac{n}{n_o} - 1\right)\left(\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}\right)$ với: $\begin{cases} \bullet\ n\text{: chiết suất thấu kính} \\ \bullet\ n_o\text{: chiết suất môi trường} \\ \bullet\ R\text{: bán kính mặt cầu} \\ \bullet\ R > 0 \text{ : mặt lồi} \\ \bullet\ R < 0 \text{ : mặt lõm} \\ \bullet\ R = \infty \text{ : mặt phẳng} \end{cases}$

- $\dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{d} + \dfrac{1}{d'} \Rightarrow \begin{cases} d = \dfrac{d'f}{d' - f} \\ d' = \dfrac{df}{d - f} \\ f = \dfrac{dd'}{d + d'} \end{cases}$

- Độ phóng đại : $K = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\dfrac{d'}{d} \Rightarrow \dfrac{A'B'}{AB} = \left|\dfrac{d'}{d}\right|$

4. Khoảng cách giữa vật và ảnh

$$l = AA' = |d + d'|.$$

TIÊU CỰ CỦA THẤU KÍNH – ẢNH QUA THẤU KÍNH

1 **Cho thấu kính hai mặt lồi, bán kính $R_1 = R_2 = 20cm$, chiết suất $n = 1,5$.**

1. Tính tiêu cự của thấu kính khi nó đặt trong không khí và khi nó đặt trong nước có chiết suất $n_o = \dfrac{4}{3}$.

2. Khi TK đặt trong không khí, xác định vị trí, tính chất, độ lớn ảnh $A'B'$ của $AB = 1cm$ là vật sáng đặt vuông góc với trục chính và cách thấu kính $d = 30cm$. Vẽ ảnh.

GIẢI

1. Tiêu cự của thấu kính :

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{n}{n_o} - 1\right) \times \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

- *Ngoài không khí :* $n_o = 1$; $n = 1,5$; $R_1 = R_2 = 20cm$

  $f_o = 20$ (cm)

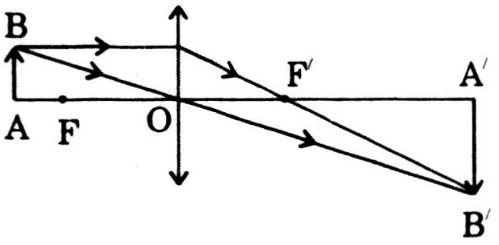
- *Trong nước :* $n_o = \dfrac{4}{3}$

  $f = 80$ (cm)

2. *Xác định ảnh A'B' của AB :*

- Vị trí ảnh d' cho bởi : $\frac{1}{f_o} = \frac{1}{d} + \frac{1}{d'}$ $\Rightarrow$ $d' = \frac{df}{d - f} = 60$ (cm)
- $d' > 0$: A'B' là ảnh thật.
- $k = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{d'}{d} = -2$ $\Rightarrow$ $\overline{A'B'} = -2$ (cm)

  Vậy ảnh A'B' = 2 (cm) và ngược chiều vật.
- Vẽ ảnh :

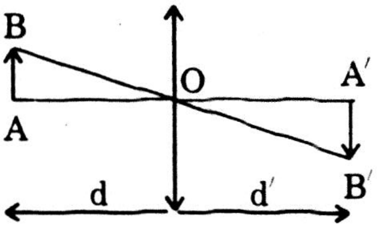


BIẾT ĐỘ CAO VẬT VÀ ẢNH; KHOẢNG CÁCH VẬT – ẢNH – TÌM f

$\boxed{2}$ Vật sáng AB đặt vuông góc trục chính của thấu kính tiêu cự f, ảnh A'B' cao gấp đôi vật. Khoảng cách giữa vật và ảnh 10cm. Tính tiêu cự TK.

GIẢI

a) A'B' là ảnh thật :

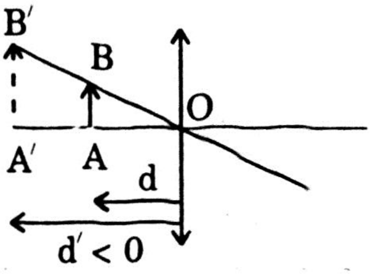


- $\left.\begin{array}{l} \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{d'}{d} \\ \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -2 \end{array}\right\} \Rightarrow$ $d' = 2d > 0$: Ảnh thật
- Có : $d + d' = 10$ (cm)

  $3d = 10$ (cm)

  $\Rightarrow$ $d = \frac{10}{3}$ (cm) ; $d' = \frac{20}{3}$ (cm)
- Tiêu cự : $f = \frac{dd'}{d + d'} = \frac{20}{9} \approx 2{,}22$ (cm).

b) A'B' là ảnh ảo :



- $\left.\begin{array}{l} \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{d'}{d} \\ \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = +2 \end{array}\right\} \Rightarrow$ $d' = -2d < 0$: Ảnh ảo

- $|d'| - d = 10$

  $-d' - d = 10$

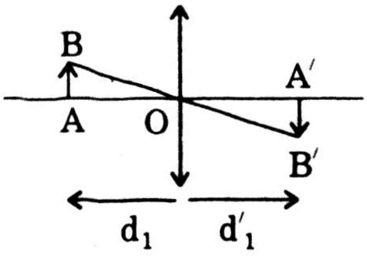
  $d = 10$ (cm) ; $d' = -20$ (cm)

- Tiêu cự : $f = \dfrac{dd'}{d + d'} = 20$ (cm).

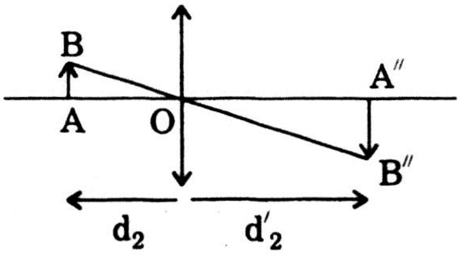
BIẾT ĐỘ PHÓNG ĐẠI VÀ KHOẢNG CÁCH VẬT – ẢNH – TÌM f

3 **Một thấu kính hội tụ có hai mặt lồi giống nhau, bán kính R, chiết suất $n = \sqrt{2}$. Người ta đặt thấu kính trong khoảng giữa một vật sáng AB hình mũi tên và một màn thì thu được ảnh lớn gấp 2 lần vật. Để lại được một ảnh rõ nét hiện lên trên màn và gấp 3 lần vật, khoảng cách giữa vật và màn tăng thêm 10cm. Tính bán kính R của thấu kính hội tụ.**

GIẢI



(H1)



(H2)

- (H1) cho : $\left.\begin{array}{l}\dfrac{d_1'}{d_1} = \dfrac{A'B'}{AB} = 2 \\ \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{d_1} + \dfrac{1}{d_1'}\end{array}\right\} \Rightarrow \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{d_1} + \dfrac{1}{2d_1} = \dfrac{3}{2d_1}$ (1)

- (H2) cho : $\left.\begin{array}{l}\dfrac{d_2'}{d_2} = \dfrac{A''B''}{AB} = 3 \\ \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{d_2} + \dfrac{1}{d_2'}\end{array}\right\} \Rightarrow \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{d_2} + \dfrac{1}{3d_2} = \dfrac{4}{3d_2}$ (2)

(1) và (2) $\Rightarrow \dfrac{3}{2d_1} = \dfrac{4}{3d_2} \Rightarrow d_1 = \dfrac{9}{8}d_2$ (3)

- Mặt khác : $d_2 + d_2' = d_1 + d_1' + 10$

  $4d_2 = 3d_1 + 10$ (4)

(3) và (4) $\Rightarrow 4d_2 = \dfrac{27}{8}d_2 + 10 \Rightarrow d_2 = 16$ (cm)

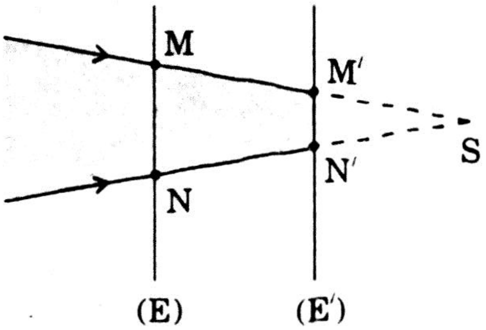
(2) $\Rightarrow$ $\dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{12}$ hay : $(n-1)\dfrac{2}{R} = \dfrac{1}{12}$

$\Rightarrow$ $R = 24(n-1) = 9{,}936$ (cm).

CHÙM SÁNG LÓ RA KHỎI THẤU KÍNH TẠO VÒNG TRÒN SÁNG TRÊN MÀN

4 **Một chùm sáng chiếu qua lỗ tròn đường kính MN trên màn chắn sáng (E) hội tụ tại S. Giữa màn và S ta đặt màn (E′) song song với (E) và cách (E) 20cm, ta hứng được vòng tròn sáng đường kính M′N′ = 0,6MN (hình vẽ). Nếu ta đặt một thấu kính có đường kính MN vào lỗ tròn của màn (E) thì vòng tròn sáng trên màn (E′) vẫn không đổi.**

1. **Tính độ tụ của thấu kính.**
2. **Thay thấu kính trên bằng thấu kính phân kỳ có độ tụ 10 điốp thì vòng tròn sáng trên màn thay đổi thế nào ?**



GIẢI

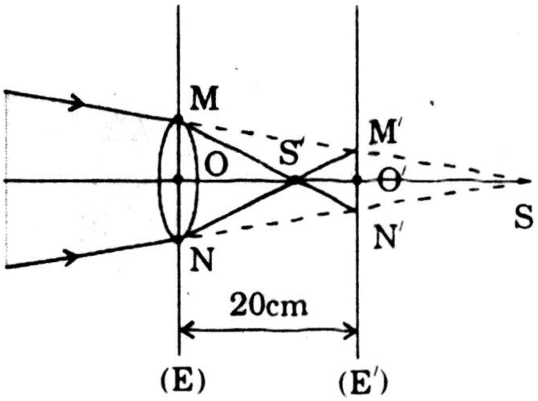
1. ***Độ tụ của thấu kính :***

Để vòng tròn sáng trên màn có đường kính không đổi thì chùm ló ra khỏi thấu kính phải hội tụ tại S′ trước màn (E′).

- ΔSMN ∽ ΔSM′N′ cho :

$$\frac{OS}{O'S} = \frac{MN}{M'N'}$$

$$\frac{OS}{OS-20} = \frac{1}{0{,}6} \Rightarrow OS = 50\ \text{(cm)}$$



- ΔS′MN ∽ ΔS′M′N′ cho :

$$\frac{OS'}{O'S'} = \frac{MN}{M'N'} \text{ hay :}$$

$$\frac{OS'}{20-OS'} = \frac{1}{0{,}6} \Rightarrow OS' = 12{,}5\ \text{(cm)}$$

- Đối với thấu kính thì S là vật ảo, S′ là ảnh thật với :

$$d = \overline{OS} = -50\ \text{(cm)}$$

$$d' = \overline{OS'} = -12{,}5\ \text{(cm)}$$

Tiêu cự : $f = \dfrac{dd'}{d+d'} = \dfrac{625}{37{,}5}\text{(cm)} = \dfrac{6{,}25}{37{,}5}\text{(m)} \Rightarrow D = \dfrac{1}{f} = 6$ (điốp).

2. Vòng tròn sáng trên màn (E′) khi đặt thấu kính phân kỳ:

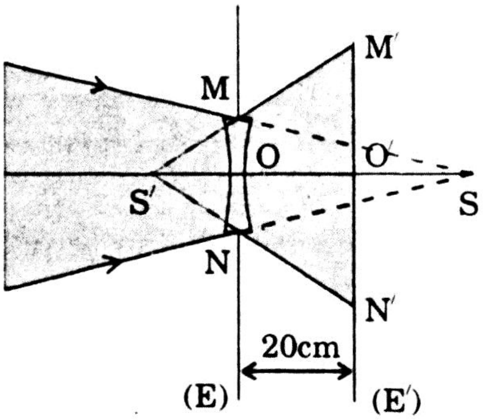
- $f' = +\frac{1}{D} = -0{,}1\text{m} = -10$ (cm)
- Vị trí ảnh sáng :

  $d' = \overline{OS'} = \dfrac{df'}{d - f'} = -12{,}5$ (cm) ;

  S là ảnh ảo nằm trước thấu kính.
- $\Delta S'M'N' \backsim \Delta S'MN$:

  $$\frac{M'N'}{MN} = \frac{S'O'}{S'O} = \frac{32{,}5}{12{,}5}$$

  $\Rightarrow\ M'N' = 2{,}6MN.$



HAI ẢNH CỦA HAI ĐIỂM SÁNG KHÁC BÊN THẤU KÍNH TRÙNG NHAU HOẶC CÁCH NHAU MỘT KHOẢNG CHO TRƯỚC

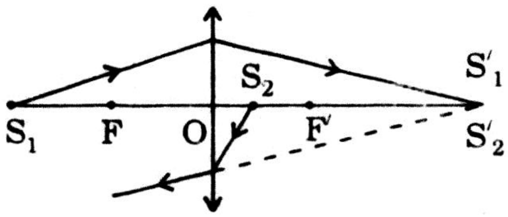
5 **Một thấu kính có tiêu cự f. Hai điểm sáng S_1, S_2 đặt trên trục chính ở hai bên của thấu kính và cách thấu kính lần lượt d_1 và d_2 mà $d_1 = 4d_2$. Nếu $d_1 = 60$cm thì ảnh của chúng trùng nhau.**

1. **Đó là thấu kính gì và tính tiêu cự thấu kính.**
2. **Tính d_1 và d_2 để 2 ảnh cách nhau 84cm và nằm cùng bên thấu kính.**

GIẢI

1. Tính chất thấu kính và tiêu cự thấu kính :

- Đó là thấu kính hội tụ vì nếu là thấu kính phân kỳ ảnh của chúng là ảnh ảo, tức S_1' cùng phía với S_1 ; S_2' cùng phía với S_2, nên $S_1' \neq S_2'$: Trái giả thiết.



- Để 2 ảnh trùng nhau thì S_1' là ảnh thật, S_2' là ảo.

Có : $d_1' = \dfrac{d_1 f}{d_1 - f} = \dfrac{60.f}{60 - f} > 0$

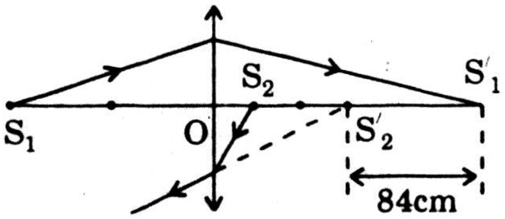
$$d_2' = \frac{d_2 f}{d_2 - f} = \frac{15f}{15 - f} < 0 \quad \left(d_2 = \frac{d_1}{4} = 15 \text{ (cm)}\right)$$

Vì : $S_1' \equiv S_2' \quad \Rightarrow \quad d_1' = -d_2'$

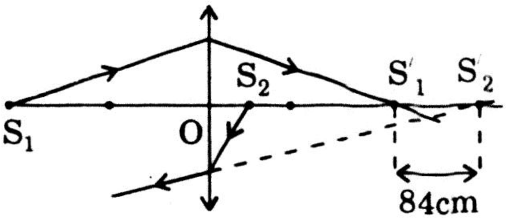
$$\frac{60f}{60 - f} = -\frac{15f}{15 - f} \quad \Rightarrow \quad f = 24 \text{ (cm)}.$$

2. *Tính d_1 và d_2 để 2 ảnh cách nhau 84cm :*

Hai vị trí ảnh S_1' và S_2' có thể xảy ra :



(H1)



(H2)

a) (H1) : $d_1' - |d_2'| = 84$

Vì $d_2' < 0$: $d_1' + d_2' = 84$

$$\frac{24d_1}{d_1 - 24} + \frac{24d_2}{d_2 - 24} = 84$$

Với $d_1 = 4d_2$: $$\frac{24d_2}{d_2 - 6} + \frac{24d_2}{d_2 - 24} = 84$$

$$\Rightarrow \quad 36d_2^2 - 1800d_2 + 12096 = 0$$

$$d_2^2 - 50d_2 + 336 = 0$$

$$\Delta' = 17^2$$

$$d_2 = \frac{25 \pm 17}{1} = \left| \begin{array}{l} 42\ (cm) > 24\ (cm) : \text{loại} \\ 8\ (cm) \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \quad d_1 = 4d_2 = 32\ (cm).$$

b) (H2) : $|d_2'| - d_1' = 84$

$$-d_2' - d_1' = 84$$

$$\frac{24d_1}{d_2 - 6} - \frac{24d_2}{d_2 - 24} = 84$$

$$\rightarrow \quad 132d_2^2 - 3240d_2 + 12096 = 0$$

$$\Delta' \approx 1013{,}7692^2$$

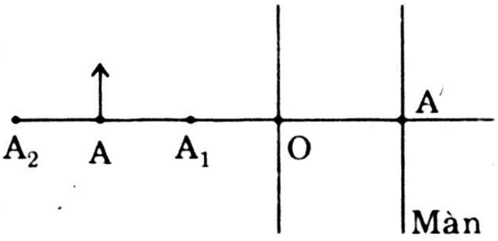
$$d_2 = \frac{1620 \pm 1013{,}7692}{132} = \left[\begin{array}{l} 19{,}95\ (cm) < f \\ 4{,}59\ (cm) < f \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \quad d_1 = 4d_2 \approx \left[\begin{array}{l} 79{,}8\ (cm) \\ 18{,}36\ (cm) < f : \text{loại} \end{array} \right.$$

Vậy ta có 2 cặp nghiệm :

$$\begin{cases} d_1 = 32\ (cm) \\ d_2 = 8\ (cm) \end{cases} \quad \text{và} \quad \begin{cases} d_1 = 79{,}8\ (cm) \\ d_2 = 19{,}95\ (cm) \end{cases}$$

DỰA VÀO ĐỘ DỊCH CHUYỂN CỦA VẬT – MÀN, TÍNH TIÊU CỰ THẤU KÍNH



6 **Đặt thấu kính cố định ở O, vị trí vật và màn để hứng ảnh rõ nét lần lượt như sau :**

- **Vật ở A, màn ở A'.**
- **Vật ở A_1 gần thấu kính hơn A ($AA_1 = 3$cm), màn ở A'_1 với $A'A'_1 = 30$cm.**
- **Vật ở A_2 xa thấu kính hơn A ($AA_2 = 2$cm), màn ở A'_2 với $A'A'_2 = 10$cm.**

1. **Nêu tính chất thấu kính và chiều dịch chuyển màn.**
2. **Tính tiêu cự thấu kính.**

GIẢI

1. Tính chất thấu kính và chiều dịch chuyển màn :

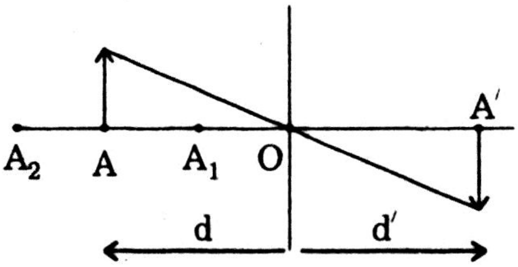
- Đó là thấu kính hội tụ vì vật thật cho ảnh thật (nếu là thấu kính phân kỳ thì vật thật cho ảnh ảo).
- Dựa vào công thức : $\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{f}$: không đổi

$\Rightarrow$ d và d' biến thiên ngược chiều, do đó :

+ Vật về gần thấu kính (d giảm) → màn dịch ra xa (d' tăng)

+ Vật ra xa thấu kính (d tăng) → màn về gần thấu kính (d' giảm)

2. Tiêu cự thấu kính :



- Vật ở A : $\frac{1}{f} = \frac{1}{d} + \frac{1}{d'}$ (1)
- Vật ở A_1 : $\frac{1}{f} = \frac{1}{d-3} + \frac{1}{d'+30}$ (2)
- Vật ở A_2 : $\frac{1}{f} = \frac{1}{d+2} + \frac{1}{d'-10}$ (3)

Giải hệ phương trình (1), (2), (3) để tìm d, d'.

- (1) = (2) $\Rightarrow$ $\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{d-3} + \frac{1}{d'+30}$

$$\frac{1}{f} - \frac{1}{d-3} = \frac{1}{d'+30} - \frac{1}{d'}$$

$$10d(d-3) = d'(d'+30) \qquad (4)$$

- (1) = (3) $\Rightarrow$ $\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{d+2} + \frac{1}{d'-10}$

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{d+2} = \frac{1}{d'-10} - \frac{1}{d'}$$

$$5d(d+2) = d'(d'-10) \qquad (5)$$

- $\frac{(4)}{(5)} \Rightarrow \frac{2(d-3)}{d+2} = \frac{d'+30}{d'-10} \qquad (6)$

$$\frac{2(d-3)}{2(d-3)-(d+2)} = \frac{d'+30}{(d'+30)-(d'-10)}$$

$$\frac{2(d-3)}{d-8} = \frac{d'+30}{40} \Rightarrow \frac{1}{d'+30} = \frac{d-8}{80(d-3)} \qquad (7)$$

- (6) cũng còn được biến đổi :

$$\frac{2(d-3)-(d+2)}{d+2} = \frac{(d'+30)-(d'-10)}{d'-10}$$

$$\frac{d-8}{d+2} = \frac{40}{d'-10} \Rightarrow \frac{1}{d'-10} = \frac{d-8}{40(d+2)} \qquad (8)$$

- (2) và (7) cho : $\frac{1}{f} = \frac{1}{d-3} + \frac{d-8}{80(d-3)}$

  (3) và (8) cho : $\frac{1}{f} = \frac{1}{d+2} + \frac{d-8}{40(d+2)}$

$$\Rightarrow \frac{1}{d-3} + \frac{d-8}{80(d-3)} = \frac{1}{d+2} + \frac{d-8}{40(d+2)}$$

$$\frac{d+72}{2(d-3)} = \frac{d+32}{d+2}$$

$$\Rightarrow d^2 - 16d - 336 = 0$$

$$\Delta' = 400 = 20^2$$

$d = 8 \pm 20$ Chỉ nhận $d = 28$ (cm)

(4) $\Rightarrow$ $d' = 70$ (cm)

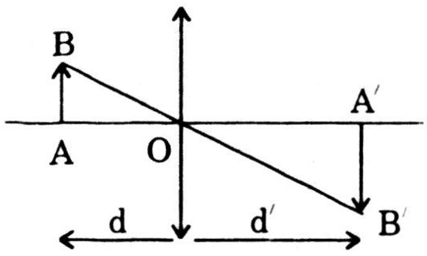
(1) $\Rightarrow$ $f = \frac{dd'}{d+d'} = 20$ (cm).

VẬT DỊCH CHUYỂN – ẢNH DỊCH CHUYỂN

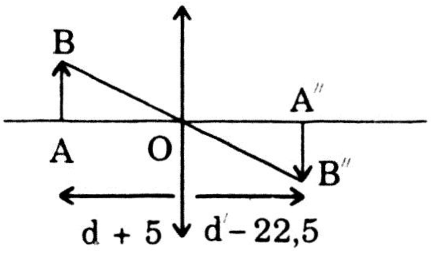
7 **Một vật phẳng nhỏ AB đặt trước một thấu kính cho ảnh rõ nét trên màn (M). Cho vật dịch chuyển ra xa thấu kính 5cm thì màn phải dịch đi 22,5cm, lúc này ảnh bằng nửa ảnh trước.**

Biết thấu kính được giới hạn bởi hai mặt cầu cùng bán kính R và làm bằng thủy tinh chiết suất n = 1,5. Tính R.

GIẢI



(H1)



(H2)

- (H1) $\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{d} + \dfrac{1}{d'} & (1) \\ \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\dfrac{d'}{d} & (2) \end{cases}$

- (H2) $\Rightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{d+5} + \dfrac{1}{d'-22{,}5} & (3) \\ \dfrac{\overline{A''B''}}{\overline{AB}} = -\dfrac{d'-22{,}5}{d+5} & (4) \end{cases}$

- (1) = (3) $\Rightarrow \quad \dfrac{1}{d} + \dfrac{1}{d'} = \dfrac{1}{d+5} + \dfrac{1}{d'-22{,}5}$

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{d+5} = \frac{1}{d'-22{,}5} - \frac{1}{d'}$$

$$\Rightarrow \quad d'(d'-22{,}5) = 4{,}5d(d+5) \qquad (5)$$

- $\dfrac{(3)}{(4)} \Rightarrow \quad \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{A''B''}} = \dfrac{d'}{d} \times \dfrac{d+5}{d'-22{,}5}$

$$2 = \frac{d'}{d} \times \frac{d+5}{d'-22{,}5}$$

$$\Rightarrow \quad 2d(d'-22{,}5) = d'(d+5) \qquad (6)$$

- $\dfrac{(5)}{(6)} \Rightarrow \quad \dfrac{d'}{2d} = \dfrac{4{,}5d}{d'} \quad \Rightarrow \quad d'^2 = 9d^2$

Vì d, d′ đều dương nên : $d' = 3d$

- (5) $\Rightarrow \quad 3d(3d - 22{,}5) = 4{,}5d(d+5) \quad \Rightarrow \quad d = 20$ (cm)

$\Rightarrow \quad d' = 60$ (cm)

- (1) $\Rightarrow \quad \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{20} + \dfrac{1}{60} = \dfrac{1}{15}$

Với : $\dfrac{1}{f} = (n-1)\dfrac{2}{R} = \dfrac{1}{R}$ Vậy : R = 15 (cm).

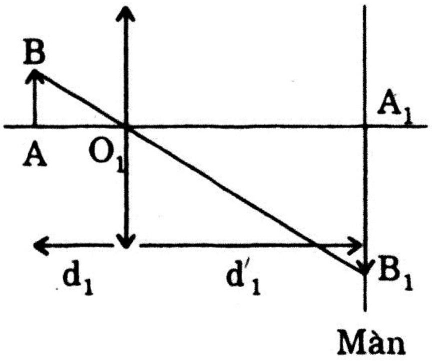
THẤU KÍNH DỊCH CHUYỂN GIỮA VẬT VÀ MÀN CỐ ĐỊNH

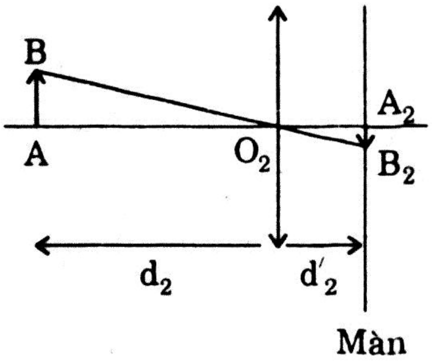
8 **Một vật phẳng nhỏ AB đặt trước màn ảnh và cách màn 180cm. Dịch một thấu kính giữa vật và màn sao cho trục chính của thấu kính vuông góc với màn và AB thì ta tìm được hai vị trí của thấu kính cho ảnh rõ nét trên màn với ảnh này lớn gấp 25 lần ảnh kia.**

1. **Tính tiêu cự f_1 của thấu kính.**
2. **Giữa vật và màn cố định. Thay thấu kính nói trên bằng một thấu kính khác có tiêu cự f_2. Tính f_2 để :**
   - **a) Giữa vật và màn ta chỉ tìm được một vị trí thấu kính cho ảnh rõ nét trên màn.**
   - **b) Giữa vật và màn ta không tìm được vị trí thấu kính vào để cho ảnh rõ nét trên màn.**

GIẢI

1. Tiêu cự f_1 của thấu kính :





- Hình vẽ cho :

$$\begin{cases} d_1 + d'_1 = d_2 + d'_2 = 180 \text{ (cm)} & (1) \\ \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{d_1} + \dfrac{1}{d'_1} = \dfrac{1}{d_2} + \dfrac{1}{d'_2} \Leftrightarrow \dfrac{d_1 + d'_1}{d_1 d'_1} = \dfrac{d_2 + d'_2}{d_2 d'_2} & (2) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad d_1 . d'_1 = d_2 . d'_2 \qquad (3)$$

$$\text{Và : } \begin{cases} \dfrac{A_1B_1}{AB} = \dfrac{d'_1}{d_1} \\ \dfrac{A_2B_2}{AB} = \dfrac{d'_2}{d_2} \end{cases} \Rightarrow \quad \dfrac{d'_1}{d_1} \times \dfrac{d_2}{d'_2} = \dfrac{A_1B_1}{A_2B_2} = 25$$

$$\Rightarrow \quad d_2 . d'_1 = 25 d_1 . d'_2 \qquad (4)$$

- $$\frac{(3)}{(4)} \Rightarrow \quad \frac{d_1}{d_2} = \frac{1}{25}\frac{d_2}{d_1}$$

$$d_2^2 = 25 d_1^2$$

$d_1, d_2 > 0$ nên : $d_2 = 5d_1$

- (3) $\Rightarrow$ $d_1.d_1' = 5d_1.d_2'$

  Vì $d_1 \neq 0 \Rightarrow$ $d_1' = 5d_2' = 5(180 - d_2) = 5(180 - 5d_1)$

- (1) $\Rightarrow$ $d_1 + d_1' = 180$

  $d_1 + 5(180 - 5d_1) = 180$

  $\Rightarrow$ $d_1 = 30$ (cm) $\Rightarrow$ $d_1' = 150$ (cm)

- Tiêu cự : $f = \dfrac{d_1.d_1'}{d_1 + d_1'} = 25$ (cm).

2. ***Tiêu cự f_2 :***

Gọi l là khoảng cách giữa vật và màn :

$$d + d' = l$$

$$d + \frac{df_2}{d - f_2} = l$$

$$d^2 - ld + lf_2 = 0 \qquad (5)$$

$$\Delta = l^2 - 4lf_2 = l(l - 4f_2)$$

a) Giữa vật và màn ta chỉ tìm được một vị trí thấu kính thì (5) chỉ cho 1 nghiệm, lúc đó :

$$\Delta = l(l - 4f_2) = 0 \qquad \Rightarrow \qquad f_2 = \frac{1}{4} = 45 \text{ (cm)}.$$

b) Không tìm được vị trí thấu kính tức phương trình (5) không có nghiệm :

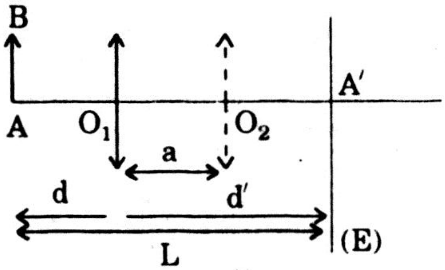
$$\Delta < 0 \qquad \Rightarrow \qquad f_2 > \frac{1}{4} = 45 \text{ (cm)}.$$

ĐO TIÊU CỰ THẤU KÍNH BẰNG PHƯƠNG PHÁP BESSEL

9 **Một vật AB hình mũi tên đặt cách màn (E) một khoảng L và giữ chúng cố định. Giữa vật AB và màn ta di chuyển một thấu kính thì tìm được hai vị trí của thấu kính cho hai ảnh $A_1'B_1'$ và $A_2'B_2'$ rõ nét trên màn, hai vị trí này cách nhau khoảng a.**

1. Tính tiêu cự f của thấu kính theo L và a. Biện luận.

2. Chứng minh hệ thức : $AB^2 = A_1'B_1' \times A_2'B_2'$.



GIẢI

1. ***Tiêu cự f của TK :***

- $\dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{d} + \dfrac{1}{d'} = \dfrac{1}{d+a} + \dfrac{1}{d'-a}$

$$\Rightarrow \quad \frac{d+d'}{dd'} = \frac{d+d'}{(d+a)(d'-a)} \quad \Rightarrow \quad dd' = (d+a)(d'-a)$$

$$\Rightarrow \quad d' - d = a \qquad (1)$$

- Có : $d' + d = L \qquad (2)$
- (1) + (2) $\Rightarrow \quad d' = \dfrac{L+a}{2}$
- (1) $\Rightarrow \quad d = d' - a = \dfrac{L-a}{2}$
- Tiêu cự : $f = \dfrac{d.d'}{d+d'} = \dfrac{\dfrac{L-a}{2} \times \dfrac{L+a}{2}}{\dfrac{L-a}{2} + \dfrac{L+a}{2}} = \dfrac{L^2 - a^2}{4L}$
- *Biện luận :* $a^2 = L(L - 4f) \geq 0 \quad \Rightarrow \quad L \geq 4f$

  + Nếu $L > 4f$; $a > 0$: có 2 vị trí thấu kính.

  + Nếu $L = 4f$; $a = 0$: có 1 vị trí thấu kính ứng với $d = d' = \dfrac{L}{2}$, thấu kính nằm trên mặt phẳng trung trực của AA'.

  + Nếu $L < 4f$; $a < 0$: không tìm được vị trí của thấu kính để có ảnh rõ nét trên màn.

2. *Chứng minh $AB^2 = A_1'B_1' \times A_2'B_2'$*

Có : $\begin{cases} \dfrac{A_1'B_1'}{AB} = \dfrac{d'}{d} \\ \dfrac{A_2'B_2'}{AB} = \dfrac{d'-a}{d+a} \end{cases} \Rightarrow \quad \dfrac{A_1'B_1' \times A_2'B_2'}{AB^2} = \dfrac{d'}{d} \times \dfrac{d'-a}{d+a}$

Thay : $d' = \dfrac{L+a}{2}$ và $d = \dfrac{L-a}{2}$ ta được :

$$\frac{A_1'B_1' \times A_2'B_2'}{AB^2} = 1 \quad \text{hay} \quad AB^2 = A_1'B_1' \times A_2'B_2'$$

Vậy : Độ lớn vật bằng trung bình nhân độ lớn của 2 ảnh.

VẬT ĐỨNG YÊN – THẤU KÍNH DỊCH CHUYỂN

10 **Một thấu kính hai mặt lồi cùng bán kính R = 24cm, chiết suất n = 1,5. Điểm sáng S đặt trên trục chính của thấu kính cho ảnh S' cách S 12cm.**

1. Xác định vị trí vật và ảnh – vẽ ảnh.

2. Giữ S cố định, dịch chuyển thấu kính về phía S. Hỏi ảnh S' di chuyển thế nào so với S.

GIẢI

1. Vị trí vật và ảnh :

- Tiêu cự thấu kính : $\frac{1}{f} = (n-1)\frac{2}{R} \Rightarrow f = 24\ (cm)$
- Vật thật – ảnh thật : $d + d' = 12\ (cm)$

$$d + \frac{24d}{d-24} = 12$$

$$d^2 - 12d + 288 = 0$$

$\Delta' < 0$: Vô nghiệm, nghĩa là không có trường hợp ảnh thật.

- Vật thật – ảnh ảo : $d' + d = -1$

$$\frac{df}{d-f} + d = -1$$

$$\Rightarrow \quad d^2 + ld - lf = 0$$

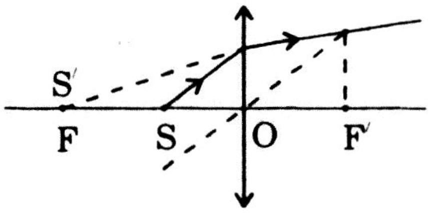
$$d^2 + 12d - 228 = 0$$

$$d = -6 \pm 18 = \begin{cases} 12\ (cm) \\ -24 < 0\ (\text{loại}) \end{cases}$$

$$d' = \frac{24d}{d-24} = -24\ (cm)$$

Vậy : $d = 12\ (cm)$; $d' = -24\ (cm)$.

- Vẽ hình : (hình bên)



2. Sự chuyển dịch của S' so với S :

$(*) \Rightarrow \quad l = \frac{d^2}{f-d} = \frac{d^2}{24-d}$ với $0 \le d \le 12\ (cm)$

Đạo hàm của l theo d : $l' = \frac{d(48-d)}{(24-d)^2} \ge 0$

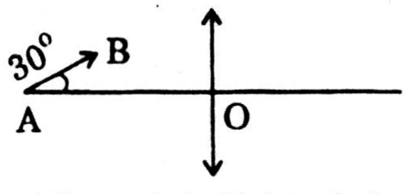
Vì đạo hàm $l' \ge 0$ nên l đồng biến bởi d tức d giảm thì l cũng giảm.

Vậy : Thấu kính di chuyển về phía S thì S' cùng di chuyển về phía S.

VẬT ĐẶT NGHIÊNG VỚI TRỤC CHÍNH THẤU KÍNH

11 **1. Tìm vị trí điểm A đặt trên trục chính (không sát thấu kính) của thấu kính hội tụ tiêu cự f = 7,5cm để có ảnh A' đối xứng với A qua thấu kính.**

2. Tại vị trí điểm A vừa tìm ta đặt vật AB = $2\sqrt{3}$ cm nghiêng với trục chính góc 30° (hình vẽ).



Xác định vị trí của màn để hứng ảnh rõ nét của AB và tính độ lớn ảnh.

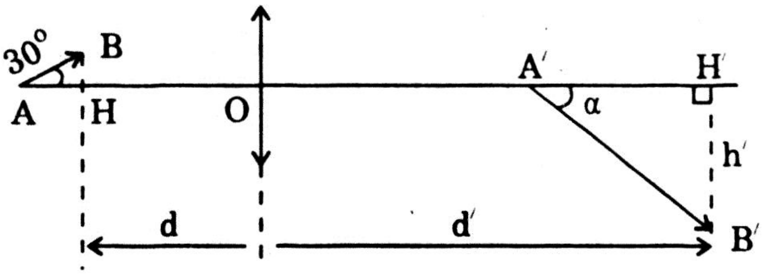
GIẢI

1. *Vị trí A để ảnh A' đối xứng với A qua thấu kính :*

- Vì A và A' đối xứng qua thấu kính nên $d = d'$.
- $\dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{d} + \dfrac{1}{d'} = \dfrac{2}{d} \Rightarrow$ $d = 2f$: A cách thấu kính 15 (cm).

2. *Vị trí màn và độ lớn ảnh :*

- ΔABH vuông $\Rightarrow \begin{cases} AH = AB.\cos 30^\circ = 3\ (cm) \Rightarrow OH = 12\ (cm) \\ BH = AB.\sin 30^\circ = \sqrt{3}\ (cm) \end{cases}$



- Gọi d và d' là khoảng cách từ B và B' (cũng là H và H') tới thấu kính thì :

$$d' = OH' = \frac{df}{d-f} = \frac{12 \times 7{,}5}{12 - 7{,}5} = 20\ (cm)$$

$$\Rightarrow \quad A'H' = OH' - OA' = 5\ (cm)$$

- Gọi h và h' là khoảng cách từ B và B' tới trục chính thì :

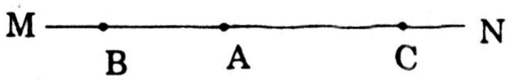
$$\frac{h'}{h} = \frac{d'}{d} \quad \Rightarrow \quad h' = H'B' = \frac{d'}{d} \times h = \frac{5\sqrt{3}}{3}\ (cm)$$

- $\Delta A'H'B'$ vuông $\Rightarrow$ $\text{tg}\alpha = \dfrac{H'B'}{A'H'} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ $\Rightarrow$ $\alpha = 30^\circ$

  Vậy màn đặt tại A' và nghiêng với trục chính góc 30°.

- Độ lớn ảnh : $A'B' = \sqrt{A'H'^2 + H'B'^2} \approx 5{,}77$ (cm).

CHO BIẾT VỊ TRÍ VẬT VÀ ẢNH – TÌM VỊ TRÍ THẤU KÍNH VÀ TIÊU CỰ



12 **Gọi MN là trục chính của một thấu kính hội tụ. Đặt điểm sáng ở A thì ảnh ở B với AB = 24cm.**

Đặt điểm sáng ở B thì ảnh ở C với AC = 48cm (hình vẽ). Định vị trí thấu kính và tính tiêu cự f.

GIẢI

- Ta cần chú ý 2 tính chất ảnh như sau :

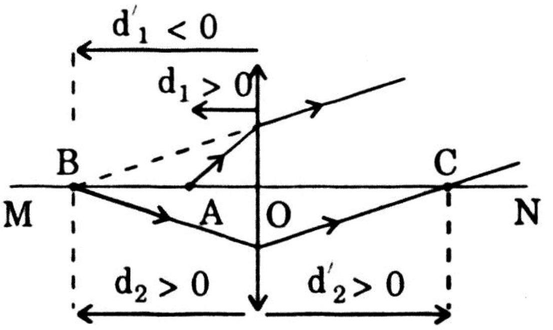
1. Do nguyên lý phản hồi ánh sáng, điểm sáng ở S, ảnh thật ở S' thì

điểm sáng ở S', ảnh thật ở S.

2. Đối với thấu kính hội tụ, ảnh ảo ở xa thấu kính hơn điểm sáng S.

- Áp dụng 2 tính chất trên vào bài toán ta có :
  - + B là ảnh ảo của A [vì nếu B là ảnh thật thì khi đặt điểm sáng ở B ảnh của nó phải ở A : tính chất 1].

    Vậy A, B nằm cùng phía thấu kính.
  - + Tính chất 2) ⇒ A nằm gần thấu kính hơn B tức thấu kính bên phải A.
  - + Thấu kính phải nằm giữa A và C tức C là ảnh thật [nếu không, thấu kính nằm bên phải C, C là ảnh ảo : trái tính chất 2].
- Tóm lại, vị trí thấu kính như hình vẽ.
- Có : $d_1 + d_1' = -24$



$$d_1 + \frac{d_1 f}{d_1 - f} = -24$$

$$\Rightarrow \quad d_1^2 = -24d_1 + 24f$$

hay : $72f = 3d_1^2 + 72d_1$

Và : $d_2 + d_2' = BC = 72$

$$d_2 + \frac{d_2 f}{d_2 - f} = 72 \qquad \Rightarrow \qquad 72f = 72d_2 - d_2^2 \qquad (2)$$

(1) và (2) cho : $3d_1^2 + 72d_1 = 72d_2 - d_2^2$ (3)

Với : $d_2 - d_1 = 24 \quad \Rightarrow \quad d_2 = d_1 + 24$ nên :

(3) ⇒ $3d_1^2 + 72d_1 = 72(d_1 + 24) - (d_1 + 24)^2$

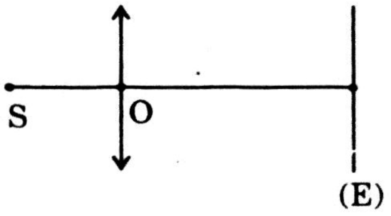
$$\Rightarrow \quad d_1^2 + 12d_1 - 288 = 0 \quad \Rightarrow \quad d_1 = 12\ (cm) \quad \Rightarrow \quad d_1' = -36\ (cm)$$

$$\Rightarrow \quad f = \frac{d_1 d_1'}{d_1 + d_1'} = 18\ (cm)$$

Vậy thấu kính bên phải A với AO = 12 (cm) và tiêu cự 18 (cm).

TÌM VỊ TRÍ THẤU KÍNH ĐỂ VỆT SÁNG TRÊN MÀN CÓ ĐƯỜNG KÍNH CỰC TIỂU

13 **Đặt điểm sáng S cách màn (E) khoảng L = 100cm. Giữa S và màn ta đặt một thấu kính hội tụ tiêu cự f = 36cm sao cho trục chính đi qua S và vuông góc với màn (E).**

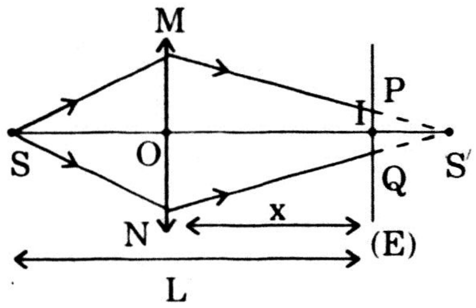


Khi đó trên màn (E) có vệt sáng hình tròn. Tịnh tiến thấu kính dọc theo trục chính giữa điểm sáng và màn thì đường kính của vệt sáng nhỏ nhất khi thấu kính cách màn khoảng a.

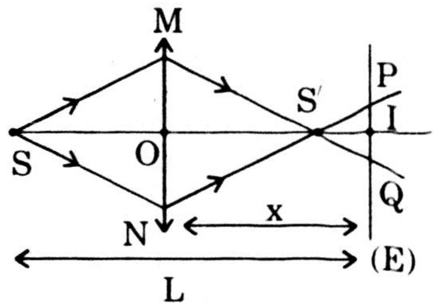
1. **Tính a.**
2. **Biết đường kính đường rìa thấu kính là 9cm. Tính đường kính cực tiểu của vệt sáng.**

GIẢI

1. Tính khoảng cách a :



(H1)



(H2)

- Vệt sáng trên màn sẽ nhỏ nhất khi chùm sáng hội tụ. Có thể xảy 2 trường hợp : chùm sáng ló hội tụ sau màn (H1) và hội tụ trước màn (H2).
- Đặt : $PQ = y$; $OI = x$; $OS = L - x$; $OS' = d'$

  Cả 2 trường hợp ta đều có :

$$\Delta S'PQ \backsim \Delta S'MN \Rightarrow \frac{PQ}{MN} = \frac{IS'}{OS'} \quad \text{hay} \quad \frac{y}{MN} = \frac{|d' - x|}{d'}$$

với : $d' = \dfrac{df}{d - f} = \dfrac{(L - x)f}{L - x - f}$

$$y = \frac{\left|\dfrac{(L - x)f}{L - x - f} - x\right|}{\dfrac{(L - x)f}{L - x - f}} \times MN = \frac{|x^2 - Lx + Lf|}{(L - x) \times f} \times MN$$

$$= \pm \frac{x^2 - Lx + Lf}{(L - x)f}.MN \qquad (*)$$

- Lấy đạo hàm của y theo x :

$$y' = \pm \frac{(2x - L)(L - x)f + (x^2 - Lx + Lf) \times f}{[(L - x)f]^2} \times MN$$

$$y' = \pm \frac{-x^2 + 2Lx - L(L - f)}{[(L - x)f]^2}.f.MN \qquad (*)$$

- $y = y_{min} \Leftrightarrow y' = 0$

$$-x^2 + 2Lx - L(L - f) = 0$$

$$x^2 - 200x + 6400 = 0$$

Chỉ nhận nghiệm dương : $x = 40$ (cm)

Vậy đường kính vệt sáng trên màn nhỏ nhất khi $a = 40$cm.

2. ***Tính đường cực tiểu của vệt sáng :***

Thay : $x = 40$cm; $L = 100$cm; $f = 36$cm; $MN = 9$cm vào phương trình (*) ta được : $y_{min} = \pm 5$ (cm).

Chỉ nhận nghiệm dương : $y_{min} = 5$cm

Đó là đường kính cực tiểu của vết sáng trên màn.

SỰ THAY ĐỔI VỆT SÁNG TRÊN MÀN KHI ĐIỂM SÁNG DI CHUYỂN

14 **1. Trước một thấu kính L đặt một vật sáng AB và cách thấu kính 20cm ta được một ảnh thật $A_1B_1 = AB$. Thấu kính là hội tụ hay phân kỳ ? Tính tiêu cự.**

2. Tại tiêu điểm của thấu kính L ta đặt điểm sáng S. Phía sau thấu kính trùng với tiêu diện thấu kính ta đặt màn (E). Kích thước vệt sáng trên màn ảnh thay đổi thế nào khi S di chuyển ra xa thấu kính trên trục chính.

3. Lúc ban đầu điểm sáng S từ tiêu điểm F chuyển động trên trục chính ra xa thấu kính với gia tốc $a = 4m/s^2$ (vận tốc ban đầu bằng không). Hỏi sau thời gian bao lâu diện tích vệt sáng trên màn (E) bằng $\frac{1}{36}$ diện tích ban đầu của nó.

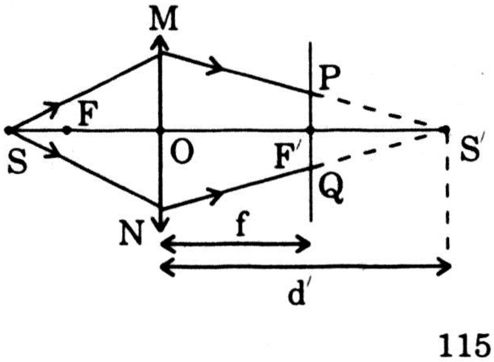
GIẢI

1. ***Tính chất và tiêu cự thấu kính L :***

- L là thấu kính hội tụ vì vật thực cho ảnh thực (vì nếu là thấu kính phân kỳ thì vật thực cho ảnh ảo).
- $\frac{A_1B_1}{AB} = \frac{d'}{d} = 1 \Rightarrow \quad d' = d$ và $\frac{1}{f} = \frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{2}{d} \Rightarrow \quad f = \frac{d}{2} = 10$ (cm).

2. ***Sự thay đổi kích thước vệt sáng trên màn :***

- Khi S chạy ra xa thấu kính hơn X thì chùm sáng ló hội tụ sau màn tại S′. Chùm ló này sẽ tạo trên màn một vòng tròn sáng đường kính PQ (nếu mặt thấu kính cũng là hình tròn đường kính MN) với PQ < MN.



- Do $\Delta S'PQ \backsim \Delta S'MN$: $\dfrac{PQ}{MN} = \dfrac{F'S'}{OS'} = \dfrac{d' - f}{d'}$ với $d' = \dfrac{df}{d - f}$

$$= \frac{\dfrac{df}{d-f} - f}{\dfrac{df}{d-f}} = \frac{f}{d}$$

Vậy đường kính vệt sáng trên màn tỉ lệ nghịch với khoảng cách từ thấu kính đến S.

3. ***Thời gian để diện tích vệt sáng bằng $\frac{1}{36}$ diện tích ban đầu :***

Lúc ban đầu diện tích vệt sáng bằng diện tích mặt tròn thấu kính (S_o). Gọi S là diện tích vệt sáng, ta có :

$$\frac{S}{S_o} = \left(\frac{PQ}{MN}\right)^2 = \left(\frac{f}{d}\right)^2 \Rightarrow \frac{f}{d} = \sqrt{\frac{S}{S_o}} = \frac{1}{6} \Rightarrow d = 6f = 0,6\ (m)$$

Với : $d = \dfrac{1}{2}at^2 + f \Rightarrow t = \sqrt{2\dfrac{d - f}{a}} = 0,5\ (s)$

Vậy : Kể từ lúc bắt đầu di chuyển từ F, sau thời gian t = 0,5s, vệt sáng trên màn bằng $\frac{1}{36}$ diện tích ban đầu.

BÀI TẬP CÓ HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

15 **Một thấu kính rìa mỏng làm bằng thủy tinh chiết suất n = 1,5 được giới hạn bởi hai mặt cầu có độ dài của hai bán kính là 20cm và 30cm. Tính tiêu cự của thấu kính khi nó đặt ngoài không khí.**

HƯỚNG DẪN

- Hai mặt đều lồi : f = 20cm.
- Một mặt lồi và một mặt lõm : f = 120cm.

16 **Một thấu kính làm bằng thủy tinh chiết suất n_0 = 1,5 đặt trước nước có chiết suất $n' = \frac{4}{3}$. Thấu kính này có một mặt là phẳng và mặt kia là hình cầu. Độ tụ thấu kính là D = –2điốp. Tính độ dài bán kính mặt cầu.**

ĐÁP SỐ : $|R| = 6,25$ (cm).

17 **Hai điểm sáng S_1 và S_2 cách nhau 90cm cùng trên trục chính và ở hai bên thấu kính có quang tâm O với độ tụ D = 2,5điốp. Tính khoảng cách OS_1 từ quang tâm đến điểm sáng S_1, biết rằng ảnh của chúng trùng nhau và $OS_1 > OS_2$.**

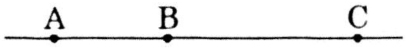
HƯỚNG DẪN

$$d_1' = -d_2' \quad \Rightarrow \quad d_1 = 60\text{cm}.$$

18 **Một thấu kính bằng thủy tinh (n = 1,5) giới hạn bởi hai mặt lõm cùng bán kính có độ dài 20cm. Thấu kính đặt ngoài không khí. Điểm sáng A trên trục chính cho ảnh A' cách A 10cm. Tính khoảng cách từ quang tâm O đến điểm sáng A.**

ĐÁP SỐ : d = 20cm.

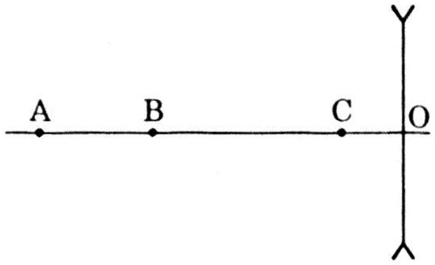
19 **Có 3 điểm A, B, C nằm trên trục chính của thấu kính quang tâm O với AB < BC.**



- **Đặt điểm sáng ở A ta được ảnh ở B.**
- **Đặt điểm sáng ở B ta có ảnh ở C.**

Hỏi : đó có thể là thấu kính phân kì không ?

HƯỚNG DẪN



- Ảnh qua thấu kính phân kì của điểm sáng là ảnh ảo và nằm gần thấu kính hơn điểm sáng.
- Chú ý trường hợp thấu kính bên phải C thì do OA > OB ⇒ AB > BC : trái giả thiết.

ĐÁP SỐ : Không thể là thấu kính phân kì.

20 **Một thấu kính tiêu cự f = 24cm. Điểm sáng S trên trục chính cách thấu kính d = 12cm cho ảnh S'. Giữ S cố định, dịch chuyển thấu kính về phía S thì ảnh S' di chuyển về phía nào ?**

HƯỚNG DẪN

$$L = SS' = |d + d'| = \frac{d^2}{24 - d} = \frac{d}{\frac{24}{d} - 1}$$

d giảm → L giảm : S' về gần S.

21 **Vật sáng AB đặt vuông góc với trục chính của thấu kính, ta thu được ảnh thật lớn gấp 4 lần vật AB. Đưa vật từ vị trí ban đầu 4cm về gần thấu kính hơn thì ảnh thu được bằng với ảnh khi đưa vật từ vị trí ban đầu 6cm về gần thấu kính hơn. Tính tiêu cự f của thấu kính.**

HƯỚNG DẪN

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ \text{Lúc đầu}: K_1 = -\dfrac{f}{d - f} = -4 \\ \bullet\ \text{Hai lần sau}: -\dfrac{f}{(d-4) - f} = \dfrac{f}{(d-6) - f} \end{array}\right\} \Rightarrow \quad f = 20\ (\text{cm}).$$

22 **Một thấu kính làm bằng thủy tinh chiết suất n = 1,5 được giới hạn bởi hai mặt cầu giống nhau bán kính R. Đặt vật sáng AB vuông góc với trục chính ta thu được ảnh thật lớn gấp hai lần vật.**

Giữ thấu kính cố định rồi dịch chuyển vật dọc theo trục chình thì ta thu được ảnh thật lớn gấp 3 lần vật. Lúc này khoảng cách giữa vật và ảnh tăng thêm 10cm so với lúc đầu. Tính bán kính R của mặt cầu thấu kính.

HƯỚNG DẪN

- Lúc đầu : $\frac{1}{f} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_1'}$ và $K_1 = -\frac{d_1'}{d_1} = -2$

  $\Rightarrow \quad \frac{1}{f} = \frac{3}{2d_1}$

- Lúc sau : Tương tự : $\frac{1}{f} = \frac{4}{3d_2}$

- Và : $d_2 + d_2' = d_1 + d_1' + 10$

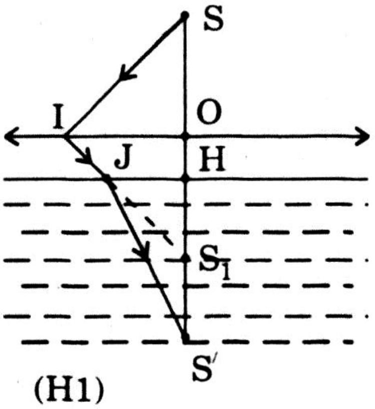
  Suy ra : $d_2 = 16\text{cm}$, $f = 12\text{cm}$, $R = 12\text{cm}$.

Chủ đề 10

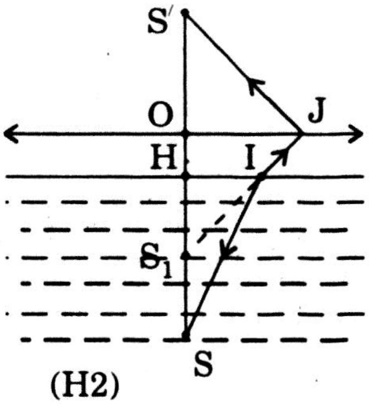
THẤU KÍNH GHÉP VỚI LƯỠNG CHẤT PHẲNG THẤU KÍNH GHÉP VỚI BẢN MẶT SONG SONG

TÓM TẮT LÍ THUYẾT

1. Thấu kính ghép với lưỡng chất phẳng



(H1)

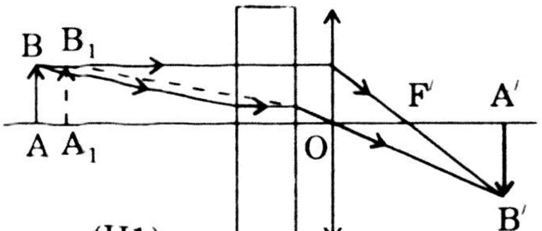


(H2)

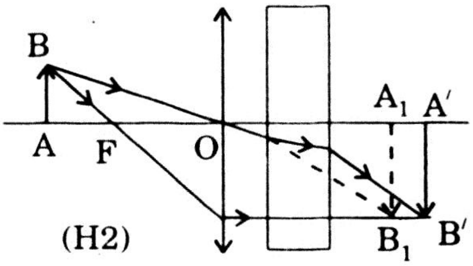
Sơ đồ tạo ảnh : (H1) $\Rightarrow \quad S \xrightarrow{TK} S_1 \xrightarrow{LCP} S'$

(H2) $\Rightarrow \quad S \xrightarrow{LCP} S_1 \xrightarrow{TK} S'$

2. *Thấu kính ghép với bản mặt song song*



(H1)



(H2)

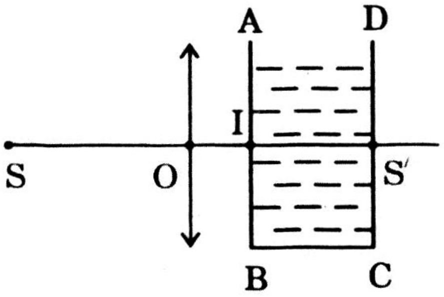
Sơ đồ tạo ảnh :

(H1) $\Rightarrow$ $AB \xrightarrow{\text{Bản //}} A_1B_1 \xrightarrow{\text{TK}} A'B'$

(H2) $\Rightarrow$ $AB \xrightarrow{\text{TK}} A_1B_1 \xrightarrow{\text{Bản //}} A'B'$

THẤU KÍNH VÀ LƯỠNG CHẤT PHẲNG

1 **Một thấu kính hội tụ tiêu cự f = 20cm đặt song song với mặt AB của một chậu thủy tinh đựng nước ABCD và cách mặt AB khoảng OI = 25cm. Một điểm sáng S đặt trên trục chính cách thấu kính khoảng OS = 40cm có ảnh S′ nằm trên mặt CD (hình vẽ).**



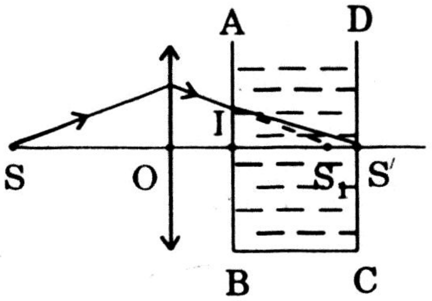
1. **Tính chiều ngang BC của chậu nước.**
2. **Thay thế nước bằng 1 chất lỏng khác. Để ảnh vẫn nằm trên mặt CD thì phải dời S ra xa thấu kính 0,3cm so với vị trí ban đầu. Tính chiết suất của chất lỏng.**

Biết chiết suất nước là $n = \frac{4}{3}$, thành chậu trong suốt và có bề dày không đáng kể.

GIẢI

1. *Chiều ngang BC của chậu :*

Sơ đồ tạo ảnh của S qua thấu kính và lưỡng chất phẳng AB :



$$\underbrace{S}_{d}\xrightarrow[(O)]{\text{TK}}\underbrace{S_1}_{d'}\xrightarrow[(I)]{\text{LCP AB}} S'$$

- Vị trí ảnh S_1 : $d' = \overline{OS_1} = \dfrac{df}{d-f} = 40\,(\text{cm})$
- S_1 cách mặt AB : $IS_1 = OS_1 - OI = 15$ (cm) và là vật ảo của lưỡng chất phẳng AB cho ảnh thật S′ trên mặt CD.

Công thức lưỡng chất phẳng :

$$\frac{IS'}{IS_1} = \frac{4}{3} \quad \Rightarrow \quad IS' = \frac{4}{3} IS_1 = 20 \text{ (cm)}$$

$$\text{hay : } BC = 20 \text{ (cm)}.$$

2. Chiết suất chất lỏng :

S bây giờ cách thấu kính : $d = 40 + 0,3 = 40,3$ (cm)

Ảnh S_2 cách thấu kính : $d' = \dfrac{df}{d - f} \approx 39,7$ (cm)

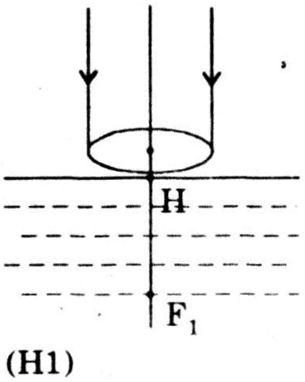
S_2 cách mặt AB : $IS_2 = OS_2 - OI = 14,7$ (cm) và là vật ảo của lưỡng chất phẳng AB cho ảnh thật S' trên mặt CD nên :

$$\frac{IS'}{IS_2} = n \quad \text{hay} \quad BC = 20 \text{ (cm)}.$$

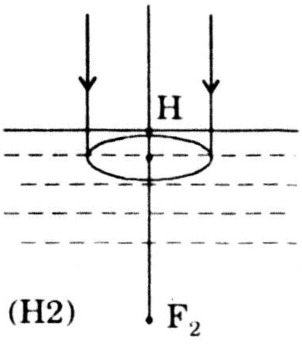
THẤU KÍNH ĐẶT SÁT TRÊN VÀ SÁT DƯỚI MẶT CHẤT LỎNG

2 **Một thấu kính hai mặt lồi cùng bán kính R, chiết suất $n = 1,5$ lần lượt đặt sát trên và sát dưới mặt chất lỏng chiết suất n_o (H1 và H2) sao cho trục chính vuông góc với mặt chất lỏng. Chiếu chùm sáng tới song song với trục chính đến thấu kính thì chùm ló hội tụ lần lượt tại F_1 (H1) và F_2 (H2) cách mặt chất lỏng $HF_1 = 26,67 \approx \dfrac{80}{3}$ cm và $HF_2 = 80$cm.**

1. **Tính bán kính R và chiết suất n_o của chất lỏng.**
2. **Xét trường hợp thấu kính đặt sát trên mặt chất lỏng (H1) : Ta đặt điểm sáng S trên trục chính cách mặt chất lỏng 28cm. Xác định vị trí ảnh S' và vẽ chính xác ảnh này.**



(H1)



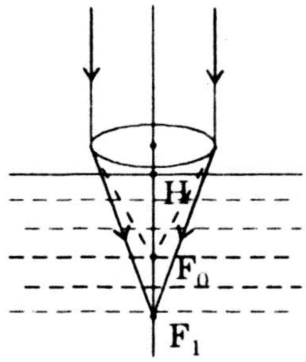
(H2)

GIẢI

1. Bán kính R và chiết suất n_o của chất lỏng :

- *Thấu kính đặt sát trên mặt chất lỏng :*

– Chùm tia tới song song với trục chính sau khi ló ra khỏi thấu kính có xu hướng hội tụ tại tiêu điểm F_o của thấu kính (nếu không có chất lỏng thì nó sẽ hội tụ tại F_o), nhưng vì có chất lỏng nên nó hội tụ tại F_1. F_1 là ảnh của F_o qua lưỡng chất phẳng không khí – chất lỏng.



– Công thức lưỡng chất phẳng :

$$\frac{HF_o}{1} = \frac{HF_1}{n_o} \Rightarrow HF_o = f_o = \frac{HF_1}{n_o} = \frac{80}{3n_o} \quad (1)$$

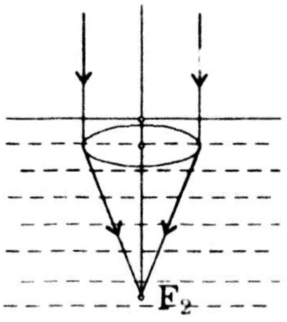
Với f_o là tiêu cự TK đặt ngoài không khí nên :

$$\frac{1}{f_o} = (n-1)\frac{2}{R} = (1,5-1).\frac{2}{R}$$

hay : $\dfrac{3n_o}{80} = \dfrac{1}{R} \Rightarrow n_oR = \dfrac{80}{3}$ (2)

- *Thấu kính đặt sát dưới mặt chất lỏng :*

Chùm sáng tới song song với trục chính tức vuông góc với mặt chất lỏng nên không bị khúc xạ tại mặt chất lỏng và đến gặp thấu kính cũng song song trục chính, do đó chùm ló hội tụ tại F_2 chính là tiêu điểm của thấu kính đặt trong chất lỏng :



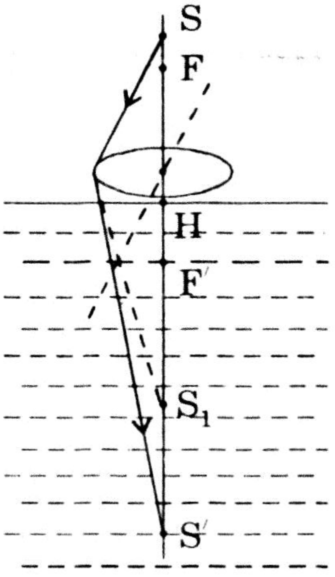
$$HF_2 = f = 80 \text{ (cm)}$$

Với : $\dfrac{1}{f} = \left(\dfrac{n}{n_o} - 1\right)\dfrac{2}{R}$

$$\frac{1}{80} = \left(\frac{1,5}{n_o} - 1\right)\frac{2}{R} = (1,5 - n_o)\frac{2}{n_oR} \quad (3)$$

(2) và (3) cho : $n_o = \dfrac{4}{3}$.

2. Vị trí ảnh S' :



+ (1) ⇒ $f_o = 20$ (cm)

+ Sơ đồ tạo ảnh :

$$\underbrace{S}_{d} \xrightarrow[(f_o)]{\text{TK}} \underbrace{S_1}_{d'} \xrightarrow[\text{chất lỏng - không khí}]{\text{LCP}} S'$$

- Vị trí ảnh S_1 của S qua TK :

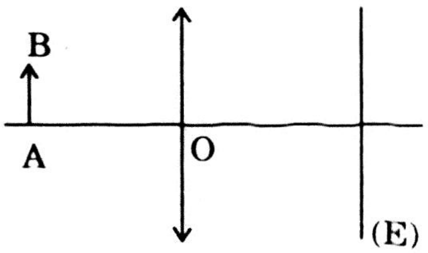
$$d' = \overline{HS_1} = \frac{df_o}{d - f_o} = 70 \text{ (cm)}$$

- Công thức lưỡng chất phẳng :

$$\frac{HS'}{n_o} = \frac{HS_1}{1} \Rightarrow HS' = \frac{4}{3}HS_1 \approx 93,3 \text{ (cm)}.$$

HỆ THẤU KÍNH VÀ BẢN MẶT SONG SONG

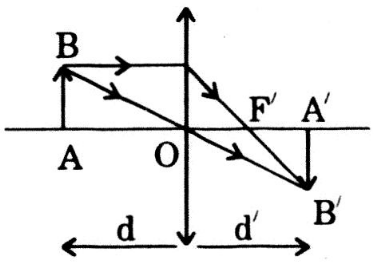
3 **Vật AB đặt trước thấu kính O và vuông góc với trục chính cho ảnh A'B' cao 2,8cm hứng được trên màn (E) (hình vẽ). Giữ vật AB và thấu kính cố định, đặt giữa vật và thấu kính một bản mặt song song bề dày e = 3cm, chiết suất n = 1,5 và để thu được ảnh rõ nét ta phải dịch màn đi 5cm và bây giờ ảnh cao 3,5cm.**

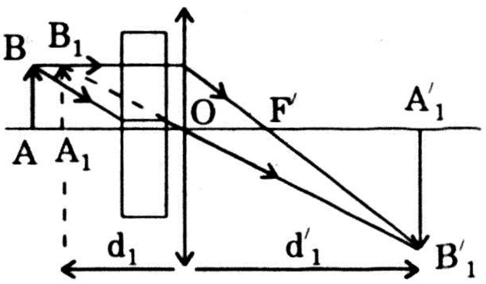


1. **Tính tiêu cự thấu kính.**
2. **Vẫn giữ nguyên vật và thấu kính nhưng đặt bản song song nói trên sau thấu kính và dịch màn để lại thu ảnh rõ nét. So với vị trí ban đầu, màn dịch phải dịch theo chiều nào và bao nhiêu ?**

GIẢI

1. Tiêu cự thấu kính :





– Khi không có bản song song :

$$\begin{cases}\dfrac{1}{f}=\dfrac{1}{d}+\dfrac{1}{d'} & (1)\\[2mm] \dfrac{A'B'}{AB}=\dfrac{d'}{d} & (2)\end{cases}$$

– Khi có bản song song :

Sơ đồ tạo ảnh :

$$AB \xrightarrow{\text{bản //}} \underbrace{A_1B_1}_{d_1} \xrightarrow{\text{TK}} \underbrace{A'_1B'_1}_{d'_1}$$

- A_1B_1 là ảnh ảo của AB qua bản song song và dịch từ AB theo chiều ánh sáng (tức gần bản hơn AB) với : $AA_1 = e\left(1-\frac{1}{n}\right) = 1$ (cm)
- A_1B_1 đứng trước TK và cách TK :

$$d_1 = OA_1 = OA - AA_1 = d - 1 \text{ (cm)}$$

- Vì vật A_1B_1 dịch về gần TK hơn AB nên màn phải dịch ra xa TK hơn vị trí ban đầu, do đó : $d'_1 = OA'_1 = d' + 5$

- Ta có : $\begin{cases} \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{d-1} + \dfrac{1}{d'+5} & (3) \\ \dfrac{A_1'B_1'}{AB} = \dfrac{d'+5}{d-1} & (4) \end{cases}$

– (1) và (3) cho : $\dfrac{1}{d} + \dfrac{1}{d'} = \dfrac{1}{d-1} + \dfrac{1}{d'+5}$

$$\frac{1}{d-1} - \frac{1}{d} = \frac{1}{d'} - \frac{1}{d'+5}$$

$$\Rightarrow \quad 5d(d-1) = d'(d'+5) \qquad (5)$$

– $\dfrac{(2)}{(4)} \Rightarrow \quad \dfrac{A'B'}{A_1'B_1'} = \dfrac{d'}{d} \times \dfrac{d-1}{d'+5}$

hay : $\dfrac{2{,}8}{3{,}5} = \dfrac{d'}{d} \times \dfrac{d-1}{d'+5} \quad \Rightarrow \quad 5d'(d-1) = 4d(d'+5) \qquad (6)$

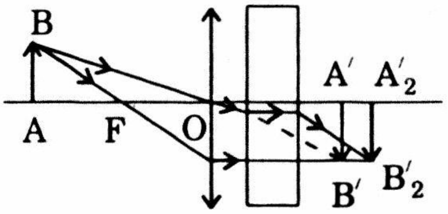
– $\dfrac{(5)}{(6)} \Rightarrow \quad \dfrac{d}{d'} = \dfrac{d'}{4d}$

Vì d, d' đều dương : $d' = 2d$

– Thay $d' = 2d$ vào (5) ta được : $d = 15$ (cm) $\Rightarrow$ $d' = 30$ (cm)

Và : $f = \dfrac{d.d'}{d+d'} = 10(\text{cm})$.

2. *Chiều và độ dịch của màn :*



Sơ đồ tạo ảnh :

$$\underbrace{AB}_{d} \xrightarrow{TK} \underbrace{A'B'}_{d'} \xrightarrow{\text{Bản //}} A_2'B_2'$$

Theo câu 1 : $d' = OA' = 30$ (cm)

$A_2'B_2'$ là ảnh của $A'B'$ qua bản song song nên $A_2'B_2'$ nằm sau $A'B'$ (theo chiều ánh sáng).

Vậy màn phải dịch ra xa thấu kính (so với vị trí ban đầu) khoảng :

$$A'A_2' = e\left(1 - \frac{1}{n}\right) = 1 \text{ (cm)}.$$

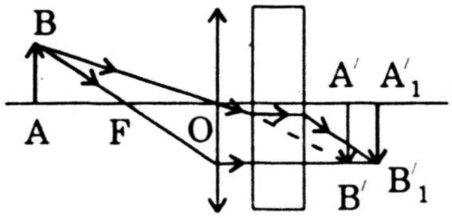
BẢN MẶT SONG SONG ĐẶT TRƯỚC VÀ SAU THẤU KÍNH

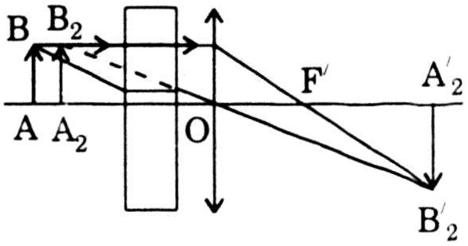
$\boxed{4}$ Một vật phẳng AB hình mũi tên đặt trước một thấu kính hội tụ cho ảnh $A'B' = 3AB$ trên màn M. Giữ vật và thấu kính cố định.

- **Đặt giữa thấu kính và màn một bản mặt song song có chiều dày l = 1,5cm thì màn phải dịch đi 0,5cm mới thu được ảnh rõ nét $A_1'B_1'$.**
- **Đặt bản song song trên giữa vật và thấu kính thì màn phải dịch đi mới thu được ảnh $A_2'B_2'$ rõ nét với $A_2'B_2'$ = 9AB.**

Biết rằng thấu kính làm cùng chiết suất với bản song song và gồm 2 mặt lồi cùng bán kính R. Tính R.

GIẢI





+ Khi chưa có bản song song :
$$\underbrace{AB}_{d} \xrightarrow{TK} \underbrace{A'B'}_{d'}$$

$$\begin{cases} \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{d} + \dfrac{1}{d'} \\ \dfrac{d'}{d} = \dfrac{A'B'}{AB} = 3 \end{cases} \Rightarrow \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{4}{3d} \qquad (1)$$

+ Khi có bản song song giữa TK và màn :
$$\underbrace{AB}_{d} \xrightarrow{TK} \underbrace{A'B'}_{d'} \xrightarrow{\text{Bản //}} A_1'B_1'$$

Bây giờ $A'B'$ là vật ảo của bản song song và có ảnh thật $A_1'B_1'$ với :

$$A'A_1' = 1\left(1 - \frac{1}{n}\right) = 1,5\left(1 - \frac{1}{n}\right) \qquad (2)$$

Vậy màn muốn thu được ảnh này phải dịch từ $A' \to A_1'$ mà theo đề :

$$A'A_1' = 0,5\text{cm} \qquad (3)$$

(2) và (3) $\Rightarrow \quad 1,5\left(1 - \dfrac{1}{n}\right) = 0,5 \quad \Rightarrow \quad n = 1,5$

Đó là chiết suất bản song song cũng là chiết suất thấu kính.

+ *Khi bản song song giữa vật AB và TK :*
$$AB \xrightarrow{\text{Bản //}} \underbrace{A_2B_2}_{d_2} \xrightarrow{TK} \underbrace{A_2'B_2'}_{d_2'}$$

A_2B_2 dịch từ AB theo chiều ánh sáng với :

$$AA_2 = l\left(1 - \frac{1}{n}\right) = A'A'_1 = 0{,}5\ (cm)$$

Vậy : $d_2 = OA - AA_2 = d - 0{,}5\ (cm)$

Ta có : $\begin{cases} \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{d_2} + \dfrac{1}{d'_2} \\ \dfrac{d'_2}{d_2} = \dfrac{A'_2B'_2}{A_2B_2} = \dfrac{A'_2B'_2}{AB} = 9 \end{cases}$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{f} = \frac{1}{d_2} + \frac{1}{9d_2} = \frac{10}{9d_2} = \frac{10}{9(d - 0{,}5)} \qquad (4)$$

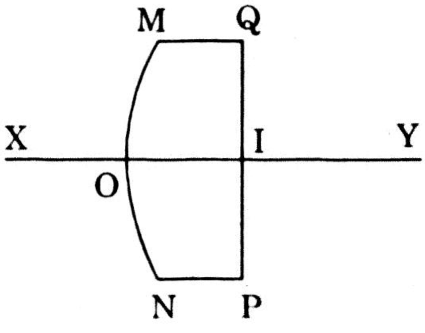
(1) và (4) $\Rightarrow \quad \dfrac{4}{3d} = \dfrac{10}{9(d - 0{,}5)}$

$\Rightarrow \quad d = 3\ (cm)$ và $d' = 9\ (cm)$

$\Rightarrow \quad f = \dfrac{dd'}{d + d'} = 2{,}25(cm)$.

Với : $\dfrac{1}{f} = (n - 1)\dfrac{2}{R} \quad \Rightarrow \quad R = 2(n - 1)f = 4{,}5\ (cm)$.

THẤU KÍNH DÀY



5 **Cho một thấu kính dày MNPQ bằng thủy tinh chiết suất n = 1,5 được giới hạn bởi một mặt cầu MN bán kính R = 4,5cm và các mặt phẳng NP, PQ, MQ với MQ = NP = 3cm. Một vật sáng AB = 2mm đặt vuông góc với trục chính XY và cách mặt trước thấu kính 13cm.**

Xác định vị trí, độ lớn và vẽ ảnh A'B' của AB qua thấu kính dày nói trên.

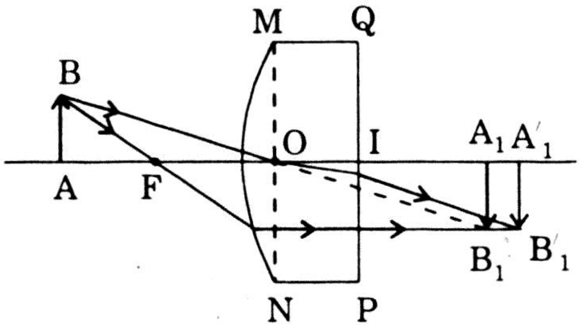
GIẢI

- Ta có thể coi TK dày nói trên như gồm một thấu kính mỏng phẳng – lồi MN ghép sát với bản song song MNPQ.
- Tiêu cự thấu kính mỏng MN : $\dfrac{1}{f} = (n - 1)\dfrac{1}{R} \quad \Rightarrow \quad f = \dfrac{R}{n - 1} = 9\ (cm)$
- Có 2 trường hợp xảy ra :

a) Mặt cầu MN nằm gần vật sáng AB hơn mặt phẳng PQ :

Sơ đồ tạo ảnh :

$$\underbrace{AB}_{d} \xrightarrow[MN]{\text{TK mỏng}} \underbrace{A_1B_1}_{d'} \xrightarrow[(MNPQ)]{\text{bản //}} A'_1B'_1$$



- A_1B_1 là ảnh của AB qua thấu kính mỏng MN và cách thấu kính :

$$d' = OA_1 = \frac{df}{d-f} \quad \text{với} \quad d = \overline{OA} = 13\ (\text{cm})$$

nên : $d' = \dfrac{13.9}{13-9} = 29{,}25\ (\text{cm})$

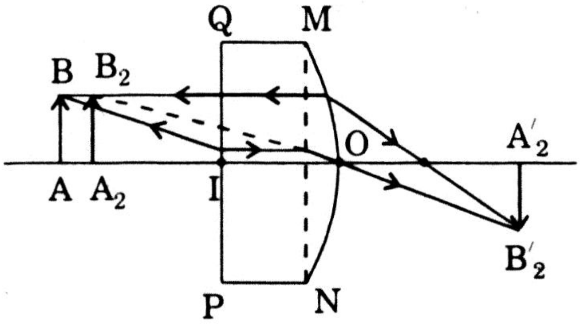
- A_1B_1 là vật ảo của bản song song MNPQ cho ảnh thật $A'B'$.

Với : $A_1A'_1 = l\left(1 - \dfrac{1}{n}\right) = 1\ (\text{cm})$

Vậy ảnh $A'B'$ cách thấu kính mỏng : $OA' = OA_1 + A_1A' = 30{,}25\ (\text{cm})$

- Độ lớn ảnh : $A'_1B'_1 = A_1B_1 = \dfrac{d'}{d} \times AB = 4{,}5(\text{mm})$.

b) Mặt phẳng PQ nằm gần vật sáng AB hơn mặt cầu MN :



Sơ đồ tạo ảnh :

$$AB \xrightarrow[\text{(MNPQ)}]{\text{bản //}} \underbrace{A_2B_2}_{d_2} \xrightarrow[\text{(MN)}]{\text{TK mỏng}} \underbrace{\ }_{d'_2} A'_2B'_2$$

- A_2B_2 là ảnh ảo của AB qua bản song song MNPQ với :

$$AA_2 = l\left(1 - \frac{1}{n}\right) = 1\ (\text{cm})$$

- A_2B_2 cách mặt phẳng PQ : $IA_2 = IA - AA_2 = 12\ (\text{cm})$
- A_2B_2 là vật của thấu kính mỏng MN có ảnh là $A'_2B'_2$ với :

$$d'_2 = \overline{OA'_2} = \frac{d_2.f}{d_2 - f}$$

Với : $d_2 = \overline{OA_2} = OI + IA_2 = 15$ (cm)

nên : $d_2' = \dfrac{15 \times 9}{15 - 9} = 22{,}5$ (cm)

Vậy ảnh $A_2'B_2'$ cách thấu kính mỏng 22,5cm.

- Độ lớn ảnh : $A_2'B_2' = \dfrac{d_2'}{d_2} \times A_2B_2 = 3$ (mm).

BẢN MẶT SONG SONG LÀM DI CHUYỂN ẢNH CỦA THẤU KÍNH

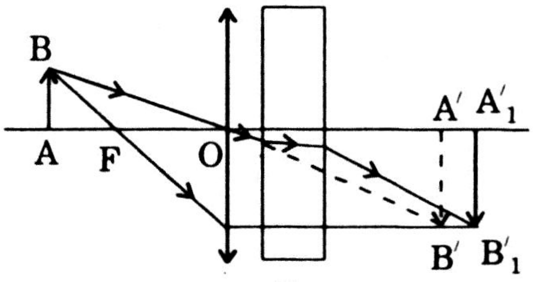
6 **Một thấu kính chiết suất n giới hạn bởi hai mặt cầu cùng bán kính R. Vật sáng AB hình mũi tên đặt vuông góc với trục chính của thấu kính cho ảnh $A'B'$ sau thấu kính và cách nhau $AA' = 60$cm. Vật sáng và thấu kính giữ cố định. Một bản mặt song song có độ dày $l = 9$cm và làm cùng chiết suất n với thấu kính.**

- **Đặt bản song song giữa thấu kính và ảnh $A'B'$ thì ảnh bị dịch đi 3cm.**
- **Đặt bản song song giữa vật và thấu kính thì ảnh $A'B'$ bị dịch đi 3,75cm. (So với ảnh khi chưa có bản song song). Tính :**

1. **Tiêu cự thấu kính.**
2. **Bán kính R của thấu kính.**

GIẢI

1. Tính tiêu cự thấu kính :



(H1)

- Nếu không có bản song song thì $A'B'$ là ảnh thực của AB với :

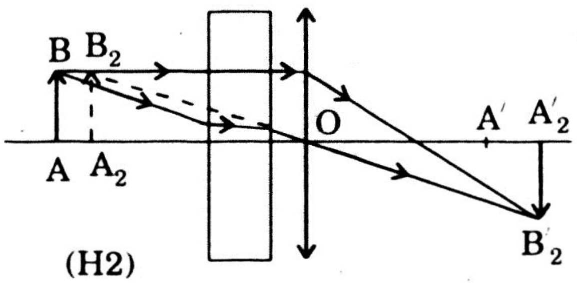
$$AA' = d + d' = 60 \text{ (cm)} \quad \Rightarrow \quad d' = 60 - d$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d} + \frac{1}{60 - d} = \frac{60}{d(60 - d)} \qquad (1)$$

- Khi có bản song song giữa vật và $A'B'$ thì ảnh dịch đến $A_1'B_1'$ (H1). Đó là ảnh của $A'B'$ qua bản song song nên theo đề :

$$A'A_1' = l\left(1 - \frac{1}{n}\right) = 3 \text{ (cm)}$$

- Khi bản song song đặt giữa vật và thấu kính (H2).



(H2)

Sơ đồ tạo ảnh :

$$AB \xrightarrow{\text{bản } //} \underbrace{A_2B_2}_{d_2} \xrightarrow{\text{TK}} \underbrace{A'_2B'_2}_{d'_2}$$

- Với : $AA_2 = A'A'_1 = 3$ (cm)

  $d_2 = OA_2 = d - 3$ (cm)

A_2B_2 là vật đối với thấu kính, đã dịch về gần thấu kính hơn so với AB nên ảnh thật $A'_2B'_2$ dịch xa thấu kính hơn so với $A'B'$ nên :

$$d'_2 = OA'_2 = OA' + A'A'_2$$

$$= d' + 3{,}75 = (60 - d) + 3{,}75 = 63{,}75 - d$$

- $$\frac{1}{f} = \frac{1}{d_2} + \frac{1}{d'_2} = \frac{1}{d - 3} + \frac{1}{63{,}75 - d} = \frac{60{,}75}{(d - 3)(63{,}75 - d)} \qquad (3)$$

(1) và (2) cho : $\dfrac{60}{d(60 - d)} = \dfrac{60{,}75}{(d - 3)(63{,}75 - d)}$

$$\Rightarrow \quad d^2 + 480d - 5300 = 0$$

Chỉ nhận giá trị $d > 0$, do đó : $d = 30$ (cm) $\Rightarrow$ $d' = 30$ (cm)

Tiêu cự : $f = \dfrac{d.d'}{d + d'} = 15\,(\text{cm})$.

2. *Bán kính R của thấu kính :*

- (2) $\Rightarrow$ $n = 1{,}5$
- Tiêu cự : $\dfrac{1}{f} = (n - 1)\dfrac{2}{R}$ $\Rightarrow$ $R = 2(n - 1)f = 15$ (cm).

THẤU KÍNH VÀ LĂNG KÍNH

$\boxed{7}$ **Một thấu kính bằng thủy tinh chiết suất $n = 1{,}5$ được giới hạn bởi 2 mặt lồi bán kính lần lượt $R_1 = 20$cm và $R_2 = 30$cm. Điểm sáng S đặt trên trục chính cách thấu kính 36cm cho ảnh S'.**

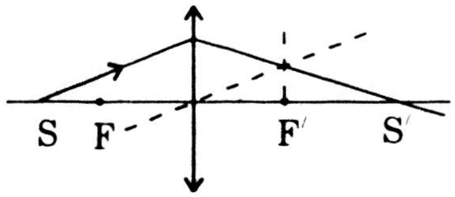
1. Vẽ và xác định vị trí ảnh S'.

2. Đặt một lăng kính mỏng chiết suất $n = 1{,}5$ sát sau thấu kính thì thấy

ảnh di chuyển theo phương vuông góc với trục chính 1,44cm. Tính góc ở đỉnh lăng kính.

GIẢI

1. ***Vị trí ảnh*** S' ***:***

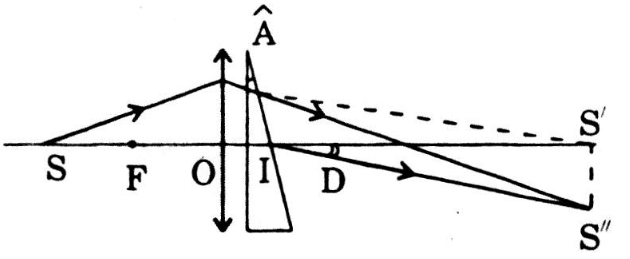


- Tiêu cự TK : $\dfrac{1}{f} = (n-1)\left(\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}\right)$

$\Rightarrow \quad f = 24\ (\text{cm})$

- Vị trí ảnh S′ : $d' = \dfrac{df}{d-f} = 72\,(\text{cm}).$

2. ***Góc ở đỉnh lăng kính :***



Chùm sáng phát ra từ S nếu không có lăng kính thì chúng sẽ hội tụ tại S′ (đã tính ở câu trên).

Khi đặt lăng kính rất mỏng ngay sau khi chùm tia ló ra khỏi TK đã gặp lăng kính, sau đó ló ra khỏi lăng kính và bị lệch về phía đáy lăng kính tạo ảnh S″ với S′S″ = 1,44cm.

Góc $\widehat{S'IS''} = D$ là độ lệch lăng kính.

- Công thức độ lệch ứng với góc chiết quang A và góc tới i nhỏ :

$$D = (n-1)A \qquad (1)$$

- Hình vẽ cho : $\text{tg}D \approx D = \dfrac{S'S''}{IS'} \approx \dfrac{SS'}{OS'}$ (vì lăng kính mỏng) (2)

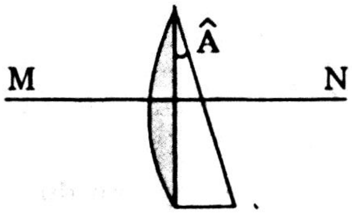
(1) và (2) cho : $(n-1)\hat{A} = \dfrac{SS'}{OS'}$

$$\Rightarrow \quad \hat{A} = \frac{SS'}{(n-1)OS'} = 0{,}04\ (\text{rad}) = 2{,}3^\circ = 2^\circ 18'.$$

TIA TỚI VÀ TIA LÓ QUA HỆ THẤU KÍNH VÀ LĂNG KÍNH GHÉP SÁT

8 **Đặt vật phẳng nhỏ AB cách thấu kính phẳng – lồi một khoảng và điều chỉnh vị trí màn để thu được ảnh rõ nét của vật. Sau đó giữ thấu kính cố định rồi cho vật dịch xa thấu kính 2 cm khỏi vị trí ấy thì phải dịch màn đi 12cm.**

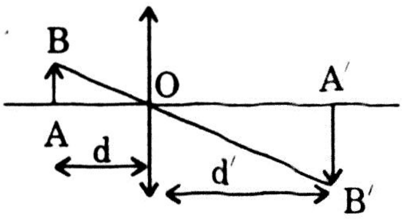
Và nếu cho màn dịch xa thấu kính 12cm khỏi vị trí ban đầu thì phải dịch vật đi 1cm so với vị trí ban đầu.



1. Tính tiêu cự thấu kính.

2. Ta ghép thấu kính nói trên với một lăng kính mà góc ở đỉnh là $\widehat{A} = 5^\circ$ và chiết suất là n = 1,5 (hình vẽ). Chiếu tia sáng tới song song với trục chính MN và cách trục chính một khoảng h thì ta thấy tia ló cũng song song với trục chính. Tia tới SI nằm về phía gần hay xa đáy lăng kính so với trục chính thấu kính ? Tính h.

GIẢI



1. Tiêu cự thấu kính :

- Vị trí ban đầu : $\frac{1}{f} = \frac{1}{d} + \frac{1}{d'}$ (1)

- Vật dịch xa thấu kính 2cm (d + 2) thì màn phải dịch về gần thấu kính 12cm (d' – 12) :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d+2} + \frac{1}{d'-12} \tag{2}$$

- Màn dịch xa thấu kính 12cm (d' + 12) thì vật phải dịch gần thấu kính 1 cm (d – 1) :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d-1} + \frac{1}{d'+12} \tag{3}$$

- (1) và (2) cho : $\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{d+2} + \frac{1}{d'-12}$

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{d+2} = \frac{1}{d'-12} - \frac{1}{d'}$$

$$\Rightarrow \quad 6d(d+2) = d'(d'-12) \tag{4}$$

- (1) và (3) cho : $\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{d-1} + \frac{1}{d'+12}$

$$\frac{1}{d-1} - \frac{1}{d} = \frac{1}{d'} - \frac{1}{d'+12}$$

$$\Rightarrow \quad 12d(d-1) = d'(d'+12) \tag{5}$$

- $\frac{(4)}{(5)} \quad \Rightarrow \quad \frac{d+2}{2(d-1)} = \frac{d'-12}{d'+12}$ (6)

$$\frac{d+2-2(d-1)}{2(d-1)} = \frac{(d'-12)-(d'+12)}{d'+12}$$

$$\frac{4-d}{2(d-1)} = \frac{-24}{d'+12}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{d'+12} = \frac{d-4}{48(d-1)} \tag{7}$$

(6) cũng còn được biến đổi :

$$\frac{d+2}{2(d-1)-(d+2)} = \frac{d'-12}{(d'+12)-(d'-12)}$$

$$\frac{d+2}{d-4} = \frac{d'-12}{24} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{d'-12} = \frac{d-4}{24(d+2)} \qquad (8)$$

- (7) và (3) cho : $\frac{1}{f} = \frac{1}{d-1} + \frac{d-4}{48(d-1)} = \frac{d+44}{48(d-1)}$

  (8) và (1) cho : $\frac{1}{f} = \frac{1}{d+2} + \frac{d-4}{24(d+2)} = \frac{d+20}{24(d+2)}$

$$\frac{d+44}{48(d-1)} = \frac{d+20}{24(d+2)} \quad \Rightarrow \quad d^2 - 8d - 128 = 0$$

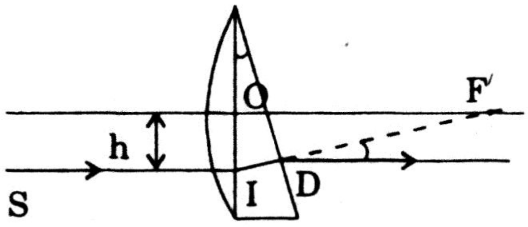
Chỉ nhận nghiệm dương : $d = 16$ (cm)

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{f} = \frac{16+44}{48 \times 15} = 12 \text{ (cm)}.$$

2. *Vị trí tia tới SI và tính h :*

- Tia tới và tia ló song song, vậy độ lệch của tia sáng qua hệ bằng không. Muốn vậy khi qua lăng kính tia sáng lệch về phía đáy, thì khi qua thấu kính tia sáng phải lệch ngược lại về phía đỉnh lăng kính. Điều này xảy ra khi tia sáng tới SI nằm gần đáy lăng kính hơn (theo hình vẽ, SI nằm phía dưới trục chính MN).

- Độ lệch tia sáng khi qua lăng kính là D và độ lệch tia sáng khi qua thấu kính là α. Để độ lệch qua cả hệ bằng không thì : $D = \alpha$.

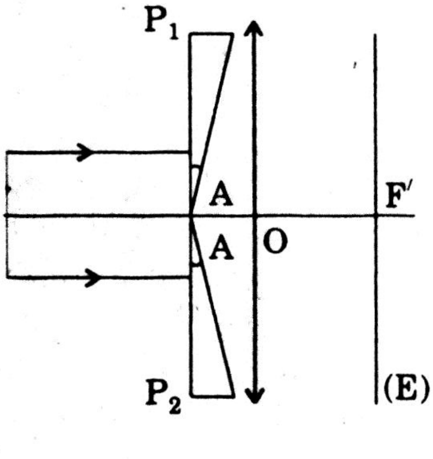


Với góc nhỏ : $(n-1)A = \frac{h}{f} \quad \Rightarrow \quad h = (n-1)A.f \approx 0{,}52$ (cm).

HỆ THẤU KÍNH VÀ HAI LĂNG KÍNH

9 **Một thấu kính hội tụ tiêu cự f = 50cm và hai lăng kính giống nhau (P_1), (P_2) có góc chiết quang A bé được đặt như hình vẽ. Ta chiếu vào hệ thống này một chùm tia sáng tới song song với trục chính của thấu kính thì trên màn (E) trùng với tiêu diện của thấu kính có 2 điểm sáng A_1 và A_2 cách nhau 2cm.**

1. Hãy vẽ hình to, rõ ràng để giải thích sự tạo thành hai điểm sáng trên.

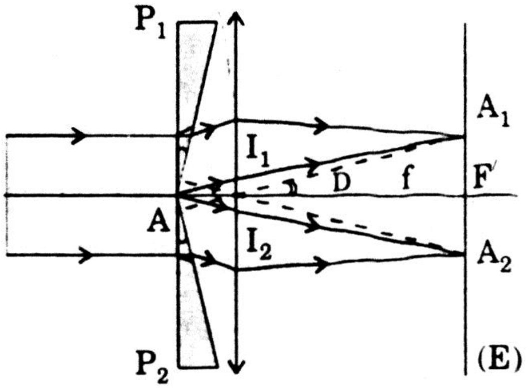


2. **Biết chiết suất lăng kính là n = 1,5. Tính góc chiết quang A của mỗi lăng kính.**
3. **Từ từ kéo hai lăng kính ra xa nhau theo phương vuông góc với trục chính, hãy mô tả hiện tượng thay đổi trên màn (E).**

GIẢI

1. Giải thích sự tạo thành 2 điểm sáng trên màn (E) :

- Chùm tia sáng tới qua lăng kính (P_1) cho chùm tia ló song song bị lệch về phía đáy lăng kính này (có phương AI_1). Chùm tia này đến gặp TK, sau đó ló ra khỏi thấu kính và hội tụ về tiêu điểm phụ A_1 (A_1 là giao điểm của mặt tiêu ảnh với trục phụ qua O và song song với AI_1).



- Tương tự chùm tia sáng tới qua lăng kính (P_2) cho chùm tia ló song song và lệch về phía đáy lăng kính này (có phương AI_2). Chùm tia ló này đến gặp thấu kính, sau đó ló ra khỏi thấu kính và hội tụ về trục phụ qua O và song song với AI_2.

2. Góc chiết quang A của lăng kính :

- Độ lệch D của tia sáng qua lăng kính (P_1) là góc $\widehat{OAI_1}$ với :

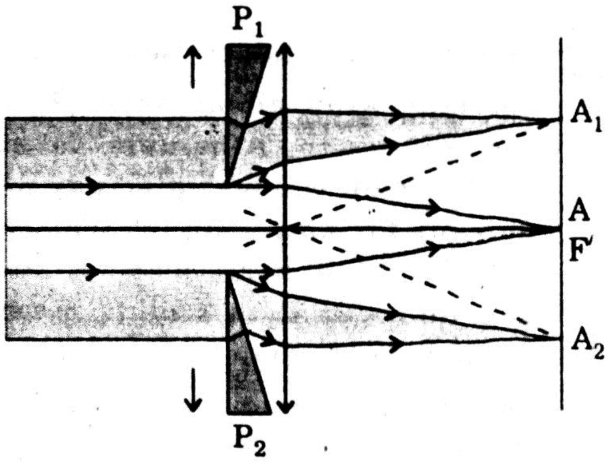
$$D = \widehat{OAI_1} = (n-1)A \quad \text{(ứng với góc nhỏ)}$$

Dựa vào hình vẽ : $\operatorname{tg}D \approx D = \dfrac{A_1F'}{f}$

Vậy : $(n-1)A = \dfrac{A_1F'}{f} \Rightarrow A = \dfrac{A_1F'}{(n-1)f} = 0{,}04 \text{ (Rad)} \approx 2{,}3^\circ = 2^\circ{,}18'$.

3. Hiện tượng thấy được trên màn khi kéo 2 lăng kính ra xa :

- Khi kéo từ từ 2 lăng kính ra xa trục chính thì phần chùm sáng qua mỗi lăng kính giảm dần : 2 điểm sáng $A_1 - A_2$ vẫn ở vị trí cũ nhưng ít sáng hơn, đồng thời xuất hiện thêm điểm sáng A ở tiêu điểm F' do phần chùm sáng không qua 2 lăng kính mà chỉ qua thấu kính tạo thành.

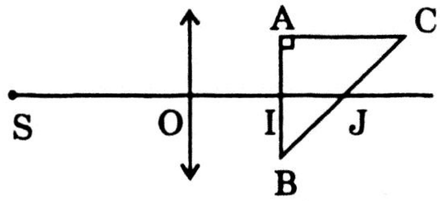


- Khi 2 lăng kính ra khá xa trục chính (khi khoảng cách 2 đỉnh lăng kính lớn hơn bề rộng chùm sáng) thì chùm sáng không qua 2 lăng kính nữa nên 2 điểm sáng A_1, A_2 biến mất và chỉ còn điểm sáng A.
- Về độ sáng thì điểm sáng $A_1 - A_2$ giảm dần, điểm sáng A tăng dần.

THẤU KÍNH VÀ LĂNG KÍNH PHẢN XẠ TOÀN PHẦN

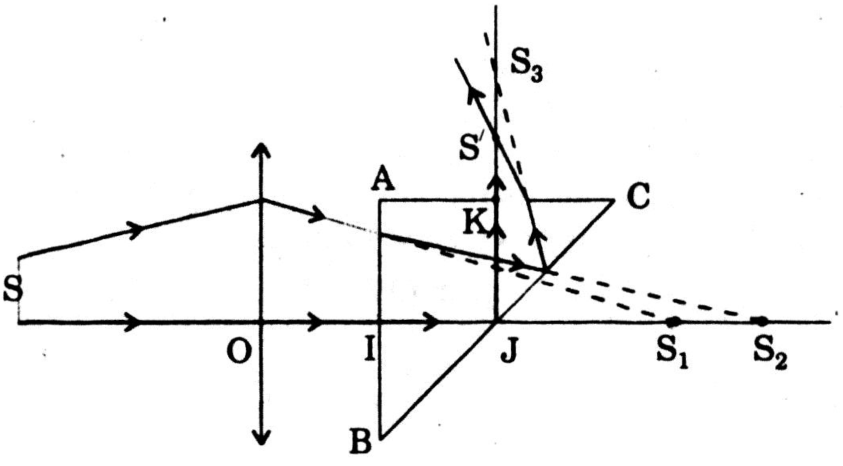
10 **Thấu kính hội tụ có tiêu cự f = 15cm và lăng kính phản xạ toàn phần có chiết suất n = 1,5 và tiết diện là tam giác vuông cân ABC với AB = AC = 6cm, đặt như hình vẽ sao cho trục chính thấu kính vuông góc với mặt AB và OI = 7cm.**

Tìm vị trí ảnh S' của S qua hệ thấu kính và lăng kính trên, biết S là điểm sáng nằm trên trục chính về phía không có thấu kính và OS = 60cm.



GIẢI

- Chùm sáng phát ra từ S qua thấu kính nếu không có lăng kính sẽ hội tụ tại S_1. Nhưng vì có lăng kính nên chùm ló bị khúc xạ tại mặt AB (tạo ảnh S_2), sau đó phản xạ toàn phần tại mặt BC, lúc này BC có tác dụng như gương phẳng (tạo ảnh S_3). Chùm tia phản xạ trên mặt BC bị khúc xạ tại mặt bên AC và ló ra không khí tạo ảnh S' trên đường JK.



- Quá trình tạo ảnh được tóm tắt theo sơ đồ :

$$S \xrightarrow[(O)]{TK} S_1 \xrightarrow[(AB)]{LCP} S_2 \xrightarrow[(BC)]{GP} S_3 \xrightarrow[(AC)]{LCP} S'$$

- $\dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{OS_1} + \dfrac{1}{OS} \quad \Rightarrow \quad OS_1 = \dfrac{OS.f}{OS - f} = 20\ (cm)$
- Công thức LCP : $\dfrac{IS_2}{1,5} = \dfrac{IS_1}{1}$

$\Rightarrow\quad IS_2 = 1{,}5IS_1 = 1{,}5(OS_1 - OI) = 19{,}5\ (cm)$

$\Rightarrow\quad JS_2 = IS_2 - IJ = 16{,}5\ (cm)\qquad$ (Với $IJ = \dfrac{AC}{2} = 3cm$)

- S_3 đối xứng với S_2 qua mặt BC và nằm trên đường JK với :

  $JS_3 = JS_2 = 16{,}5\ (cm)$

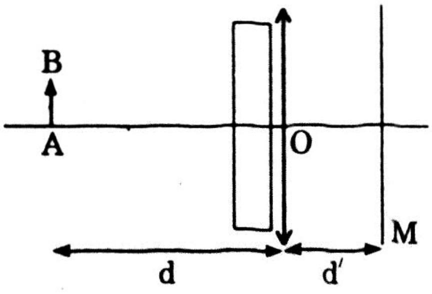
- Công thức LCP : $\dfrac{KS'}{1} = \dfrac{KS_3}{1{,}5} \quad\Rightarrow\quad KS' = \dfrac{KS_3}{1{,}5} = \dfrac{JS_3 - JK}{1{,}5} = 9\ (cm)$

  $\Rightarrow\quad JS' = JK + KS' = 12\ (cm)$

Vậy : S' là 1 ảnh thật nằm trên đường JK vuông góc với trục chính và cách trục chính 12cm.

BÀI TẬP CÓ HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

11 **Cho một thấu kính mỏng O, tiêu cự f. Đặt trước thấu kính một vật phẳng nhỏ AB, vuông góc với trục chính, và sau thấu kính đặt một màn ảnh M vuông góc với trục chính. Đặt thêm một bản thủy tinh có hai mặt song song, độ dày l = 5,7cm và chiết suất n = 1,5 vuông góc với trục chính của thấu kính, sát trước hoặc sau thấu kính (hình vẽ).**



Giữ vật AB và màn M cố định, dịch chuyển thấu kính và bản thủy tinh, người ta tìm được một vị trí của thấu kính mà dù có đặt bản thủy tinh ở trước hay sau thấu kính thì ảnh trên màn vẫn rõ nét. Khi bản thủy tinh ở trước thì ảnh cao 10mm, khi bản thủy tinh ở sau thấu kính ảnh cao 8,1mm. Tính tiêu cự f của thấu kính.

GIẢI

- $a = l\left(1 - \dfrac{1}{n}\right) = 1{,}9\ (cm)$

- Bản ở trước thấu kính : $AB \xrightarrow{\text{Bản //}} A_1B_1 \xrightarrow[d_1 \qquad d_1']{\text{TK}} A'B'$

  Với $d_1 = d - a$; $d_1' = d'$.

- Bản ở sau thấu kính : $AB \xrightarrow[d_2 \qquad d_2']{\text{TK}} A_2B_2 \xrightarrow{\text{Bản //}} A''B''$

  Với $d_2 = d$; $d_2' = d' - a$

  Thiết lập được các phương trình :

$$\frac{1}{d-a}+\frac{1}{d'}=\frac{1}{d}+\frac{1}{d'-a}$$

$$\left.\begin{array}{l} K_1=-\dfrac{d'}{d-a} \\ K_2=-\dfrac{d'-a}{d} \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \frac{K_1}{K_2}=\frac{dd'}{(d-a)(d'-a)}=\frac{10}{8,1}$$

Tìm được : $d = d' = 19cm$ → $f = 9cm$.

12 **Thấu kính hội tụ L có tiêu cự f , vật phẳng nhỏ AB đặt vuông góc với trục chính của thấu kính. Màn ảnh E đặt song song với vật AB và cách AB 120cm. Nếu đặt L giữa vật và màn ta thu được ảnh rõ nét trên màn có độ cao bằng vật.**

a) **Tính tiêu cự f của thấu kính và khoảng cách từ vật tới thấu kính.**

b) **Giữ nguyên vật và thấu kính L, đặt thêm bản thủy tinh có bề dày không đổi bằng 3cm, chiết suất n = 1,5 vuông góc với trục chính của thấu kính trong khoảng giữa vật và thấu kính L.**

Hỏi khi đó phải di chuyển màn E một khoảng bằng bao nhiêu ? Về phía nào để thu được ảnh rõ nét trên màn ?

HƯỚNG DẪN

a) $f = 30cm$; $d = 60cm$.

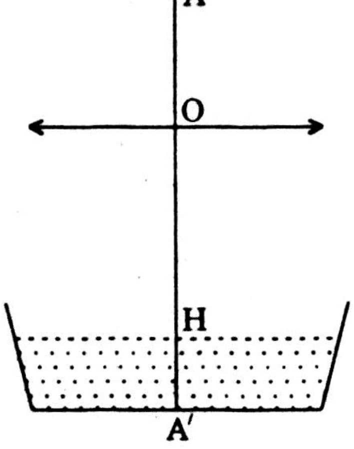
b) $AB \xrightarrow{\text{Bản //}} A_1B_1 \xrightarrow[d_1 \qquad d_1']{\text{TK}} A'B'$

Có : $AA_1 = e\left(1-\dfrac{1}{n}\right) = 1\ (cm)$

$d_1 = 59cm \rightarrow d_1' \approx 61,0345\ (cm)$

Màn dịch xa L thêm 1,0345cm.

13 **Một thấu kính hội tụ tiêu cự f = 20cm đặt nằm ngang và song song với đáy chậu chứa nước ($n = \frac{4}{3}$). Điểm sáng A nằm trên trục chính của thấu kính cách thấu kính 30cm và cho ảnh A′ ngay trên đáy chậu (hình vẽ). Biết thấu kính và đáy chậu cách nhau 64cm. Tính bề dày lớp nước.**



HƯỚNG DẪN

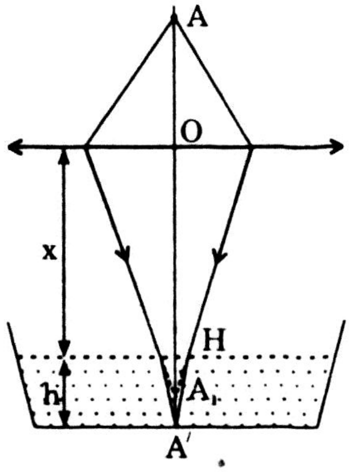
$A \xrightarrow{\text{TK}} A_1 \xrightarrow{\text{Nước}} A'$

- Tính được : $d' = OA_1 = 60$ (cm)
- Có : $\dfrac{HA'}{HA_1} = \dfrac{4}{3}$

$\Leftrightarrow \quad \dfrac{64 - x}{60 - x} = \dfrac{4}{3}$

$\Rightarrow \quad x = 48$ (cm)

$\Rightarrow \quad h = 16$ (cm).



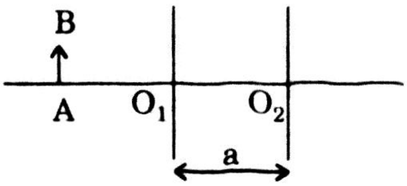
Chủ đề 11 HỆ THẤU KÍNH - THẤU KÍNH

TÓM TẮT LÍ THUYẾT

1. Thấu kính – thấu kính ghép đồng trục và xa nhau

Quá trình tạo ảnh : $\underbrace{AB}_{d_1} \xrightarrow{TKO_1} \underbrace{A_1B_1}_{d'_1 \quad d_2} \xrightarrow{TKO_2} \underbrace{A'B'}_{d'_2}$

– Vị trí ảnh :
- $d'_1 = \overline{O_1A_1} = \dfrac{d_1f_1}{d_1 - f_1}$
- $d_2 = \overline{O_2A_1} = a - d'_1$
- $d'_2 = \overline{O_2A'} = \dfrac{d_2f_2}{d_2 - f_2}$



– *Độ phóng đại :* $K = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} \times \dfrac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \left(-\dfrac{d'_2}{d_2}\right)\left(-\dfrac{d'_1}{d_1}\right)$

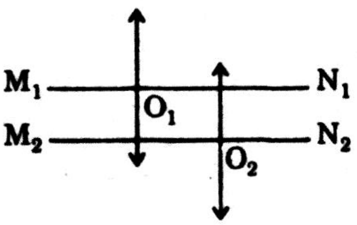
* Nếu có nhiều thấu kính hơn cũng cứ tiếp tục như trên.

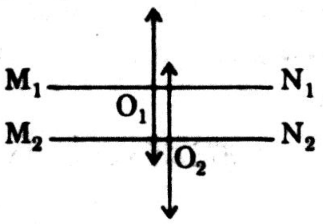
2. Thấu kính – thấu kính ghép sát và đồng trục

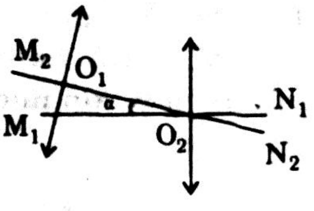
Nhiều thấu kính có độ tụ lần lượt D_1, D_2, ... ghép sát và đồng trục có thể thay thế bằng một thấu kính có độ tụ D cho bởi :

$$D = D_1 + D_2 + D_3 + \ldots$$

3. Thấu kính – thấu kính ghép lệch trục







Ta xét ảnh qua từng thấu kính cụ thể.

HỆ THẤU KÍNH – THẤU KÍNH GHÉP ĐỒNG TRỤC

1 Cho hệ hai thấu kính mỏng L_1 và L_2 có trục chính trùng nhau và cách khoảng không đổi $l = 48$cm. Thấu kính L_1 là thấu kính hội tụ có tiêu cự $f_1 = 24$cm. Thấu kính L_2 là thấu kính phân kỳ có tiêu cự $f_2 = -12$cm.

a) Một vật sáng nhỏ AB cao 3cm đặt trước L_1 cách L_1 khoảng $d_1 = 42$cm. Xác định vị trí, độ lớn và vẽ ảnh của vật AB qua hệ hai thấu kính.

b) Để ảnh cho bởi hệ là ảnh ảo cao 6cm thì khoảng cách d_1 từ vật đến thấu kính L_1 là bao nhiêu ? Vẽ ảnh này (với AB = 3cm).

GIẢI

1. Xác định ảnh qua hệ :

– Sơ đồ tạo ảnh :

$$\underbrace{AB}_{d_1}\xrightarrow[O_1]{L_1}\underbrace{A_1B_1}_{d'_1\ \ d_2}\xrightarrow[O_2]{L_2}\underbrace{A'B'}_{d'_2}$$

- Ảnh A_1B_1 cách L_1 :

$$d'_1 = \overline{O_1A_1} = \frac{d_1f_1}{d_1 - f_1} = 56\ (\text{cm})$$

- A_1B_1 là vật của L_2 và cách L_2 :

$$d_2 = \overline{O_2A_1} = l - d'_1 = -8\ (\text{cm})\ (\text{vật ảo})$$

- Ảnh $A'B'$ cách L_2 khoảng :

$$d'_2 = \overline{O_2A'} = \frac{d_2f_2}{d_2 - f_2} = +24\ (\text{cm}) > 0$$

Vậy ảnh $A'B'$ của hệ là một ảnh thật, cách L_2 24cm.

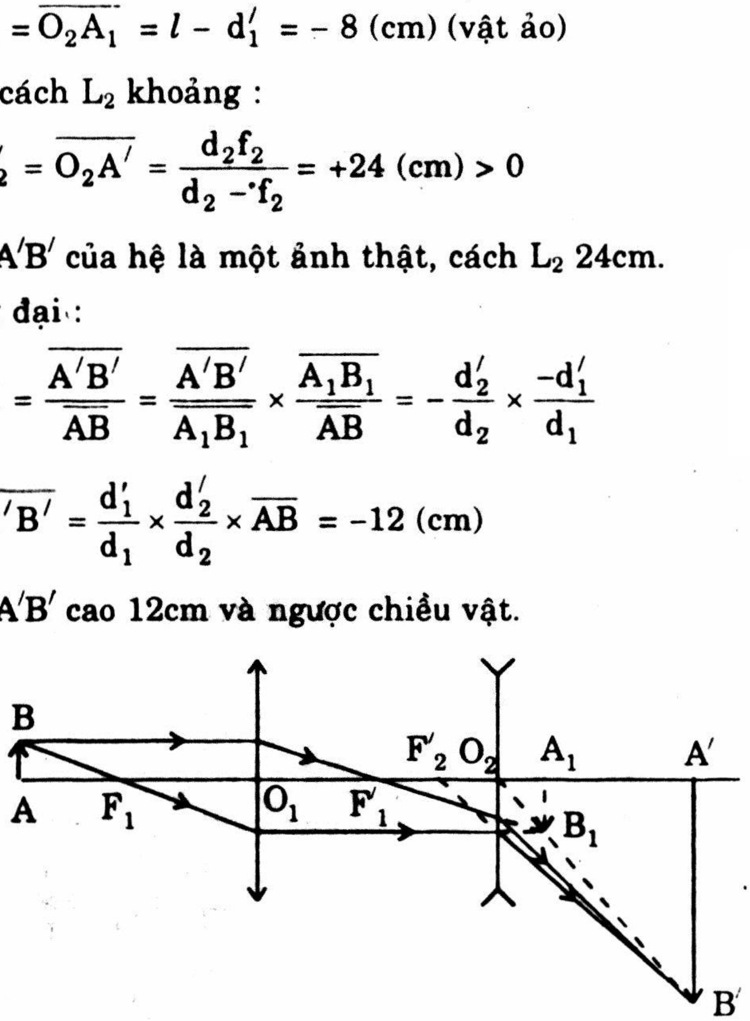
- Độ phóng đại :

$$K = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} \times \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = -\frac{d'_2}{d_2} \times \frac{-d'_1}{d_1}$$

$$\Rightarrow \quad \overline{A'B'} = \frac{d'_1}{d_1} \times \frac{d'_2}{d_2} \times \overline{AB} = -12\ (\text{cm})$$

Vậy ảnh $A'B'$ cao 12cm và ngược chiều vật.

- Vẽ ảnh :



2. *Khoảng cách d_1 từ AB đến L_1 để $A'B'$ là ảnh ảo cao 6cm :*

– Vẫn theo sơ đồ tạo ảnh như trên, ta có :

- A_1B_1 cách L_1 :

$$d_1' = \overline{O_1A_1} = \frac{24d_1}{d_1 - 24}$$

- A_1B_1 là vật của L_2 và cách L_2 :

$$d_2 = \overline{O_2A_1} = l - d_1' = \frac{24(d_1 - 48)}{d_1 - 24}$$

- Ảnh $A'B'$ cách L_2 :

$$d_2' = \overline{O_2A'} = \frac{d_2f_2}{d_2 - f_2} = \frac{8(48 - d_1)}{d_1 - 40}$$

– Để $A'B'$ là ảnh ảo thì : $d_2' = \dfrac{8(48 - d_1)}{d_1 - 40} < 0$

Ta có bảng xét dấu :

d_1		40		48	
d_2'	–	‖	+	0	–

Vậy để $A'B'$ là ảnh ảo thì : $d_1 < 40$ (cm) hoặc $d_1 > 48$ (cm) (*)

– Độ lớn ảnh $A'B'$

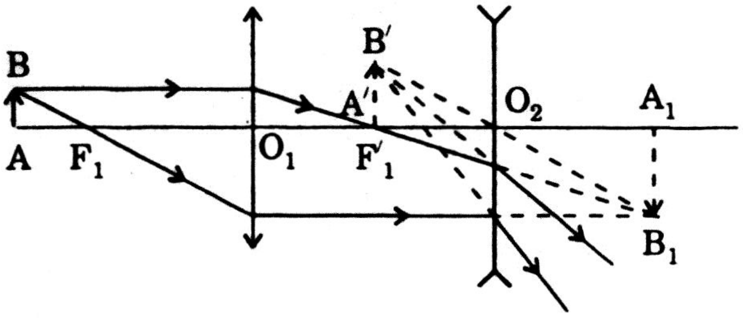
$$A'B' = \left|\frac{d_1'}{d_1} \times \frac{d_2'}{d_2}\right| AB = \frac{24}{|d_1 - 10|}$$

Theo đề : $A'B' = 6$cm nên : $\dfrac{24}{|d_1 - 40|} = 6$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{24}{d_1 - 40} = 6 \Rightarrow d_1 = 44 \text{ (cm)} \\ \dfrac{24}{d_1 - 40} = -6 \Rightarrow d_1 = 36 \text{ (cm)} \end{array}\right.$$

Để thỏa mãn điều kiện (*) thì : $d_1 = 36$ (cm)

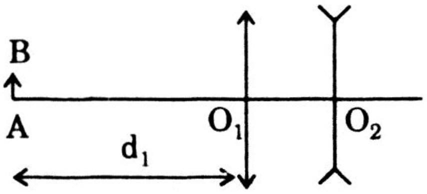
– Vẽ ảnh :



ĐỘ PHÓNG ĐẠI CỦA HỆ THẤU KÍNH THẤU KÍNH KHÔNG PHỤ THUỘC VỊ TRÍ VẬT

$\boxed{2}$ **Hai thấu kính : một hội tụ (f_1 = 20cm) và một phân kỳ (f_2 = −10cm) đặt cùng trục chính, O_1O_2 = 10cm, vật sáng AB cách thấu kính hội tụ một khoảng $O_1A = d_1$.**

1. **d_1 = 80cm. Xác định vị trí, tính chất và độ phóng đại của ảnh cho bởi hệ. Vẽ ảnh.**
2. **Chứng tỏ độ phóng đại K của ảnh cho bởi hệ không phụ thuộc d_1.**



GIẢI

1. Xác định ảnh A'B' của AB qua hệ :

$$\underbrace{AB}_{d_1} \xrightarrow{TK.O_1} \underbrace{}_{d'_1}A_1B_1\underbrace{}_{d_2} \xrightarrow{TK.O_2} \underbrace{}_{d'_2}A'B'$$

– *Vị trí ảnh :*

- Ảnh A_1B_1 cách thấu kính O_1 :

$$d'_1 = \overline{O_1A_1} = \frac{d_1f_1}{d_1 - f_1} = \frac{80}{3}\ (cm)$$

- A_1B_1 là vật của thấu kính O_2 và cách O_2 :

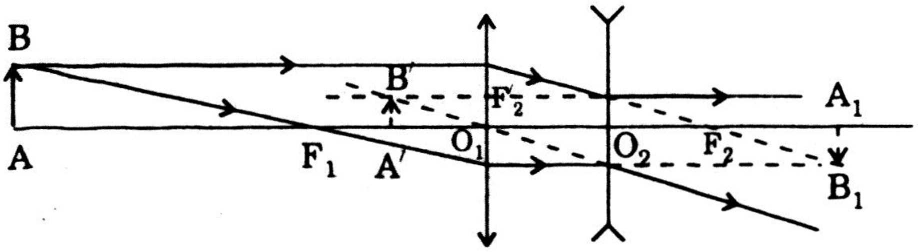
$$d_2 = \overline{O_2A_1} = 0{,}02 - d'_1 = -\frac{50}{3}\ (cm)\ :\ \text{Vật ảo}$$

- $A'B'$ cách L_2 : $d'_2 = \overline{O_2A'} = \dfrac{d_2f_2}{d_2 - f_2} = -25\ (cm) < 0$

– *Độ phóng đại :* $K = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{d'_1}{d_1} \times \dfrac{d'_2}{d_2} = \dfrac{1}{2}$

Vậy : $A'B'$ là ảnh ảo, cùng chiều với AB (vì K > 0) và cách thấu kính O_2 khoảng 25cm.

– *Vẽ ảnh :*



2. Độ phóng đại K không thuộc vào d_1 :

Độ phóng đại : $K = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{d'_1}{d_1} \times \dfrac{d'_2}{d_2}$ (*)

$$d_1' = \frac{20d_1}{d_1 - 20} \quad \Rightarrow \quad \frac{d_1'}{d_1} = \frac{20}{d_1 - 20}$$

- $d_2 = 0{,}02 - d_1' = \dfrac{-10d_1 - 200}{d_1 - 20}$

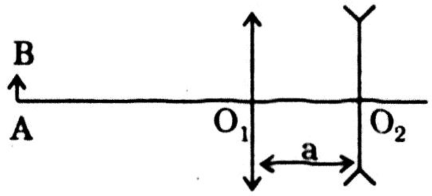
- $d_2' = \dfrac{-10d_2}{d_2 + 10} \quad \Rightarrow \quad \dfrac{d_2'}{d_2} = -\dfrac{10}{d_2 + 10} = \dfrac{d_1 - 20}{40}$

$$(*) \Rightarrow \quad K = \frac{20}{d_1 - 20} \times \frac{d_1 - 20}{40} = \frac{1}{2}$$

Vậy K không phụ thuộc vào d_1.

TÌM KHOẢNG CÁCH GIỮA 2 THẤU KÍNH ĐỂ CÓ ẢNH THẬT HOẶC ĐỘ LỚN ẢNH KHÔNG PHỤ THUỘC VỊ TRÍ VẬT

3 **Vật sáng AB hình mũi tên đặt vuông góc với trục chính của một thấu kính hội tụ L_1 ($f_1 = 30$cm). A nằm trên trục chính và cách L_1 đoạn $AO_1 = 36$cm. Sau L_1 đặt thấu kính phân kỳ L_2 ($f_2 = -10$cm), 2 trục chính trùng nhau và khoảng cách 2 quang tâm là a = 0,02cm.**

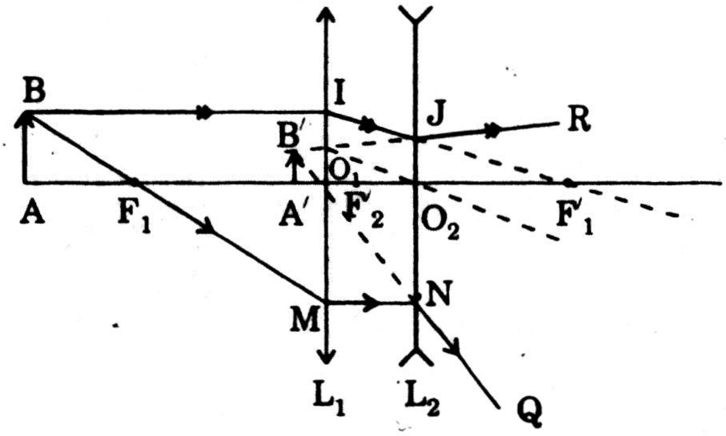


1. **Vẽ, xác định vị trí và tính độ phóng đại của ảnh cuối cùng của vật AB qua hệ thấu kính khi a = 10cm.**
2. **Với những giá trị nào của a thì ảnh cuối cùng của AB là ảnh thật?**
3. **Với những giá trị nào của a thì độ lớn ảnh cuối cùng của AB không phụ thuộc vị trí của AB đối với hệ thấu kính (AB luôn luôn vuông góc với trục chính 2 thấu kính)?**

GIẢI

1. *Xác định ảnh A'B' qua hệ :*

– *Vẽ ảnh :*



- Từ B vẽ tia tới BF_1, tia ló MN song song với trục chính và tia ló sau cùng NQ kéo dài qua tiêu điểm F'_2 của L_2 ($F'_2 \equiv O_1$).
- Từ B vẽ tia BI // trục chính, tia ló ra khỏi L_1 hướng tới tiêu điểm F'_1 (của L_1). Tia ló JR kéo dài qua tiêu điểm phụ φ của L_2 (điểm này nằm trên thấu kính L_1).
- Giao điểm 2 tia ló sau cùng JR và NQ cho ảnh B' ở trước L_1. Ta được ảnh $A'B'$ của AB qua hệ.

– Sơ đồ tạo ảnh :

$$\underbrace{AB}_{d_1}\xrightarrow{TK.L_1}\underbrace{A_1B_1}_{d'_1\quad d_2}\xrightarrow{TK.L_2}\underbrace{A'B'}_{d'_2}$$

– Vị trí ảnh :

- Ảnh A_1B_1 cách TK O_1 :

$$d'_1 = \overline{O_1A_1} = \frac{d_1f_1}{d_1 - f_1} = 180 \text{ (cm)}$$

- A_1B_1 là vật của TK O_2 và cách O_2 :

$$d_2 = \overline{O_2A_1} = a - d'_1 = -170 \text{ (cm) (vật ảo)}$$

- Ảnh $A'B'$ cách TK O_2 :

$$d'_2 = \overline{O_2A'} = \frac{d_2f_2}{d_2 - f_2} = -10{,}625 \text{ (cm)}$$

Vậy $A'B'$ là ảnh ảo, ở trước L_1 và cách L_2 : 10,625 (cm).

– Độ phóng đại : $K = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{d'_1}{d_1} \times \dfrac{d'_2}{d_2} = 0{,}3125.$

2. *Ảnh cuối cùng là ảnh thật :*

Vẫn theo sơ đồ trên ta có :

- $d'_1 = \overline{O_1A_1} = 180$ (cm)
- $d_2 = a - d'_1 = a - 180$ (cm)
- $d'_2 = \overline{O_2A'} = \dfrac{d_2f_2}{d_2 - f_2} = -10\dfrac{a - 180}{a - 170}$

Để $A'B'$ là ảnh thật thì $d'_2 > 0$:

a		170		180	
d'_2	−	‖	+	0	−

Vậy : 170 (cm) < a < 180 (cm).

3. *Độ lớn ảnh cuối cùng không phụ thuộc vị trí của AB :*

Đặt : $O_1A = x$

- $d_1' = \dfrac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \dfrac{30x}{x - 30} \Rightarrow \dfrac{d_1'}{d_1} = \dfrac{30}{x - 30}$

- $d_2 = a - d_1' = a - \dfrac{30x}{x - 30} = \dfrac{ax - 30a - 30x}{x - 30}$

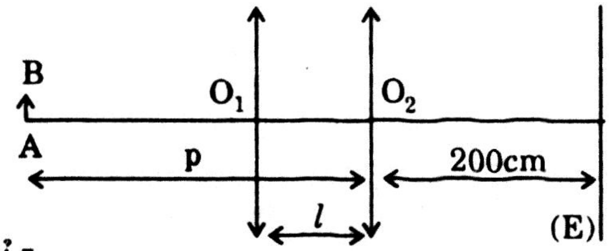
- $d_2' = \dfrac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} \Rightarrow \dfrac{d_2'}{d_2} = \dfrac{f_2}{d_2 - f_2} = \dfrac{-10(x - 30)}{ax - 30a - 20x - 300}$

- $K = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{d_1'}{d_1} \times \dfrac{d_2'}{d_2} = \dfrac{300}{(20 - a)x + 30(a + 10)}$

K không phụ thuộc vào x khi : $20 - a = 0 \Rightarrow a = 20$ (cm).

ẢNH QUA HỆ THẤU KÍNH – THẤU KÍNH RÕ NÉT TRÊN MÀN

$\boxed{4}$ **Cho hai thấu kính hội tụ O_1 và O_2 có tiêu cự $f_1 = 10$cm và $f_2 = 40$cm cùng trục chính và cách nhau $l = 0{,}02$cm. Về phía O_1 ta đặt vật phẳng nhỏ AB cách thấu kính O_2 khoảng $O_2A = p$ và về phía thấu kính O_2 ta đặt màn (E) cách thấu kính O_2 200cm. Trên màn ta thu được ảnh rõ nét của AB (hình vẽ).**



1. **Tìm điều kiện của *l*.**
2. **Cho *l* = 20cm. Xác định vị trí vật và độ phóng đại của ảnh.**

GIẢI

1. Điều kiện của l :

- Sơ đồ tạo ảnh : $\underbrace{AB}_{d_1} \xrightarrow{\text{TK } O_1} \underbrace{A_1}_{d_1'}\underbrace{B_1}_{d_2} \xrightarrow{\text{TK } O_2} \underbrace{A'}_{d_2'}B'$ trên màn E.

- Ta có :

  - A_1B_1 là vật của TK O_2 và cách O_2 :

$$d_2 = \overline{O_2A_1} = \frac{d_2' f_2}{d_2' - f_2} = 50 \text{ (cm)}$$

  - A_1B_1 còn là ảnh của TK O_1 và cách O_1 :

$$d_1' = \overline{O_1A_1} = l - d_2 = l - 50$$

  - AB là vật của TK O_1 và cách O_1 :

$$d_1 = \overline{O_1A} = \frac{d_1' f_1}{d_1' - f_1} = 10\frac{l - 50}{l - 60}$$

  - Hình vẽ cho :

$$P = l + d_1 = l + 10\frac{l-50}{l-60} = \frac{l^2 - 50l - 500}{l-60} > 0$$

- Xét dấu p để tìm giá trị l sao cho $p > 0$
  - Nghiệm của tử số : $l_1 \approx 58,54$ (cm) và $l_1 \approx -8,54$ (cm)
  - Nghiệm của mẫu số : $l_3 = 60$ (cm)
  - Bảng xét dấu :

l		−8,54		58,54		60	
Tử	+	0	−	0	+		+
Mẫu	−		−		−	0	+
P	−	0	+	0	−		+

Vậy : để $p > 0$ thì $l < 58,54$ (cm) hoặc $l > 60$ (cm).

2. ***l = 20. Xác định vị trí vật và độ phóng đại ảnh :***

Với $l = 20$ thì $d_1 = 7,5$ (cm)

$d'_1 = -30$ (cm)

$d'_2 = 200$ (cm)

- Độ phóng đại : $K = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{d'_1}{d_1} \times \frac{d'_2}{d_2} = -16.$

HỆ THỐNG THẤU KÍNH CÓ TIÊU ĐIỂM VẬT THẤU KÍNH THỨ NHẤT TRÙNG VỚI TIÊU ĐIỂM ẢNH CỦA THẤU KÍNH THỨ HAI

5 **Cho một hệ gồm hai thấu kính O_1 và O_2 có trục chính trùng nhau và đặt sao cho tiêu điểm ảnh của thấu kính O_1 trùng với tiêu điểm vật của thấu kính O_2. Chiếu một chùm tia sáng song song theo một phương bất kỳ vào thấu kính O_1.**

1. **Chứng minh chùm tia ló khỏi O_2 cũng là chùm tia sáng song song.**
2. **Vẽ hình ứng với các trường hợp : O_1 và O_2 là các thấu kính hội tụ ; O_1 là thấu kính hội tụ, O_2 là thấu kính phân kỳ ; O_1 là thấu kính phân kỳ, O_2 là thấu kính hội tụ.**
3. **Đặt vật phẳng AB vuông góc với trục chính trước D_1 và cách O_1 một khoảng tùy ý. Tính độ phóng đại K của ảnh cuối cùng.**

GIẢI

1. ***Chùm tới song song thì chùm ló cũng song song :***

- Tiêu điểm ảnh của thấu kính O_1 trùng với tiêu điểm vật của thấu kính O_2 tức tiêu diện ảnh thấu kính O_1 trùng với tiêu diện vật của thấu kính O_2.

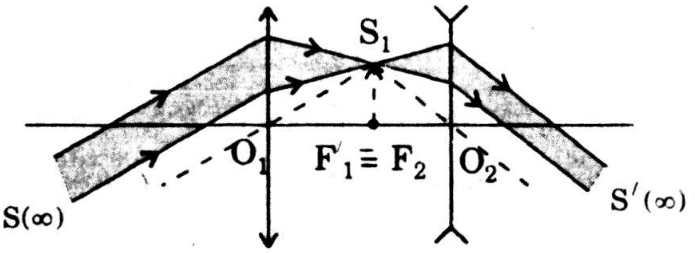
- Chùm tới song song coi như phát ra từ điểm sáng S ở ∞. Ta có sơ đồ tạo ảnh : $S \xrightarrow{O_1} S_1 \xrightarrow{O_2} S'$

  S ở ∞ nên S_1 ở tiêu diện ảnh của thấu kính O_1 và là tiêu diện vật của thấu kính O_2, vì vậy S' ở ∞ hay chùm ló song song.

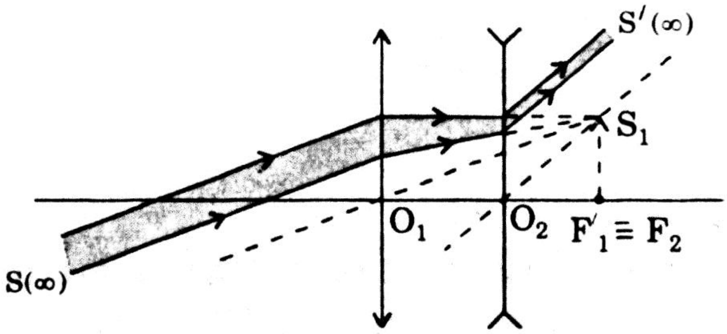
2. *Vẽ hình :*

Vẽ chùm tới song song bất kỳ, chùm ló ra khỏi O_1 đi qua tiêu điểm phụ S_1 của TK O_1, tiếp đến vẽ chùm ló ra khỏi TK O_2 song song với trục phụ S_1O_2.

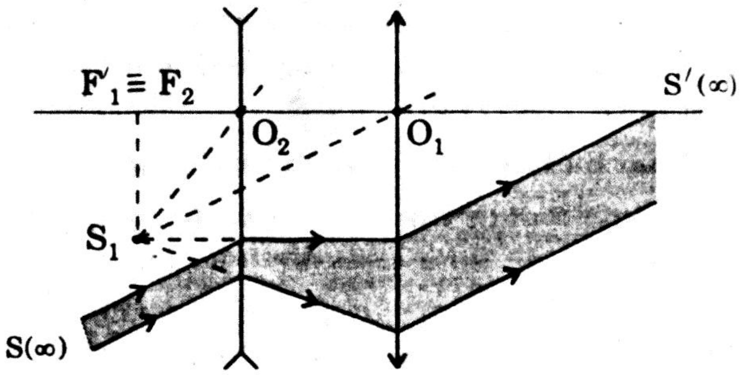
a) O_1 là thấu kính hội tụ; O_2 là thấu kính hội tụ :



b) O_1 là hội tụ; O_2 là phân kỳ :



c) O_1 là phân kỳ; O_2 là hội tụ :



3. *Độ phóng đại K :*

Quá trình tạo ảnh qua hệ : $\underbrace{AB}_{d_1} \xrightarrow{O_1} \underbrace{A_1}_{d'_1}\underbrace{B_1}_{d_2} \xrightarrow{O_2} \underbrace{A'B'}_{d'_2}$

- AB cách thấu kính O_1 khoảng : $d_1 = \overline{O_1A}$

- Ảnh A_1B_1 của O_1 cách O_1 :

$$d_1' = \overline{O_1A_1} = \frac{d_1f_1}{d_1 - f_1} \quad \Rightarrow \quad \frac{d_1'}{d_1} = \frac{f_1}{d_1 - f_1}$$

- A_1B_1 còn là vật của thấu kính O_2 và cách O_2 : $d_2 = O_1O_2 = d_1'$

Vì $F_1' \equiv F_2$ nên trong mọi trường hợp ta đều có : $O_1O_2 = f_1 + f_2$, do đó :

$$d_2 = f_1 + f_2 - \frac{d_1f_1}{d_1 - f_1} = \frac{-f_1^2 + f_2d_1 - f_1f_2}{d_1 - f_1}$$

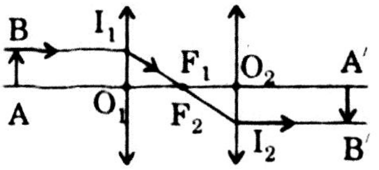
- Ảnh $A'B'$ cách O_2 : $d_2' = \overline{O_2A'} = \dfrac{d_2f_2}{d_2 - f_2}$

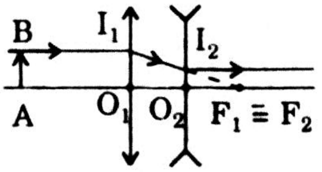
$$\Rightarrow \quad \frac{d_2'}{d_2} = \frac{f_2}{d_2 - f_2} = \frac{f_2}{\dfrac{-f_1^2 + f_2d_1 - f_1f_2}{d_1 - f_1} - f_2} = \frac{f_2(d_1 - f_1)}{-f_1^2}$$

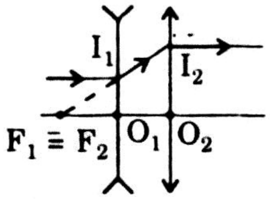
- Độ phóng đại : $K = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{d_1'}{d_1} \times \dfrac{d_2'}{d_2}$

$$K = -\frac{f_2}{f_1}$$

– *Kết quả này có thể tìm lại bằng hình vẽ:*







Dựa trên hình vẽ ta luôn luôn có : $|K| = \dfrac{A'B'}{AB} = \dfrac{O_2I_2}{O_1I_1} = \left|\dfrac{f_2}{f_1}\right|$

- (H1) : Vật và ảnh trái chiều ; f_1 và f_2 đều dương.
- (H2) và (H3) : Vật và ảnh cùng chiều ; f_1 và f_2 trái dấu nên :

$$K = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{f_2}{f_1}.$$

BIẾT TÍNH CHẤT ẢNH – TÌM VỊ TRÍ VẬT QUA HỆ THẤU KÍNH – THẤU KÍNH

6 **Cho một hệ gồm hai thấu kính O_1, O_2 có cùng trục chính, tiêu cự lần lượt $f_1 = 20cm$ và $f_2 = -10cm$ đặt cách nhau một khoảng $a = 30cm$. Vật phẳng nhỏ AB vuông góc với trục chính, nằm ngoài hai thấu kính và gần thấu kính O_1 hơn, cách O_1 khoảng 20cm.**

1. Xác định vị trí, tính chất và độ lớn ảnh cuối cùng $A'B'$, biết $AB = 1cm$. Vẽ hình.

2. Tìm vị trí của vật, biết ảnh cuối cùng là ảnh ảo, cao 2cm.

GIẢI

1. Xác định ảnh $A'B'$:

Sơ đồ tạo ảnh qua hệ : $\underbrace{AB}_{d_1} \xrightarrow{O_1} \underbrace{A_1}_{d'_1}\underbrace{B_1}_{d_2} \xrightarrow{O_2} \underbrace{A'B'}_{d'_2}$

- Vị trí ảnh A_1B_1 :

$$d'_1 = \overline{O_1A_1} = \frac{d_1f_1}{d_1 - f_1} = \frac{20 \times 20}{20 - 20} \to \infty$$

- A_1B_1 còn là vật của O_2 và cách O_2 : $d_2 = a - d'_1 = -\infty$
- Ảnh $A'B'$ cách thấu kính O_2 khoảng d'_2 cho bởi :

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{d_2} + \frac{1}{d'_2} \quad \Rightarrow \quad d'_2 = f_2 = -10(cm) < 0$$

Vậy : $A'B'$ là ảnh ảo nằm trước thấu kính O_2 khoảng 10cm.

- Độ phóng đại : $K = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{d'_1}{d_1} \times \frac{d'_2}{d_2}$ với $d'_1 = a - d_2$

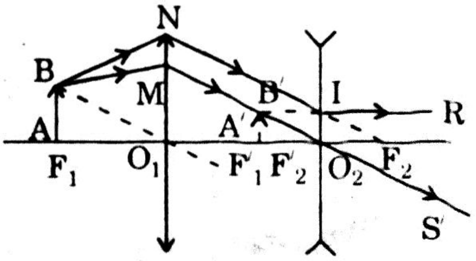
$$= \frac{a - d_2}{d_2} \times \frac{d'_2}{d_1} = \left(\frac{a}{d_2} - 1\right)\frac{d'_2}{d_1}$$

$$= \left(\frac{30}{\infty} - 1\right) \times \frac{-10}{20} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \quad \overline{A'B'} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 0{,}5\ (cm).$$ Vậy ảnh cao 0,5cm.

- *Hình vẽ* :

Từ B vẽ 2 tia tới BM và BN sao cho 2 tia ló ra khỏi thấu kính O_1 lần lượt đi qua O_2 và tiêu điểm F_2 (cùng song song với trục phụ BO_1). Hai tia ló cuối cùng IR và O_2R' kéo dài cắt nhau tại B'. Ta được ảnh $A'B'$ ($A' \equiv F'_2$).



2. Vị trí của vật để ảnh ảo, cao 2cm :

Dựa theo sơ đồ tạo ảnh trên, ta có :

- $d'_1 = \frac{d_1f_1}{d_1 - f_1} = \frac{20d_1}{d_1 - 20}$

- $d_2 = a - d_1' = 30 - \dfrac{20d_1}{d_1 - 20} = \dfrac{10d_1 - 600}{d_1 - 20}$

- $d_2' = \dfrac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = -10\dfrac{d_1 - 60}{2d_1 - 80}$

- Lập bảng xét dấu d_2':

d_1		40		60	
d_2'	−	‖	+	0	−

Để có ảnh ảo thì $d_2' < 0$ ứng với : $d_1 < 40$ (cm) hoặc $d_1 > 60$ (cm) (1)

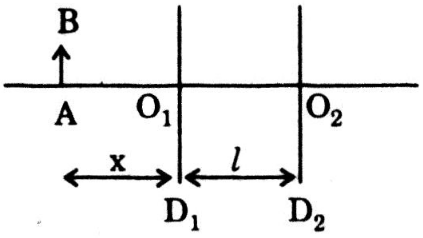
- $$|K| = \left|\frac{d_1'}{d_1} \times \frac{d_2'}{d_2}\right| = \frac{10}{|d_1 - 40|} = 2 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \dfrac{10}{d_1 - 40} = 2 \Rightarrow d_1 = 45 \text{ (cm)} \\ \dfrac{10}{d_1 - 40} = -2 \Rightarrow d_1 = 35 \text{ (cm)} \end{array}\right. \quad (2)$$

Vậy : Để có ảnh ảo, cao 2cm thì $d_1 = 35$cm.

ĐỔI CHỖ VỊ TRÍ HAI THẤU KÍNH

7 **Hai thấu kính mỏng O_1, O_2 có độ tụ D_1, D_2 đặt cách nhau khoảng l và cùng trục chính. Một vật phẳng nhỏ AB đặt trước thấu kính O_1 như hình vẽ ta được độ phóng đại của ảnh cuối cùng qua hệ là k_1. Giữ vật cố định và đổi chỗ hai thấu kính thì độ phóng đại là k_2.**

1. **Tìm hệ thức liên hệ giữa D_1, D_2, k_1, k_2 và l.**
2. **Biết $k_1 = 1$, $k_2 = 4$, $l = 25$cm và hai thấu kính trên cùng làm bằng một chất được giới hạn bởi mặt phẳng – mặt cầu lồi với bán kính mặt cầu của O_2 lớn gấp 1,25 lần thấu kính O_1. Tính D_1 và D_2.**

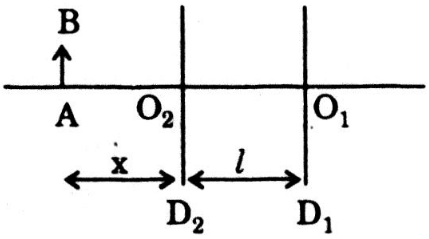


GIẢI

1. ***Hệ thức liên hệ giữa D_1, D_2, k_1, k_2 và l:***

+ *AB đứng trước thấu kính O_1 :*

Sơ đồ tạo ảnh : $\underset{d_1}{AB} \xrightarrow{O_1} \underset{d_1' \quad d_2}{A_1B_1} \xrightarrow{O_2} \underset{d_2'}{A'B'}$



- $d_1' = \dfrac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \dfrac{x f_1}{x - f_1} \Rightarrow \dfrac{d_1'}{d_1} = \dfrac{f_1}{x - f_1}$ (1)

- $d_2 = l - d_1' = l - \dfrac{x f_1}{x - f_1}$

- $d_2' = \dfrac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} \quad \Rightarrow \quad \dfrac{d_2'}{d_2} = \dfrac{f_2}{d_2 - f_2} = \dfrac{f_2}{l - \dfrac{xf_1}{x - f_1} - f_2}$ (2)

- Hai phương trình (1) và (2) cho ta :

$$K = \frac{d_1'}{d_1} \times \frac{d_2'}{d_2} = \frac{f_1}{x - f_1} \times \frac{f_2}{l - \dfrac{xf_1}{x - f_1} - f_2}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{f_1 f_2}{k_1} = (x - f_1)\left(l - \frac{xf_1}{x - f_1} - f_2\right) = lx - lf_1 - xf_1 - xf_2 + f_1 f_2 \qquad (3)$$

+ *AB đứng trước thấu kính O_2* :

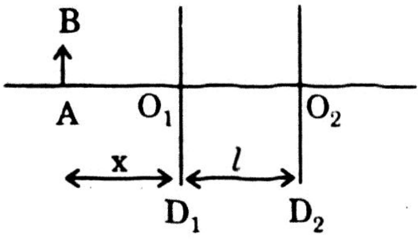
Cũng tương tự như (3) ta có :

$$\frac{f_1 f_2}{k_2} = (x - f_2)\left(l - \frac{xf_2}{x - f_2} - f_1\right) = lx - lf_2 - xf_2 - xf_1 + f_1 f_2 \qquad (4)$$

+ (3) – (4) $\Rightarrow \quad \dfrac{f_1 f_2}{k_1} - \dfrac{f_1 f_2}{k_2} = l(f_2 - f_1)$

$$\Rightarrow \quad \frac{f_2 - f_1}{f_1 f_2} = \frac{1}{l}\left(\frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2}\right)$$

$$\frac{1}{f_1} - \frac{1}{f_2} = \frac{1}{l}\,\frac{k_2 - k_1}{k_1 k_2}$$



hay : $\boxed{D_1 - D_2 = \dfrac{1}{l} \times \dfrac{k_2 - k_1}{k_1 k_2}}$ (5)

2. *Tính D_1 và D_2 :*

+ Với : $K_1 = 1$, $K_2 = 4$, $l = 0{,}25$m

(5) $\Rightarrow$ $D_1 - D_2 = 3$ (6)

+ Mặt khác : $\left.\begin{array}{l} D_1 = (n-1)\dfrac{1}{R_1} \\ D_2 = (n-2)\dfrac{1}{R_2} = (n-1)\dfrac{1}{1{,}25R_1} \end{array}\right\} \Rightarrow \dfrac{D_1}{D_2} = 1{,}25$ (7)

(6) và (7) $\Rightarrow$ $D_1 = 15$ (điốp) ; $D_2 = 12$ (điốp).

XÁC ĐỊNH VỊ TRÍ THẤU KÍNH THỨ HAI ĐỂ CÓ ẢNH RÕ NÉT TRÊN MÀN

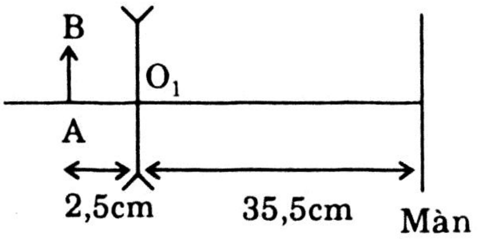
8 **Cho thấu kính O_1 có tiêu cự $f_1 = -10$cm. Trước thấu kính 2,5cm ta đặt vật AB = 15mm và sau thấu kính 35,5cm ta đặt màn (E) như hình vẽ.**

Giữa thấu kính O_1 và màn ta dịch một thấu kính O_2 có tiêu cự f_2 thì ta tìm được một vị trí của thấu kính O_2 cho ảnh rõ nét trên màn cao 8mm.

1. **O_2 là thấu kính gì ?**

   Ảnh $A'B'$ trên màn cùng chiều hay ngược chiều với vật AB.

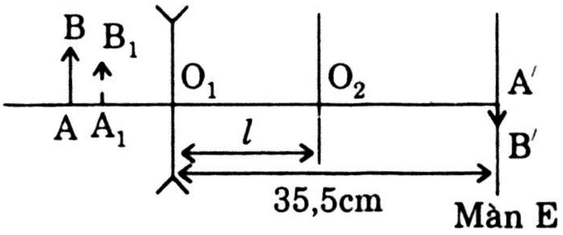
   Xác định vị trí thấu kính O_2 và tiêu cự f_2 của nó.



2. **Giữ AB, thấu kính O_1 và màn cố định.**

   Hỏi có còn vị trí thấu kính O_2 nào khác để cho ảnh rõ nét trên màn nữa không ? Nếu có, hãy xác định vị trí mới và độ lớn ảnh.

GIẢI



– Sơ đồ tạo ảnh qua hệ :

$$\underbrace{AB}_{d_1}\xrightarrow{O_1}\underbrace{A_1}_{d'_1}\underbrace{B_1}_{d_2}\xrightarrow{O_2}\underbrace{A'B'}_{d'_2}$$

1. ***Loại thấu kính.***

- O_1 là thấu kính phân kỳ nên A_1B_1 là ảnh ảo trước O_1 và O_2.
- A_1B_1 là vật thật, $A'B'$ là ảnh thật của thấu kính O_2 nên O_2 là thấu kính hội tụ.
- AB cùng chiều với A_1B_1 ; A_1B_1 trái chiều với $A'B'$. Vậy AB và $A'B'$ trái chiều.

– ***Tính l :***

- $d'_1 = \overline{O_1A_1} = \dfrac{d_1f_1}{d_1 - f_1} = -2$ (cm)
- $d_2 = \overline{O_2A_1} = l - d'_1 = l + 2$ (cm)
- Hình vẽ $\Rightarrow$ $d'_2 = \overline{O_2A'} = 35{,}5 - l$ (cm)
- $K = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{d'_1}{d_1} \times \dfrac{d'_2}{d_2} = \dfrac{-2}{2{,}5} \times \dfrac{35{,}5 - l}{l + 2}$

Vì $A'B'$ và AB trái chiều nên : $\dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\dfrac{8}{15}$, vậy : $-\dfrac{-2}{2{,}5} \times \dfrac{35{,}5 - l}{l + 2} = -\dfrac{8}{15}$

$$\Rightarrow \quad l = 20{,}5 \text{ (cm)}.$$

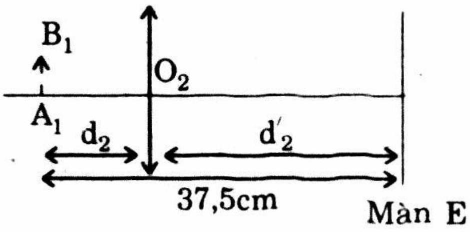
- ***Tính f_2 :***

$$f_2 = \frac{d_2 d'_2}{d_2 + d'_2} \quad \text{với} \begin{cases} d_2 = l + 2 = 22{,}5 \text{ (cm)} \\ d'_2 = 35{,}5 - l = 15 \text{ (cm)} \end{cases}$$

$f_2 = 9$ (cm).

2. *Vị trí mới của thấu kính O_2 và độ lớn ảnh trên màn :*

- AB và O_1 cố định nên A, B cố định và cách màn 37,5 (cm).
- Có : $d_2 + d'_2 = 37{,}5$



$$d_2 + \frac{9d_2}{d_2 - 9} = 37{,}5$$

$$d_2^2 - 37{,}5d_2 + 337{,}5 \approx 0$$

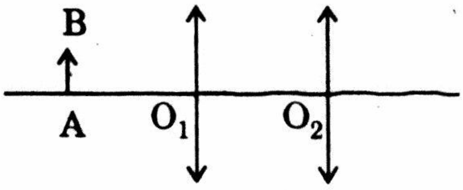
$$\Rightarrow \quad d_2 = \left[\begin{array}{l} 15 \text{ (cm)} \\ 22{,}5 \text{ (cm) : ứng với vị trí cũ} \end{array}\right.$$

Vậy vị trí mới của thấu kính O_2 cách màn : $d'_2 = 37{,}5 - 15 = 22{,}5$ (cm)

- Độ lớn ảnh mới : $A'B' = \left|\frac{d'_1}{d_1} \times \frac{d'_2}{d_2}\right| \times AB = 18$ (mm).

ẢNH VÀ VẬT CÓ ĐỘ LỚN BẰNG NHAU QUA HỆ THẤU KÍNH

$\boxed{9}$ **Hai thấu kính hội tụ tiêu cự f_1 và f_2 có quang tâm O_1, O_2 cách nhau $l = 0{,}02$, đặt cùng trục chính. Vật nhỏ AB đặt trước O_1 cho ảnh cuối cùng qua hệ là $A'B'$ (hình vẽ).**



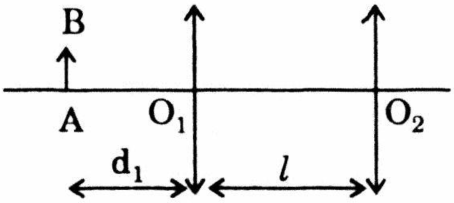
1. **Với $l = f_2$, chứng tỏ $A'B'$ và AB luôn ngược chiều. Xác định vị trí vật AB để $A'B' = AB$.**
2. **Cho $f_1 = 2$cm, $f_2 = 4$cm, $l = 9$cm.**

Khi vật AB ở vị trí thích hợp (cách thấu kính O_1 khoảng x_1) ta còn có thể tìm được vị trí khác (cách thấu kính O_1 khoảng x_2) để chúng cùng cho ảnh có độ lớn bằng nhau. Tìm hệ thức liên hệ giữa x_1 và x_2, điều kiện của x_1, x_2.

GIẢI

Sơ đồ tạo ảnh qua hệ : $\underbrace{AB}_{d_1} \xrightarrow{O_1} \underbrace{A_1}_{d'_1}\underbrace{B_1}_{d_2} \xrightarrow{O_2} \underbrace{A'B'}_{d'_2}$

- $d_1 = \overline{O_1A}$
- $d'_1 = \overline{O_1A_1} = \dfrac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} \quad \Rightarrow \quad \dfrac{d'_1}{d_1} = \dfrac{f_1}{d_1 - f_1}$



- $d'_1 = \overline{O_2A_1} = l - d'_1$
- $d'_2 = \overline{O_2A'} = \dfrac{d_2f_2}{d_2 - f_2} \Rightarrow \dfrac{d'_2}{d_2} = \dfrac{f_2}{d_2 - f_2}$

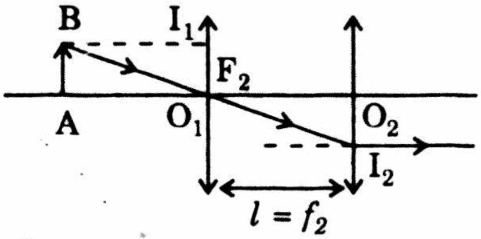
$$\frac{d'_2}{d_2} = \frac{f_2}{l - \dfrac{d_1f_1}{d_1 - f_1} - f_2} = \frac{f_2(d_1 - f_1)}{d_1(l - f_1 - f_2) - lf_1 + f_1f_2}$$

- Độ phóng đại : $K = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{d'_1}{d_1} \times \dfrac{d'_2}{d_2} = \dfrac{f_1f_2}{d_1(l - f_1 - f_2) - lf_1 + f_1f_2}$ (*)

1. $l = f_2$:

(*) $\Rightarrow K = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\dfrac{f_2}{d_1} < 0$: A'B' ngược chiều AB

– Kết quả này có thể thấy lại bằng phép vẽ :



- $K = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{O_2I_2}}{\overline{O_1I_1}} < 0$

  A'B' và AB trái chiều
- $|k| = 1 \Rightarrow O_2I_2 = O_1I_1$

  $\Rightarrow O_1A = O_1O_2$ tức : $d_1 = f_2$.

2. $f_1 = 2cm; f_2 = 4cm ; l = 9cm$:

(*) $\Rightarrow k = \dfrac{8}{3d_1 - 10}$

- Với : $d_1 = x_1 : |k_1| = \dfrac{8}{|3x_1 - 10|}$

  $d_2 = x_2 : |k_2| = \dfrac{8}{|3x_2 - 10|}$

- Theo đề : $|k_1| = |k_2| \Rightarrow |3x_1 - 10| = |3x_2 - 10|$

  Vì $x_1 \neq x_2 \Rightarrow 3x_1 - 10 = -(3x_2 - 10)$

  $\Rightarrow x_1 + x_2 = \dfrac{20}{3}$ (cm)

- Vì vật thực : $x_1 = \dfrac{20}{3} - x_2 \geq 0$

  $x_2 \leq \dfrac{20}{3}$ (cm)

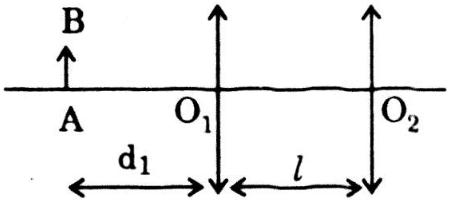
  Tương tự : $\Rightarrow$

  $x_1 \leq \dfrac{20}{3}$ (cm).

DỊCH CHUYỂN VẬT HOẶC THẤU KÍNH ĐỂ TĂNG ĐỘ LỚN ẢNH

$\boxed{10}$ Cho vật AB và hai thấu kính hội tụ O_1, O_2 ghép đồng trục như hình vẽ với : $f_1 = 1cm$, $f_2 = 4cm$, $d_1 = 0,5cm$, $l = 3,5cm$.

1. **Xác định vị trí, tính chất và độ phóng đại của ảnh cuối cùng.**
2. **Vật AB và thấu kính O_2 cố định. Để tăng dần độ lớn của ảnh cuối cùng thì phải dịch chuyển thấu kính O_1 theo chiều nào kể từ vị trí ban đầu.**



3. **O_1, O_2 cố định.**
   - **a) Tìm khoảng dịch chuyển của vật AB để bản chất ảnh (thật hoặc ảo) có lúc đầu vẫn không đổi.**
   - **b) Để độ lớn ảnh tăng dần thì vật AB phải dịch chuyển theo chiều nào kể từ vị trí ban đầu và xác định khoảng dịch chuyển đó.**

GIẢI

1. Xác định ảnh :

Sơ đồ tạo ảnh qua hệ : $\underbrace{AB}_{d_1} \xrightarrow{O_1} \underbrace{A_1}_{d_1'}\underbrace{B_1}_{d_2} \xrightarrow{O_2} \underbrace{A'B'}_{d_2'}$

- $d_1' = \dfrac{d_1f_1}{d_1 - f_1} = -1$ (cm)
- $d_2 = l - d_1' = 4,5$ (cm)
- $d_2' = \dfrac{d_2f_2}{d_2 - f_2} = 36 \text{ (cm)} > 0$

Vậy : A'B' là ảnh thật cách thấu kính O_2 36cm.

- Độ phóng đại : $K = \dfrac{d_1'}{d_1} \times \dfrac{d_2'}{d_2} = -16$

Vậy : Ảnh ngược chiều và lớn gấp 16 lần vật.

2. AB, O_2 cố định – Tìm chiều dịch chuyển O_1 để ảnh lớn dần :

- $d_1' = \dfrac{d_1}{d_1 - 1} \Rightarrow \dfrac{d_1'}{d_1} = \dfrac{1}{d_1 - 1}$
- $d_2 = l - d_1'$ với $l = AO_2 - AO_1 = 4 - d_1$

$$= (4 - d_1) - \frac{d_1}{d_1 - 1} = \frac{4(d_1 - 1) - d_1^2}{d_1 - 1}$$

- $d_1' = \dfrac{d_2f_2}{d_2 - f_2} = 4\dfrac{d_2}{d_2 - 4} = 4\dfrac{4(d_1 - 1) - d_1^2}{-d_1^2}$

- $|K| = \frac{A'B'}{AB}\left|\frac{d_1'}{d_1} \times \frac{d_2'}{d_2}\right| = \frac{4}{d_1^2}$

$A'B'$ tăng dần nếu d_1 giảm dần tức thấu kính O_1 dịch về gần AB. Ảnh $A'B'$ lớn nhất khi $d = 0$ tức O_1 sát AB (lúc đó $A'B' = \infty$).

3. $O_1 - O_2$ cố định :

a) Khoảng dịch chuyển của AB để A'B' vẫn là ảnh thật :

- $d_1' = \frac{d_1}{d_1 - 1}$
- $d_2 = l - d_1' = 3{,}5(cm) - \frac{d_1}{d_1 - 1} = \frac{2{,}5d_1 - 3{,}5}{d_1 - 1}$
- $d_2' = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = 4\,\frac{2{,}5d_1 - 3{,}5}{-1{,}5d_1 + 0{,}5}$
- Bảng xét dấu d_2':

d_1		1/3		$\boxed{0{,}5}$		1,4	
d_2'	-	‖		+		0	-

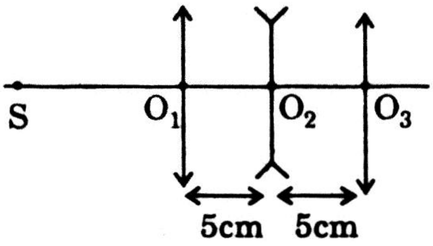
Để có ảnh thật : $d_2' > 0$ thì $\frac{1}{3} < d_1 < 1{,}4$ (cm) tức vật AB phải dịch trong khoảng từ $\frac{1}{3}$(cm) → 1,4 (cm) trước thấu kính O_1:

b) Chiều dịch chuyển AB để độ lớn ảnh tăng dần :

$$|K| = \frac{A'B'}{AB}\left|\frac{d_1'}{d_1} \times \frac{d_2'}{d_2}\right| = \frac{4}{|-1{,}5d_1 + 0{,}5|}$$

Ảnh $A'B'$ tăng dần tức $|K|$ tăng dần khi $|-1{,}5d_1 + 0{,}5|$ giảm dần. Muốn vậy d_1 giảm dần tức vật dịch về gần thấu kính O_1 đến $d_1 = \frac{1}{3}$cm thì $|-1{,}5d_1 + 0{,}5| = 0$, $|K| = \infty$: Ảnh $A'B'$ lớn nhất.

ẢNH QUA HỆ 3 THẤU KÍNH GHÉP ĐỒNG TRỤC



11 Một hệ thống gồm ba thấu kính O_1, O_2, O_3 đặt cùng trục chính theo thứ tự từ trái qua phải và cách đều nhau l = 5cm, tiêu cự $f_1 = f_3 = 10$cm, $f_2 = -10$cm. S là điểm sáng nằm trên trục chính bên trái thấu kính O_1.

1. Xác định vị trí, tính chất ảnh S' của S qua hệ biết O_1S = 5cm. Vẽ đường

đi tia sáng phát ra từ S.

2. Tìm vị trí của S để ảnh cuối cùng S' đối xứng qua hệ.

GIẢI

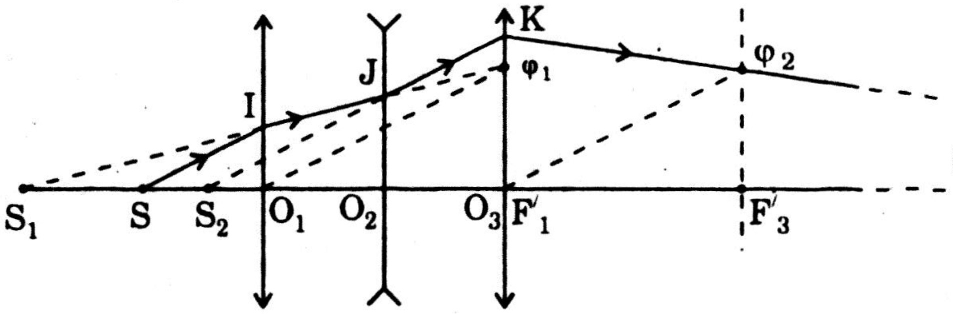
1. Xác định ảnh S' :

Sơ đồ tạo ảnh :

$$\underbrace{S}_{d_1} \xrightarrow{O_1} \underbrace{S_1}_{d'_1 \quad d_2} \xrightarrow{O_2} \underbrace{S_2}_{d'_2 \quad d_3} \xrightarrow{O_3} \underbrace{S'}_{d'_3}$$

- $d'_1 = \overline{O_1S_1} = \dfrac{d_1f_1}{d_1 - f_1} = -10 \text{ (cm)}$
- $d_2 = l - d'_1 = 5 + 10 = 15 \text{ (cm)}$
- $d'_2 = \overline{O_2S_2} = \dfrac{d_2f_2}{d_2 - f_2} = -6 \text{ (cm)}$
- $d_3 = l - d'_2 = 11 \text{ (cm)}$
- $d'_3 = \overline{O_3S'} = \dfrac{d_3f_3}{d_3 - f_3} = 110 \text{ (cm)}$

Vậy S' là ảnh thật cách thấu kính O_3 110cm.



- Cách vẽ tia sáng :
  - Vẽ tia tới SI bất kỳ, tia ló IJ đi qua tiêu điểm phụ φ_1 (φ_1 nằm trên mặt tiêu ảnh của O_1 trùng với thấu kính O_3).
  - Tia ló JK qua O_2 có đường kéo dài qua tiêu điểm ảnh phụ φ_2 (giao điểm của mặt tiêu ảnh ở S và trục phụ qua O_2 với IJ).
  - Tia ló cuối cùng qua tiêu điểm phụ φ_3 của thấu kính O_3.

2. Vị trí của S để S' đối xứng qua hệ :

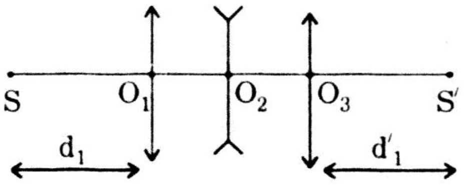
- Theo sơ đồ tạo ảnh trên, ta có : $\dfrac{1}{f_1} = \dfrac{1}{d'_1} + \dfrac{1}{d_1}$

$$\frac{1}{f_3} = \frac{1}{d'_3} + \frac{1}{d_3}$$

Vì S và S' đối xứng qua hệ nên : $d_1 = d'_3$

Do đó : $d'_1 = d_3$

$$\begin{cases} d_3 = l - d_2' \\ d_1' = l - d_2 \end{cases} \quad (*) \quad \Rightarrow \quad d_2 = d_2'$$



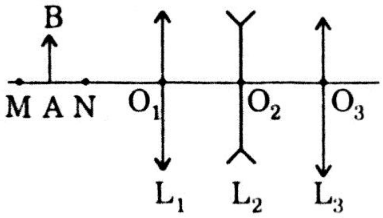
- Có : $\dfrac{1}{f_2} = \dfrac{1}{d_2} + \dfrac{1}{d_2'} = \dfrac{2}{d_2}$

$$\Rightarrow \quad d_2 = 2f_2 = -20 \text{ (cm)}$$

$$(*) \Rightarrow \quad d_1' = 5 + 20 = 25 \text{ (cm)} \quad \Rightarrow \quad d_1 = \frac{d_1' f_1}{d_1' - f_1} \approx 16{,}67 \text{ (cm)}.$$

HỆ 3 THẤU KÍNH GHÉP ĐỒNG TRỤC

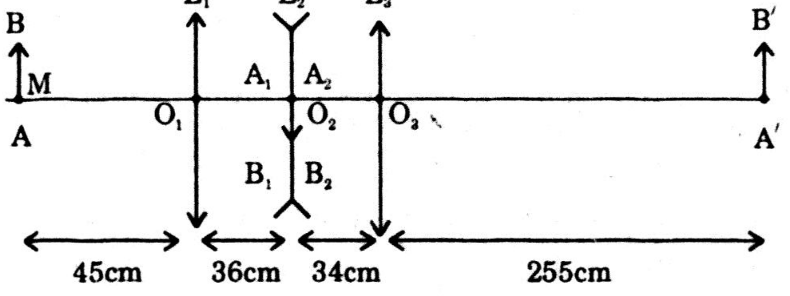
12 **Cho hệ ba thấu kính L_1, L_2, L_3 cùng trục chính được sắp xếp như hình vẽ. Vật sáng AB vuông góc với trục chính, ở trước L_1 và chỉ tịnh tiến dọc theo trục chính hai thấu kính L_1 và L_3 được giữ cố định tại hai vị trí O_1 và O_3 cách nhau 70cm.**



Thấu kính L_2 chỉ tịnh tiến trong khoảng O_1O_3. Các khoảng $O_1M = 45$cm, $O_1N = 24$cm.

1. **Đầu tiên vật AB nằm tại điểm M, thấu kính L_2 đặt vị trí cách L_1 khoảng $O_1O_2 = 36$cm, khi đó ảnh cuối của vật AB cho bởi hệ ở sau L_3 và cách L_3 một khoảng bằng 255cm. Trong trường hợp này nếu bỏ L_2 đi thì ảnh cuối không có gì thay đổi và vẫn ở vị trí cũ. Nếu không bỏ L_2 mà dịch nó từ vị trí đã cho sang phải 10cm thì ảnh cuối ra vô cực. Tìm các tiêu cự f_1, f_2, f_3 của các thấu kính.**
2. **Tìm các vị trí của L_2 trong khoảng O_1O_3 mà khi đặt L_2 cố định tại các vị trí đó thì ảnh cuối có độ lớn luôn luôn không thay đổi khi ta tịnh tiến vật AB ở trước L_1.**
3. **Bỏ L_3 đi. Để L_2 sau L_1, cách L_1 một khoảng bằng 9cm. Bây giờ giả sử tiêu cự của L_1 có thể được lựa chọn. Hỏi cần phải chọn tiêu cự của L_1 như thế nào để khi vật AB chỉ tịnh tiến trong khoảng MN thì ảnh cuối cho bởi hệ L_1 và L_2 luôn luôn là ảnh thật.**

GIẢI



1. ***Tiêu cự f_1, f_2, f_3 :***

Sơ đồ tạo ảnh :

$$\begin{array}{ccccccc} AB & \xrightarrow{O_1} & A_1B_1 & \xrightarrow{O_2} & A_2B_2 & \xrightarrow{O_3} & A'B' \\ \smile & & \smile\ \smile & & \smile\ \smile & & \smile \\ d_1 & & d'_1\quad d_2 & & d'_2\quad d_3 & & d'_3 \end{array}$$

– Nếu bỏ L_2 ảnh $A'B'$ không có gì thay đổi, vậy $A_2B_2 \equiv A_1B_1$ ở ngay thấu kính L_2 nên :

$$\begin{cases} d_1 = \overline{O_1O_2} = 36\ (cm) \\ d_3 = \overline{O_3O_2} = 34\ (cm) \end{cases}$$

– Tiêu cự : $$f_1 = \frac{d_1.d'_1}{d_1 + d'_1} = \frac{45 \times 36}{45 + 36} = 20\ (cm)$$

và : $$f_3 = \frac{d_3.d'_3}{d_3 + d'_3} = \frac{34 \times 255}{34 + 255} = 30\ (cm)$$

– Khi L_2 dịch về bên phải 10cm thì A_1B_1 là vật và cách L_2 :

$$d_2 = \overline{O_2A_1} = 10\ (cm)$$

Lúc đó ảnh $A'B' \to \infty$ nên vật A_2B_2 ở tiêu điểm F_3 của O_3 :

$$d_3 = \overline{O_3A_2} = f_3 = 30\ (cm)$$

$$\Rightarrow \quad d'_2 = O_2O_3 - d_3 = -6\ (cm) \quad (\text{Bây giờ } O_2O_3 = 24cm)$$

Tiêu cự : $$f_2 = \frac{d_2.d'_2}{d_2 + d'_2} = \frac{10 \times (-6)}{10 - 6} = 15\ (cm)$$

Vậy : $f_1 = 20\ (cm)$; $f_2 = -15\ (cm)$; $f_3 = 30\ (cm)$.

2. ***Vị trí mới của L_2 để ảnh $A'B'$ có độ lớn không đổi:***

- $$d'_1 = \frac{20d_1}{d_1 - 20}$$
- $$d_2 = l - d'_1 = l - \frac{20d_1}{d_1 - 20} = \frac{ld_1 - 20l - 20d_1}{d_1 - 20}$$

$$d'_2 = \frac{d_2.f_2}{d_2 - f_2} = -15\frac{\dfrac{ld_1 - 20l - 20d_1}{d_1 - 20}}{\dfrac{ld_1 - 20l - 20d_1}{d_1 - 20} + 15} = \frac{-15ld_1 + 300l + 300d}{ld_1 - 5d_1 - 20l - 300}$$

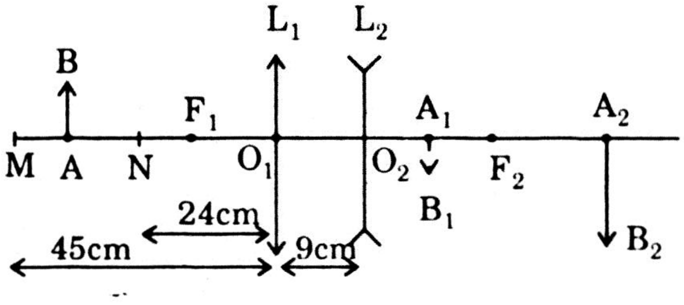
- $$d_3 = (70 - l) - d'_2 = \frac{20l^2 - d_1l^2 + 90d_1l - 1400l - 650d_1 - 21000}{ld_1 - 5d_1 - 20l - 300}$$
- $$d'_3 = \frac{d_3f_3}{d_3 - f_3} = \frac{20l^2 - d_1l^2 + 90d_1l - 1400l - 650d_1 - 21000}{20l^2 - d_1l^2 + 60d_1l - 800l - 500d_1 - 21000}$$

- $|K| = \frac{A'B'}{AB}\left|\frac{d'_1}{d_1} \times \frac{d'_2}{d_2} \times \frac{d'_3}{d_3}\right| = \left|\frac{900}{20l^2 - 800l - 21000 - d_1(l^2 - 60l + 500)}\right|$

Để $A'B'$ không thay đổi độ lớn khi AB thay đổi thì :

$$l^2 - 60l + 500 = 0 \quad \Rightarrow \quad l = \left[\begin{array}{l} 50\ (cm) \\ 10\ (cm) \end{array}\right.$$

3. *Tiêu cự f_1 cần lựa chọn để ảnh cuối qua $L_1 - L_2$ luôn là ảnh thật :*



- Để A_2B_2 của hệ là thực thì A_1B_1 phải là ảnh ảo nằm trong khoảng từ $O_2 \to F_2$ của L_2. Như vậy A_1B_1 là ảnh thật của AB qua L_1 nên khi AB dịch từ M → N thì A_1B_1 phải dịch ra xa thấu kính L_1 từ $O_2 \to F_2$.

- Có : $d'_1 = \overline{O_1A_1} = \frac{d_1f_1}{d_1 - f_1}$

- Khi AB ở xa L_1 nhất ($d_1 = 45cm$) thì ảnh A_1B_1 không gần L_1 hơn 9cm tức :

$$d'_1 = \frac{45.f_1}{45 - f_1} \geq 9 \Rightarrow f_1 \geq 7,5\ (cm) \qquad (1)$$

- Khi AB gần L_1 nhất ($d_1 = 24cm$) thì ảnh A_1B_1 không thể xa hơn $O_1F_2 = 24cm$:

$$d'_1 = \frac{24.f_1}{24 - f_1} \leq 24 \Rightarrow f_1 \leq 12\ (cm) \qquad (2)$$

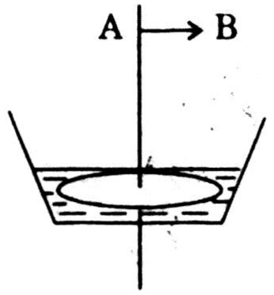
Vậy : $7,5\ (cm) \leq f_1 \leq 12\ (cm)$.

THẤU KÍNH GHÉP SÁT VÀ ĐỒNG TRỤC

13 **1. Một hệ thống gồm nhiều thấu kính mỏng ghép sát và đồng trục có tiêu cự lần lượt là $f_1, f_2, ..., f_n$.**

Chứng minh rằng ta có thể thay thế hệ thống trên bằng một thấu kính mỏng khác có tiêu cự f mà : $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + ... + \frac{1}{f_n}$

hay : $D = D_1 + D_2 + ... + D_n$



2. Một thấu kính mỏng bằng thủy tinh chiết suất n = 1,5 có 2 mặt lồi, bán kính R = 20cm được đặt ở đáy chậu rất mỏng, trong suốt. Đổ vào đáy chậu một lớp nước vừa đủ ngập thấu kính.

a) Một vật sáng AB = 1cm đặt vuông góc với trục chính của thấu kính và cách thấu kính 90cm. Xác định vị trí, tính chất và độ lớn ảnh.

b) Đổ thêm nước đến độ cao h thì ảnh giữ nguyên tính chất nhưng dịch đi $\frac{40}{3}$ cm so với vị trí ảnh trước. Tính h. Biết chiết suất nước là 4/3.

GIẢI

1. Tiêu cự của thấu kính tương đương :

- Sơ đồ tạo ảnh :

$$\underbrace{S}_{d_1} \xrightarrow{L_1} \underbrace{S_1}_{d'_1 \; d_2} \xrightarrow{L_2} \underbrace{S_2}_{d'_2} \xrightarrow{L_n} \underbrace{\dots S_n}_{d'_n}$$

Trong đó : $\begin{cases} d_2 = l - d'_1 = -d'_1 \\ d_3 = l - d'_2 = -d'_2 \\ \text{- - - - - - - - - - - -} \\ d_n = l - d'_{n-1} = -d'_{n-1} \end{cases}$ (ghép sát nên $l = 0$)

- Áp dụng công thức : $\frac{1}{f} = \frac{1}{d} + \frac{1}{d'}$, ta được :

Đối với thấu kính L_1 : $\frac{1}{f_1} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d'_1}$

L_2 : $\frac{1}{f_2} = -\frac{1}{d'_1} + \frac{1}{d'_2}$

L_3 : $\frac{1}{f_3} = -\frac{1}{d'_2} + \frac{1}{d'_3}$

- - - - - - - - - - - - - -

L_n : $\frac{1}{f_n} = \frac{1}{d'_{n-1}} + \frac{1}{d'_n}$

Cộng các phương trình trên, ta được : $\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \ldots + \frac{1}{f_n} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d'_n}$

- Gọi f là tiêu cự một thấu kính L nào đó sao cho :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \ldots + \frac{1}{f_n} \quad (*) \qquad \text{thì : } \frac{1}{f} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d'_n}$$

Vậy thấu kính L có tác dụng giống như các thấu kính L_1, L_2, ..., L_n ghép sát và đồng trục mà tiêu cự của chúng liên hệ như biểu thức (*).

Về độ tụ : $D = D_1 + D_2 + \ldots + D_n$

2.a) *Xác định vị trí – tính chất và độ lớn ảnh :*

- Gọi f_1 là tiêu cự của thấu kính thủy tinh :

$$\frac{1}{f_1} = (n-1)\frac{2}{R} = \frac{1}{20}\,(\mathrm{cm}^{-1})$$

- Lớp nước đổ vào đáy cốc tạo thành hai thấu kính mỏng phẳng – lõm có bán kính R = 20cm chiết suất $n' = 4/3$.

  Tiêu cự f_2 của mỗi thấu kính nước :

$$\frac{1}{f_2} = (n'-1)\left(-\frac{1}{R}\right) = -\frac{1}{60}\,(\mathrm{cm}^{-1})$$

- Thấu kính thủy tinh và 2 thấu kính nước ghép sát và đồng trục tương đương với thấu kính có tiêu cự f cho bởi :

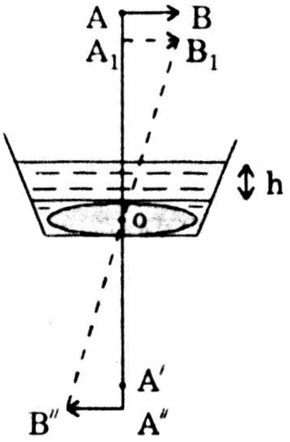
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + 2\times\frac{1}{f_2} = \frac{1}{60}\,(\mathrm{cm}^{-1}) \qquad \Rightarrow \qquad f = 60\ (\mathrm{cm})$$

- Sơ đồ tạo ảnh : $\underbrace{AB}_{d} \xrightarrow[(f)]{TK} \underbrace{A'B'}_{d'}$

+ Vị trí ảnh : $d' = \dfrac{d.f}{d-f} = 180\ (\mathrm{cm}) > 0$: Ảnh thật.

+ Độ lớn ảnh : $A'B' = \left|\dfrac{d'}{d}\right| \times AB = 2\ (\mathrm{cm})$.

b) Tính độ cao lớp nước h :



Lớp nước dày h có tác dụng như một bản mặt song song. Sơ đồ tạo ảnh qua hệ :

$$AB \xrightarrow{\text{lớp nước}} \underbrace{A_1B_1}_{d_1} \xrightarrow[(f)]{TK} \underbrace{A_1'B_1'}_{d_1'}$$

- A_1B_1 dịch về gần mặt nước hơn một khoảng :

$$AA_1 = h\left(1 - \frac{1}{4/3}\right) = \frac{h}{4} \qquad (1)$$

Vì A_1B_1 gần thấu kính hơn AB nên ảnh $A''B''$ dịch ra xa thấu kính hơn $A'B'$ tức : $d_1' = OA'' = d' + \dfrac{40}{3} = \dfrac{580}{3}$ (cm)

- A_1B_1 cách thấu kính khoảng : $d_1 = \overline{OA_1} = \dfrac{d_1'f_1}{d_1' - f_1} = 87$ (cm)

$$\Rightarrow \quad AA_1 = OA - OA_1 = 3\ (\mathrm{cm}) \qquad (2)$$

(1) và (2) cho : h = 12 (cm).

MẶT LÕM THẤU KÍNH CHỨA CHẤT LỎNG

14 **Một thấu kính mỏng giới hạn bởi hai mặt lõm có bán kính R_1 và R_2 chiết suất n = 1,5. Điểm sáng S đặt trên trục chính cách thấu kính 30cm cho ảnh S' cách thấu kính 7,5cm.**

Đặt thấu kính sao cho trục chính thẳng đứng và đổ nước vào mặt lõm thì ảnh S' bây giờ cách thấu kính 12cm. Chiết suất nước là $\frac{4}{3}$.

1. **Tính bán kính R_1 và R_2.**
2. **Tính chiết suất của chất lỏng thay thế nước để thấu kính có tác dụng như thấu kính hội tụ.**

GIẢI

1. Bán kính R_1 và R_2 :

+ Tiêu cự thấu kính 2 mặt lõm : L

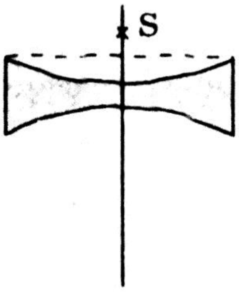
$$\frac{1}{f_1} = (1,5-1)\left(-\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = -0,5\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \qquad (1)$$

Vì thấu kính 2 mặt lõm (phân kỳ) nên ảnh ảo : d' = –7,5cm

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{d} + \frac{1}{d'} = \frac{1}{30} - \frac{1}{7,5} = -\frac{1}{10} \qquad (2)$$

(1) và (2) $\Rightarrow$ $$\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{5} \qquad (3)$$

+ Nước chứa trong mặt lõm tương đương với thấu kính phẳng – lồi tiêu cự :



$$\frac{1}{f_2} = \left(\frac{4}{3} - 1\right)\frac{1}{R_1} = \frac{1}{3R_1}$$

Thấu kính nước và thủy tinh ghép sát và đồng trục có tiêu cự f cho bởi :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = -0,5\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) + \frac{1}{3R_1} = -\frac{0,5}{3R_1} - \frac{0,5}{R_2} < 0 \qquad (4)$$

Hệ tương đương với thấu kính phân kỳ nên tiêu cự :

$$f = \frac{dd'}{d+d'} \quad \text{với} \begin{cases} d = 30 \text{ (cm)} \\ d' = -12 \text{ (cm)} \end{cases}$$

nên : f = –20 (cm) (5)

Vậy : (4) và (5) $\Rightarrow$ $$-0,5\left(\frac{1}{3R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = -\frac{1}{20}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{3R_1}+\frac{1}{R_2}=\frac{1}{10} \qquad (6)$$

$$(5)-(6) \quad \Rightarrow \quad R_1=\frac{20}{3}\ (\text{cm}) \quad \text{và} \quad R_2=20\ (\text{cm})$$

2. Chiết suất n' của chất lỏng :

+ Chất lỏng tạo nên thấu kính phẳng lồi tiêu cự f_3 :

$$\frac{1}{f_3}=(n'-1)\frac{1}{R_1}=\frac{3}{20}(n'-1)$$

+ Thấu kính 2 mặt lõm ghép sát và đồng trục với thấu kính chất lỏng tương đương với một thấu kính có tiêu cự f' :

$$\frac{1}{f'}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_3}=-\frac{1}{10}+\frac{3}{20}(n'-1)=\frac{-5+3n'}{20}$$

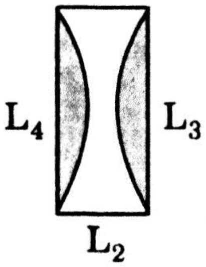
+ Để $f'>0$ thì : $-5+3n'>0 \Rightarrow n'>\frac{5}{3}\approx 1,67.$

THẤU KÍNH MỎNG GHÉP SÁT VÀ ĐỒNG TRỤC TẠO NÊN BẢN MẶT SONG SONG

15 **Ba thấu kính mỏng L_1, L_2, L_3 được chế tạo từ một bản có hai mặt song song như hình vẽ.**

L_1 và L_2 ghép sát và đồng trục thì điểm sáng S trên trục chính và cách hệ thấu kính 10cm cho ảnh ảo cách thấu kính 7,5cm.

L_2 và L_3 ghép sát và đồng trục thì điểm sáng S nói trên cũng cho ảnh ảo cách hệ thấu kính $\frac{20}{3}$ cm.



1. **Tính tiêu cự mỗi thấu kính.**
2. **Biết chiết suất làm bản mặt song song là n = 1,5. Tính bán kính các mặt cong.**

GIẢI

1. Tính tiêu cự mỗi thấu kính :

- Tiêu cự hệ (L_1+L_2) là f_{12} mà : $f_{12}=\dfrac{dd_1'}{d+d_1'}$ với $\begin{cases} d=10\ (\text{cm}) \\ d_1'=-7,5\ (\text{cm}) \end{cases}$

  nên : $f_{12}=-30$ (cm)

- Tiêu cự hệ (L_2+L_3) là f_{23} mà : $f_{23}=\dfrac{dd_2'}{d+d_2'}$ với $\begin{cases} d=10\ (\text{cm}) \\ d_2'=-\dfrac{20}{3}\ (\text{cm}) \end{cases}$

  nên : $f_{23}=-20$ (cm)

- Ba thấu kính ($L_1 + L_2 + L_3$) ghép lại tạo nên bản mặt song song nên có tiêu cự bằng ∞ ($f_{123} = \infty \rightarrow \frac{1}{f_{123}} = 0$).
- Áp dụng công thức thấu kính mỏng ghép sát và đồng trục :

$$\begin{cases} \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = -\frac{1}{30} & (1) \\ \frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_3} = -\frac{1}{20} & (2) \\ \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \frac{1}{f_3} = 0 & (3) \end{cases}$$

Lấy (3) trừ (2) ; lấy (3) trừ (1), ta tính được :

$f_1 = 20$ (cm) ; $f_2 = -12$ (cm) ; $f_3 = 30$ (cm).

2. ***Bán kính các mặt cong :***

- $\frac{1}{f_1} = (n-1)\frac{1}{R_1} \Rightarrow R_1 = (n-1)f_1 = 10$ (cm)
- $\frac{1}{f_2} = (n-1)\frac{1}{R_2} \Rightarrow R_2 = (n-1)f_2 = 15$ (cm).

HAI THẤU KÍNH CÓ ĐƯỜNG KÍNH ĐƯỜNG RÌA KHÁC NHAU GHÉP SÁT VÀ ĐỒNG TRỤC

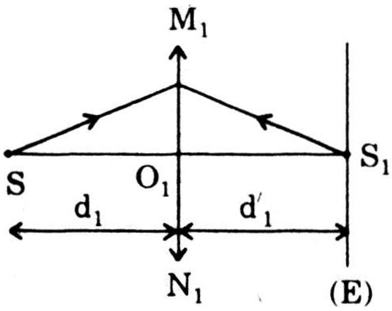
16 **Điểm sáng S và màn (E) đặt cố định cách nhau L = 80cm. Giữa S và (E) ta dịch chuyển thấu kính O_1 có đường kính đường rìa M_1N_1 sao cho trục chính luôn luôn qua S thì ta chỉ tìm được một vị trí thấu kính này cho ảnh rõ nét trên màn.**

1. **Tính tiêu cự thấu kính O_1 và vị trí đặt thấu kính O_1.**
2. **Giữa vị trí thấu kính O_1 vừa tìm được và màn (E) ta đặt thêm thấu kính hội tụ O_2 có đường kính đường rìa $M_2N_2 = \frac{M_1N_1}{2}$ và cách màn (E) 20cm thì trên màn ta thấy có một vết sáng hình tròn đường kính $M_oN_o = \frac{4}{3}M_2N_2$. Tính tiêu cự f_2 của O_2.**
3. **Vẫn giữ S, thấu kính O_1 và màn (E) cố định. Dịch thấu kính O_2 đến sát thấu kính O_1.**

- **Màn có nhận được ảnh của S nữa không ?**
- **Nếu dịch màn đi có tìm được ảnh nào khác của S không ? Nếu có, hãy xác định vị trí mới của màn.**

GIẢI

1. *Tiêu cự f_1 và vị trí thấu kính O_1 :*



- Có : $d_1 + d_1' = 80$

$$d_1 + \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = 80$$

$$\Rightarrow \quad d_1^2 - 80d_1 + 80f_1 = 0$$

Vì chỉ có một vị trí màn tức chỉ có một giá trị d_1 nên :

$$\Delta' = 40^2 - 80f_1 = 0$$

$$\Rightarrow \quad f_1 = 20 \text{ (cm)}$$

- Vị trí thấu kính : $\boxed{d_1 = -\frac{b'}{a} = 40\text{(cm)}}$

Vậy : thấu kính nằm chính giữa S và màn.

2. *Tiêu cự f_2 :*

- Thấu kính O_2 có $M_2N_2 = \frac{M_1N_1}{2}$ và cách đều thấu kính O_1 – màn (E) nên chắn vừa hết chùm ló khỏi O_1.

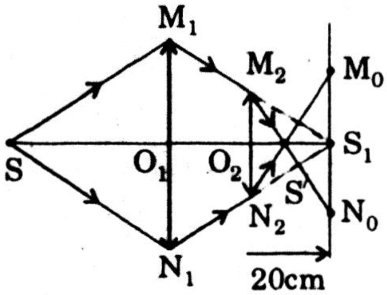
$\Delta S'M_2N_2 \backsim \Delta S'M_oN_o$ nên :

$$\frac{O_2S'}{S'S_1} = \frac{M_2N_2}{M_oN_o} = \frac{3}{4} \cdot \quad \text{hay} \quad \frac{O_2S'}{20 - O_2S'} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \quad O_2S' = \frac{60}{7} \text{(cm)}$$

- Sơ đồ ảnh qua hệ : $S \xrightarrow{O_1} \underbrace{S_1}_{d_2} \xrightarrow{O_2} \underbrace{S'}_{d'_2}$

Với : $\begin{cases} \bullet\ d_2 = O_2S_1 = -20 \text{ (cm)} \\ \bullet\ d_2' = O_2S' = \dfrac{60}{7} \text{ (cm)} \end{cases}$



Tiêu cự f_2 : $f_2 = \frac{d_2 d_2'}{d_2 + d_2'} = 15$ (cm).

3. *O_1 và O_2 ghép sát và đồng trục :*

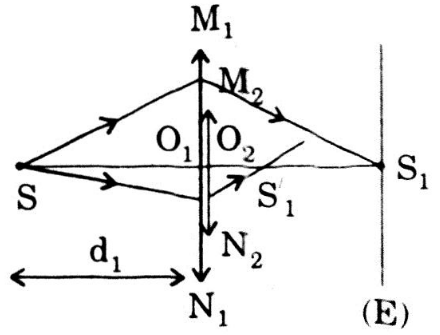
- Vì $M_1N_1 > M_2N_2$ nên những tia sáng chiếu về phía 2 mép thấu kính O_1 sẽ không qua thấu kính O_2 và tạo ảnh S_1 trên màn. Vậy màn nhận được ảnh S_1 này.
- Những tia sáng đi gần trục chính sẽ qua cả 2 thấu kính ghép sát và đồng trục $(O_1 + O_2)$ nên sẽ tạo 1 ảnh khác S_1'.

Tiêu cự ($O_1 + O_2$) : $\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$

$$\Rightarrow \quad f = \frac{60}{7} \text{ (cm)}$$

Vị trí ảnh S_1' :

$$d' = \overline{O_2S_1'} = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = 15 \text{ (cm)}$$



Vậy màn đặt cách hệ thấu kính 15cm sẽ nhận được ảnh khác.

HAI THẤU KÍNH GHÉP KHÔNG ĐỒNG TRỤC

17 **Hai thấu kính hội tụ O_1, O_2 cùng tiêu cự f. Điểm sáng S đặt tại tiêu điểm F_1 của thấu kính O_1 khác phía với thấu kính O_2.**

a) Hai trục chính song song (H.a). Vẽ ảnh của S qua hệ.

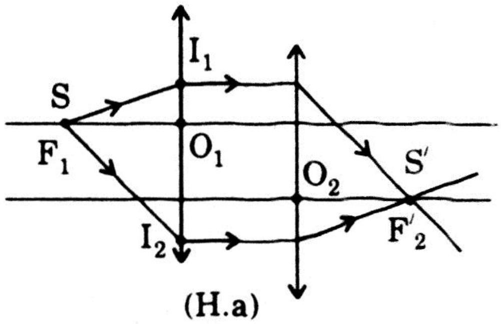
b) Hai trục chính hợp nhau góc α (H.b).

- **Vẽ ảnh của S qua hệ và tính SS′ ; biết $O_1O_2 = l$.**
- **Cho α thay đổi một chút, SS′ thay đổi nhanh, chậm thế nào theo độ lớn của góc α.**

GIẢI

a) Hai trục chính song song :

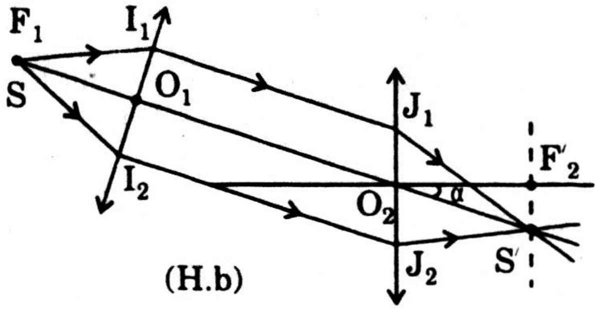
- Từ S vẽ tia tới SI_1 và SI_2 bất kỳ, các tia ló ra khỏi O_1 song song với trục chính O_1 tức cũng song song với trục chính O_2 nên khi ló ra khỏi O_2 sẽ qua tiêu điểm chính F_2' của O_2. Đó là ảnh S′.
- Hình vẽ :



(H.a)

b) Hai trục chính hợp nhau góc α :

- Từ S vẽ tia tới bất kỳ SI_1 và SI_2, tia ló ra khỏi O_1 song song với O_1O_2 (là trục chính của O_1 và là trục phụ của O_2), tia ló cuối cùng qua tiêu điểm phụ của O_2 nằm trên trục phụ O_1O_2.



(H.b)

– Có : $SS' = SO_1 + O_1O_2 + O_2S'$

$$= f + l + \frac{f}{\cos x} = l + f\left(1 + \frac{1}{\cos x}\right)$$

– Để thấy sự biến thiên nhanh hay chậm của SS' theo α ta lấy đạo hàm của SS' theo α :

$$(SS')' = f\frac{\sin\alpha}{\cos^2\alpha} = f\frac{tg\alpha}{\cos\alpha}$$

- Với α bé : $\begin{cases} tg\alpha : \text{bé} \\ \cos\alpha : \text{lớn} \end{cases} \Rightarrow$ (SS')' bé : SS' biến thiên chậm khi α thay đổi một chút.

Đặc biệt α = 0 thì (SS')' = 0 : SS' gần như không đổi khi α thay đổi một chút.

- Với α lớn : $\begin{cases} tg\alpha \text{ lớn} \\ \cos\alpha \text{ bé} \end{cases} \Rightarrow$ (SS')' lớn : SS' biến thiên nhanh.

Đặc biệt $\alpha \to \frac{\pi}{2}$ thì $(SS') \to \infty$: SS' thay đổi rất lớn (∞) khi α thay đổi một chút.

Tóm lại : SS' thay đổi nhiều hay ít tùy theo α lớn hay bé.

HỆ 2 THẤU KÍNH GHÉP VỚI BẢN SONG SONG HAY LĂNG KÍNH

18 **1. Một thấu kính L_1 chiết suất 1,5 có hai mặt lồi bán kính chính khúc $R_1 = 30cm$ và $R_2 = 60cm$ được ghép với một thấu kính L_2. Hai thấu kính này ghép sát và đồng trục có độ tụ 7,5 điốp.**

Tính tiêu cự mỗi thấu kính.

2. Tách riêng hai thấu kính ra nhưng vẫn để chúng đồng trục rồi để trước L_1 một vật AB thẳng góc với trục chính chung và cách L_1 80cm.

Tính khoảng cách giữa hai thấu kính để ảnh cuối cùng là ảnh thật và bằng vật AB. (Ảnh này không nằm sát thấu kính L_2).

3. a) Giữ cố định hai thấu kính L_1 và L_2 như câu 2, ta đặt thêm một bản mặt song song E dày 12cm, chiết suất 1,5 vào giữa hai thấu kính và thẳng góc với trục chính. Vật AB vẫn cách L_1 80cm. Hỏi vị trí ảnh cuối cùng qua hệ (L_1 – E – L_2).

b) Vẫn giữ cố định hai thấu kính nhưng thay vật AB bằng điểm S ở trên trục chính và trước L_1 40cm. Hỏi vị trí ảnh cuối cùng của S khi có và không có bản (E).

c) Thay bản mặt song song E bằng lăng kính có góc ở đỉnh là 9°, mặt trước lăng kính thẳng góc với trục chính ta thấy ảnh của S (ở câu 3 b) đã dịch xa trục chính 1,6cm. Tính chiết suất của lăng kính.

GIẢI

1. *Tiêu cự 2 thấu kính :*

- Thấu kính L_1 → $\frac{1}{f_1} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right) = (1{,}5-1)\left(\frac{1}{30}+\frac{1}{40}\right) = \frac{1{,}5}{60}$

$$\Rightarrow \quad f_1 = 40 \text{ (cm)}$$

- Công thức ghép sát và đồng trục :

$$\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}=\frac{1}{f} \quad \text{với} \quad f=\frac{1}{D}=\frac{1}{7{,}5}\text{(m)}$$

$$\Rightarrow \quad f_2 = \frac{f.f_1}{f_1-f} = 20 \text{ (cm).}$$

2. *Khoảng cách l giữa 2 thấu kính :*

Sơ đồ tạo ảnh qua hệ : $$\underset{d_1}{AB}\xrightarrow{L_1}\underset{d'_1\quad d_2}{A_1B_1}\xrightarrow{L_2}\underset{d'_2}{A'B'}$$

+ $d'_1 = \frac{d_1f_1}{d_1-f_1} = 80$ (cm)

+ $d_2 = l - d'_1 = l - 80$ (cm)

+ $d'_2 = \frac{d_2f_2}{d_2-f_2} = 20.\frac{l-80}{l-100}$

+ Bảng xét dấu d'_2 :

l		80		100	
d'_2	+	0	–	‖	+

Để ảnh thật thì $d'_2 > 0$ với $l < 80$ (cm) hoặc $l > 100$ (cm)

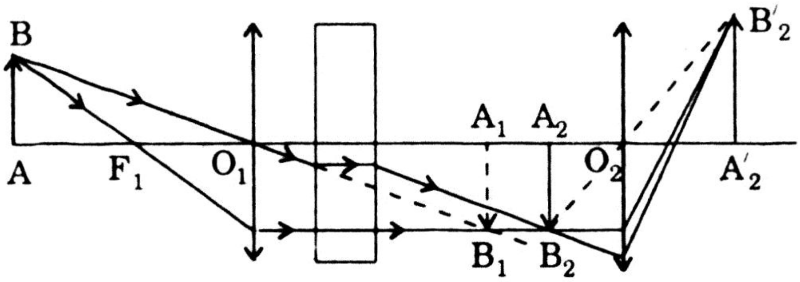
+ Độ phóng đại :

$$K = \frac{d'_1}{d_1}.\frac{d'_2}{d_2} = \frac{20}{l-100} = \pm 1$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{lll} \bullet \ \frac{20}{l-100} = 1 & \Rightarrow & l = 120 \text{ (cm)} \\ \bullet \ \frac{20}{l-100} = -1 & \Rightarrow & l = 80 \text{ (cm)} \quad \text{(loại)} \end{array}\right.$$

Chỉ nhận : $l = 120$ (cm).

3.a) Vị trí ảnh qua hệ (L_1 – E – L_2):



- Trường hợp bản song song nằm giữa thấu kính L_1 và A_1B_1 thì sơ đồ tạo ảnh :

$$AB \xrightarrow{L_1} A_1B_1 \xrightarrow{\text{Bản //}} A_2B_2 \xrightarrow{L_2} A'_2B'_2$$

$$d_1 \qquad d'_1 \quad \underbrace{\qquad}_{\Delta d} \quad d_2 \qquad d'_2$$

+ $d'_1 = 80$ (cm)

+ $\Delta d = l\left(1 - \dfrac{1}{n}\right) = 4$ (cm) : Ảnh A_2B_2 của bản song song dịch về gần thấu kính O_2 hơn A_1B_1.

+ $d_2 = O_1O_2 - (O_1A_2) = 120 - 84 = 36$ (cm)

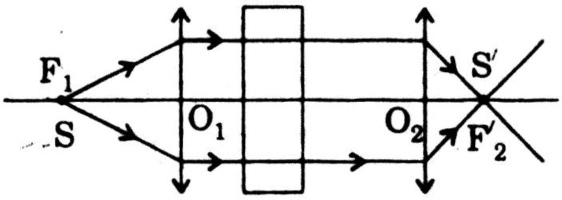
+ $d'_2 = \dfrac{d_2f_2}{d_2 - f_2} = 45$ (cm)

- Trường hợp bản song song nằm giữa A_1B_1 và thấu kính L_2 thì sơ đồ tạo ảnh :

$$AB \xrightarrow{L_1} A_1B_1 \xrightarrow{\text{Bản //}} A_2B_2 \xrightarrow{L_2} A'_2B'_2$$

So sánh với sơ đồ trên thì vị trí A_2B_2 đối với L_2 vẫn không đổi nên vị trí ảnh $A'_2B'_2$ vẫn không đổi.

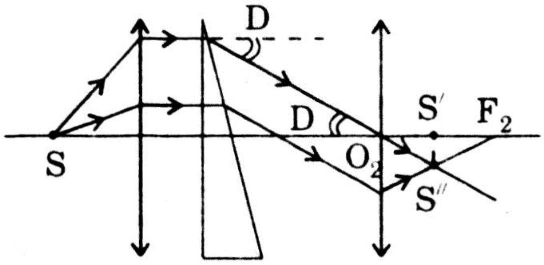
b) Vị trí ảnh của S :



+ Vì S ≡ F_1 của thấu kính O_1 nên chùm ló ra khỏi O_1 song song với trục chính chung của 2 thấu kính, do đó chùm ló ra thấu kính O_2 hội tụ ở F'_2. Đó là vị trí ảnh S' của S.

+ Bản song song vuông góc với tia tới bản nên bản không làm thay đổi đường đi tia sáng, do đó dù có hay không có bản, ảnh S' vẫn ở F'_2 của O_2.

c) Chiết suất lăng kính :



Các tia sáng sau khi qua lăng kính bị lệch về phía đáy 1 góc D.

Chùm ló ra khỏi O$_2$ hội tụ ở tiêu điểm phụ. Vậy ảnh đã dịch :

$$S'S'' = 1,6\text{cm}$$

$\Delta O_2S'S''$ vuông $\Rightarrow$ $\quad tgD = \dfrac{S'S''}{O_2S'} = \dfrac{1,6}{20} = 0,08$

hay $\quad D \approx 0,08$ (rad)

Vì góc tới và góc đỉnh đều nhỏ nên :

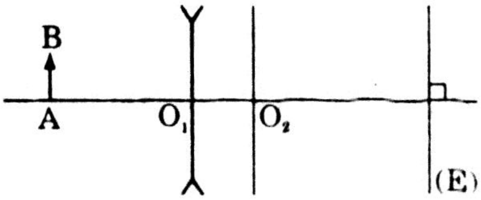
$$D = (n-1)A \qquad \text{Với} \quad A = \frac{9\pi}{180} = 0,15 \text{ (rad)}$$

$$\Rightarrow \quad n = \frac{D}{A} + 1 = \frac{0,08}{0,157} + 1$$

$n \approx 1,51.$

BÀI TẬP CÓ HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

19 **Cho quang hệ như hình vẽ trong đó O$_1$ là thấu kính có tiêu cự $f_1 = -20$cm, O$_2$ là thấu kính có tiêu cự f_2. Vật sáng AB đặt vuông góc với trục chính cách thấu kính O$_1$ khoảng $d_1 = 20$cm thì ta thu được ảnh trên màn (E) đặt vuông góc với trục chính của hệ.**



Màn (E) cách AB 70cm và ảnh cao gấp hai lần vật AB. Tính tiêu cự f_2 của thấu kính O$_2$.

HƯỚNG DẪN

Sơ đồ tạo ảnh : $AB \xrightarrow[d_1 \quad d_1']{O_1} A_1B_1 \xrightarrow[d_2 \quad d_2']{O_2} A'B'$

- Tính được : $d_1' = -10$cm
- Suy ra : $\quad d_2 + d_2' = 60$cm $\qquad$ (1)

- Có $K = K_1.K_2 = -2$
- Suy ra : $d_2' = 4d_2$ (2)

(1) và (2) cho : $d_2 = 12$ (cm) và $d_2' = 48$ (cm) và $f_2 = 9,6$ (cm).

20 **Cho hai thấu kính đồng trục O_1, O_2 đặt cách nhau $l = 10$cm có tiêu cự lần lượt $f_1 = 10$cm và $f_2 = 40$cm. Trước thấu kính O_1 (về phía không có O_2) đặt vật phẳng AB vuông góc với trục chính và cách thấu kính O_1 khoảng d_1. d_1 bằng bao nhiêu để ảnh qua hệ là ảnh ảo cao gấp 20 lần vật AB.**

HƯỚNG DẪN

$$AB \underset{d_1 \quad d_1'}{\xrightarrow{O_1}} A_1B_1 \underset{d_2 \quad d_2'}{\xrightarrow{O_2}} A'B'$$

$$\text{Có} \begin{cases} d_2' = \dfrac{10}{d_1 - 7,5} < 0 \\ |K| = \left|\dfrac{d_1'}{d_1}.\dfrac{d_2'}{d_2}\right| = \left|\dfrac{10}{d_1 - 7,5}\right| = 20 \end{cases} \Rightarrow \quad d_1 = 7 \text{ (cm)}.$$

21 **Cho hệ hai thấu kính O_1 và O_2 đồng trục có tiêu cự lần lượt là $f_1 = -5$cm và $f_2 = 20$cm. Đặt vật sáng AB vuông góc với trục chính trước thấu kính O_1 (về phía không có thấu kính O_2).**

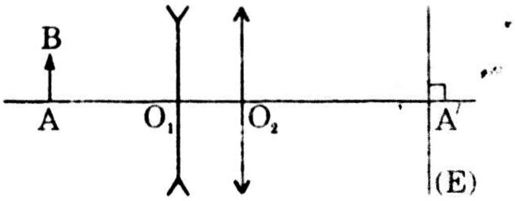
Tìm khoảng cách l giữa hai thấu kính để ảnh của vật sáng AB qua hệ có độ cao không đổi khi vật dịch trước thấu kính O_1.

HƯỚNG DẪN

Tính được : $K = \dfrac{d_1'}{d_1}.\dfrac{d_2'}{d_2} = \dfrac{-100}{(l - 15)d_1 + 5l - 100}$

K không đổi với mọi d_1 ⇔ $l = 15$ (cm).

22 **Cho hệ hai thấu kính đồng trục như hình vẽ với tiêu cự hai thấu kính lần lượt là $f_1 = -32$cm, $f_2 = 32$cm, chúng cách nhau khoảng l. Thấu kính O_1 cách vật sáng AB $d_1 = \dfrac{160}{3}$ cm, và cách màn (E) 180cm.**



Trên màn (E) ta thu được ảnh A'B' của AB qua hệ. Tính khoảng cách l giữa hai thấu kính.

HƯỚNG DẪN

- Tính được : $d_1' = -20$ (cm); $d_2' = 200 - d_2$.

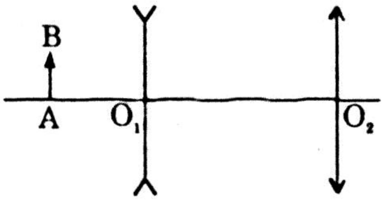
- Áp dụng : $d'_2 = \dfrac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} \Rightarrow d_2 = \left[\begin{array}{l}160\ (cm)\\40\ (cm)\end{array}\right.$

$$\Rightarrow l = \left[\begin{array}{l}140\ (cm)\\20\ (cm)\end{array}\right.$$

23 **Cho hệ hai thấu kính O_1, O_2 đặt đồng trục cách nhau $l = 10cm$ như hình vẽ có tiêu cự lần lượt $f_1 = -15cm$, $f_2 = 25cm$.**

Đặt vật AB trước thấu kính O_1 và đặt mắt sát sau thấu kính O_2 ta thấy có ảnh cách thấu kính O_2 25cm.

Hỏi vật AB đặt cách thấu kính O_1 khoảng bao nhiêu ?

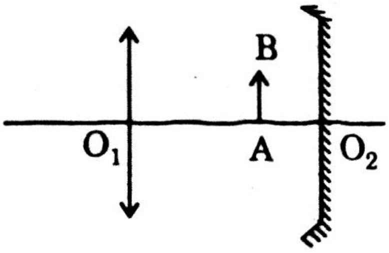


ĐÁP SỐ : $d_1 = 3$ (cm).

Chủ đề 12 HỆ THẤU KÍNH VÀ GƯƠNG

TÓM TẮT LÍ THUYẾT

1. Vật đặt giữa thấu kính và gương



- Chùm sáng chiếu về phía thấu kính tạo ảnh A'B' :

$$\underbrace{AB}_{d} \xrightarrow{TK} \underbrace{A'B'}_{d'}$$

- Chùm sáng chiếu về phía gương tạo ảnh theo sơ đồ :

$$\underbrace{AB}_{d_1} \xrightarrow[O_1]{G} \underbrace{A_1B_1}_{d'_1\ \ d_2} \xrightarrow[O_2]{TK} \underbrace{A'_1B'_1}_{d'_2}$$

+ $d_1 = \overline{O_2A}$

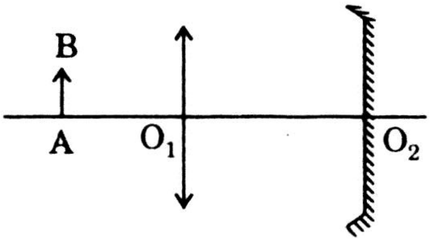
+ $d'_1 = \overline{O_2A_1} = \dfrac{d_1 f_G}{d_1 - f_G}$ (hoặc $d'_1 = -d_1$: Gương phẳng)

+ $d_2 = \overline{O_2A_1} = O_1O_2 - d'_1$

+ $d'_2 = \overline{O_1A'_1} = \dfrac{d_2 f_K}{d_2 - f_K}$

+ Độ phóng đại : $K = \dfrac{\overline{A'_1B'_1}}{\overline{AB}} = \dfrac{d'_1}{d_1} \times \dfrac{d'_2}{d_2}$

2. *Vật đặt trước thấu kính và gương*



Sơ đồ tạo ảnh :

$$\underset{d_1}{\underbrace{AB}}\ \xrightarrow{\text{TK}}\ \underset{d'_1\quad d_2}{\underbrace{A_1B_1}}\ \xrightarrow{\text{G}}\ \underset{d'_2\quad d_3}{\underbrace{A_2B_2}}\ \xrightarrow{\text{TK}}\ \underset{d'_3}{\underbrace{A'B'}}$$

+ Vị trí các ảnh liên tiếp cũng tính như trên.

+ Độ phóng đại : $K = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\dfrac{d'_1}{d_1}\times\dfrac{d'_2}{d_2}\times\dfrac{d'_3}{d_3}$.

BÀI TẬP MẪU

VẬT ĐẶT TRƯỚC HỆ THẤU KÍNH VÀ GƯƠNG CẦU

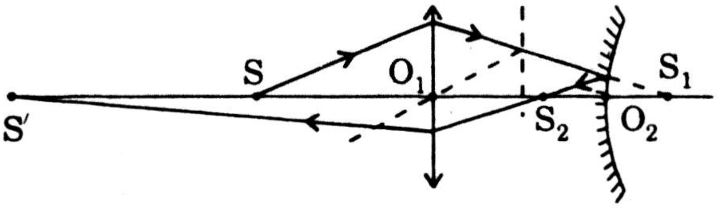
1 **Một thấu kính hội tụ tiêu cự 10cm và gương cầu lồi tiêu cự 12cm, đặt cùng trục chính và cách nhau *l*. Điểm sáng S đặt trên trục chính cách thấu kính 15cm về phía không có gương cho ảnh cuối cùng qua hệ là S′.**

a) Xác định vị trí và tính chất S′ biết *l* = 24cm.

b) Giữ S và thấu kính cố định, dịch chuyển gương để ảnh S′ trùng với S. Tính *l*. Vẽ đường đi của tia sáng từ S.

GIẢI

1. *Vị trí và tính chất ảnh S′ :*



Sơ đồ tạo ảnh :

$$\underset{d_1}{\underbrace{AB}}\ \xrightarrow{\text{TK}}\ \underset{d'_1\quad d_2}{\underbrace{S_1}}\ \xrightarrow{\text{G}}\ \underset{d'_2\quad d_3}{\underbrace{S_2}}\ \xrightarrow{\text{TK}}\ \underset{d'_3}{\underbrace{S'}}$$

- Ảnh S_1 cách thấu kính :

$$d'_1 = \overline{O_1S_1} = \frac{d_1f_1}{d_1 - f_1} = 30\ (cm)$$

- S_1 là vật của gương và cách gương :

$$d_2 = \overline{O_2S_1} = l - d'_1 = -6\ (cm) \qquad (S_1 \text{ là vật ảo của gương})$$

- S_2 là ảnh của gương và cách gương :

$$d'_2 = \overline{O_2S_2} = \frac{d_2f_2}{d_2 - f_2} = 12\ (cm)$$

- S_2 còn là vật của thấu kính và cách thấu kính :

$$d_3 = \overline{O_1S_2} = l - d'_2 = 12\ (cm)$$

- Ảnh S' cách thấu kính :

$$d'_3 = \frac{d_3f_1}{d_3 - f_1} = 60\ (cm) > 0$$

Vậy : S' là ảnh thật nằm cùng phía với S và cách thấu kính 60cm.

2. *Khoảng cách l để $S' \equiv S$:*

Vẫn sử dụng sơ đồ tạo ảnh như trên, ta có :

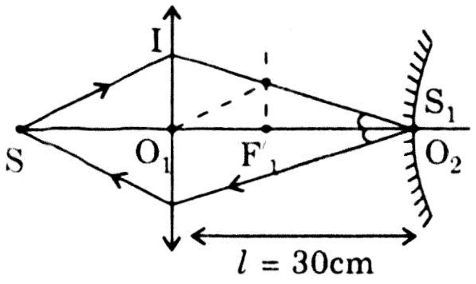
- $d'_1 = 30\ (cm)$
- $d_2 = l - d'_1 = l - 30\ (cm)$
- $d'_2 = \dfrac{d_2f_2}{d_2 - f_2} = -12\dfrac{l - 30}{l - 18}$
- $d_3 = l - d'_2 = \dfrac{l^2 - 6l - 360}{l - 18}$
- $d'_3 = \dfrac{d_3f_1}{d_3 - f_1} = 10\dfrac{l^2 - 6l - 360}{l^2 - 16l - 180}$

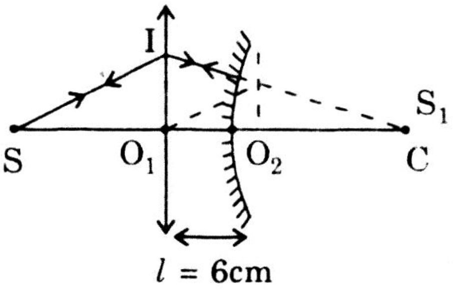
Vì $S' \equiv S$ nên : $d'_3 = d_1 \Rightarrow 10\dfrac{l^2 - 6l - 360}{l^2 - 16l - 180} = 15$

$$\Rightarrow l^2 - 36l + 180 = 0 \Rightarrow l = \left[\begin{array}{l} 30\ (cm) \\ 6\ (cm) \end{array}\right.$$

- *Đường đi tia sáng :*

Từ S ta vẽ tia tới bất kỳ SI, tia ló ra khỏi thấu kính qua tiêu điểm phụ của thấu kính, tia này sẽ qua đỉnh gương (l = 30cm) hoặc tâm gương (l = 6cm). Tia phản xạ trên gương sẽ gặp thấu kính và ló ra đi trở về S.





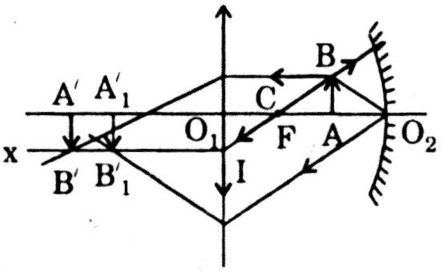
HỆ THẤU KÍNH VÀ GƯƠNG CẦU LÕM

2 **Một gương cầu lõm và thấu kính hội tụ cùng tiêu cự f = 20cm đặt cùng trục chính và cách nhau l = 60cm. Một vật phẳng nhỏ AB đặt giữa thấu kính và gương và vuông góc với trục chính.**

1. **Chứng tỏ hệ luôn luôn cho 2 ảnh có độ lớn bằng nhau.**
2. **Xác định vị trí vật để :** • **2 ảnh đều là thật.**
   • **1 ảnh là thật và 1 là ảo.**
3. **Xác định vị trí vật để hai ảnh đều thật và cách nhau 40cm.**
4. **Xác định vị trí vật để hệ cho ảnh thật cùng chiều vật và lớn bằng 2 lần vật.**

GIẢI

1. Hệ luôn luôn cho 2 ảnh :



Đặt : $O_2A = x$ với $0 < x < 60$ (cm)

+ Chùm sáng phát ra từ vật AB chiếu đến thấu kính tạo ảnh A'B' :

$$\underbrace{AB}_{d} \xrightarrow[(O_1)]{TK} \underbrace{A'B'}_{d'}$$

- $d = \overline{O_1A} = 60 - x$
- $d' = \dfrac{d.f_K}{d - f_K} = 20.\dfrac{60 - x}{40 - x}$
- Độ phóng đại : $K_1 = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\dfrac{d'}{d} = -\dfrac{20}{40 - x}$

$$\overline{A'B'} = \frac{20}{x - 40}.\overline{AB} \qquad (1)$$

+ Chùm sáng phát ra từ vật AB chiếu đến gương, tạo ảnh theo sơ đồ :

$$\underbrace{AB}_{d_1} \xrightarrow{G} \underbrace{A_1}_{d'_1}\underbrace{B_1}_{d_2} \xrightarrow{TK} \underbrace{A'_1B'_1}_{d'_2}$$

- $d_1 = \overline{O_2A} = x$
- $d'_1 = \overline{O_2A_1} = \dfrac{d_1f_G}{d_1 - f_G} = \dfrac{20x}{x-20}$
- $d_2 = \overline{O_1A_1} = l - d'_1 = 40.\dfrac{x-30}{x-20}$
- $d'_2 = \overline{O_1A'_1} = \dfrac{d_2f_K}{d_2 - f_K} = 40.\dfrac{x-30}{x-40}$
- Độ phóng đại : $K_2 = \dfrac{\overline{A'_1B'_1}}{\overline{AB}} = \dfrac{d'_1}{d_1} \times \dfrac{d'_2}{d_2} = \dfrac{20}{x-40}$

$$\Rightarrow \quad \overline{A'_1B'_1} = \frac{20}{x-40}.\overline{AB} \qquad (2)$$

(1) và (2) cho : $\overline{A'B'} = \overline{A'_1B'_1}$

Vậy : Qua hệ ta được 2 ảnh $A'B'$ và $A'_1B'_1$ luôn luôn có độ lớn bằng nhau.

- Kết quả này thấy được qua hình vẽ : Tia sáng từ B qua tiêu điểm F của thấu kính cũng là tia sáng tới qua tâm C của gương nên các ảnh B' và B'_1 đều nằm trên tia Ix song song với trục chính.

2. *Vị trí vật để 2 ảnh đều thật hoặc 1 thật – 1 ảo :*

Để xác định tính chất ảnh ta xét dấu d' và d'_2 (với $0 < x < 60$).

x	0		30		40		60
d'			+		‖	−	0
d'_2		+	0	−	‖	+	
	2 ảnh đều thật		$A'B$ thật $A'_1B'_1$ ảo			$A'B'$ ảo $A'_1B'_1$ thật	

Vậy :

- Để 2 ảnh đều thật : $0 < x < 30$ (cm)
- Để 1 ảnh thật – 1 ảnh ảo : $30 < x < 60$ (cm) (trừ $x = 40$cm).

3. *Vị trí vật để 2 ảnh đều thật và cách nhau 40cm :*

Để 2 ảnh đều thật chúng cùng nằm 1 bên thấu kính (về phía không có gương) : $|d' - d'_2| = 40$

$$\left|20.\frac{60-x}{40-x}-40\frac{x-30}{x-40}\right| = 40 \quad \Rightarrow \quad \left|\frac{x}{40-x}\right| = 2$$

Vì 2 ảnh đều thật ($x < 30$ cm) nên : $40 - x > 0$

Vậy : $\dfrac{x}{40-x} = 2 \quad \Rightarrow \quad x = \dfrac{80}{3}$ (cm).

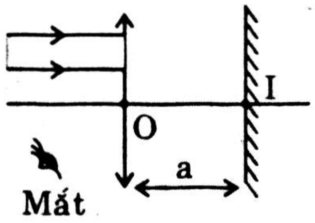
4. ***Vị trí vật để hệ cho ảnh thật cùng chiều vật và lớn bằng 2 lần vật :***

- $A'B'$ nếu là ảnh thật thì trái chiều với AB. Vậy ảnh thật và cùng chiều với AB chỉ có thể là ảnh $A'_1B'_1$.
- Có: $K_2 = \dfrac{\overline{A'_1B'_1}}{\overline{AB}} = \dfrac{20}{x-40} = 2 \quad \Rightarrow \quad x = 50$ (cm).

HỆ THẤU KÍNH VÀ GƯƠNG PHẲNG

3 **Một thấu kính hội tụ O có tiêu cự f đặt trước một gương phẳng sao cho trục chính thấu kính vuông góc với gương (hình vẽ).**

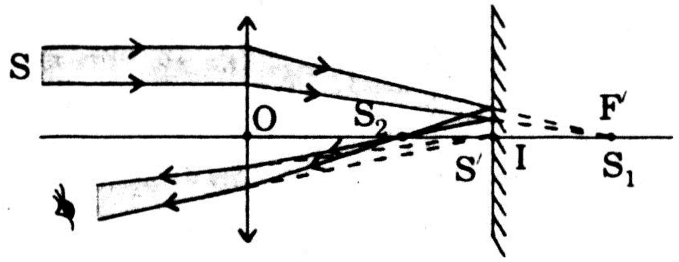
1. **Chùm sáng tới song song với trục chính chiếu trên thấu kính và mắt nhìn về phía thấu kính thấy có điểm sáng nằm trên gương. Tính khoảng cách a giữa thấu kính và gương.**



2. **Dịch gương để a = f và đặt vật AB vuông góc với trục chính trước thấu kính. Xác định vị trí vật để được ảnh qua hệ là ảnh thật. Vẽ ảnh này (vị trí vật tùy ý thỏa điều kiện vừa tìm).**
3. **Vẫn a = f. Chứng tỏ rằng vật AB và ảnh $A'B'$ (dù ảnh thật hay ảo) luôn luôn đối xứng qua điểm cố định. Xác định điểm cố định ấy.**

GIẢI

1. ***Khoảng cách a giữa TK và gương :***



+ Chùm sáng song song được coi như phát ra từ S ở ∞. Sơ đồ tạo ảnh qua hệ :

$$\underset{d_1}{S} \xrightarrow{\text{TK.O}} \underset{d'_1 \quad d_2}{S_1} \xrightarrow{\text{G}} \underset{d'_2 \quad d_3}{S_2} \xrightarrow{\text{TK.O}} \underset{d'_3}{S'}$$

Điểm sáng mà mắt thấy được trên gương chính là ảnh ảo S'. (Do chùm ló ra khỏi thấu kính đi vào mắt).

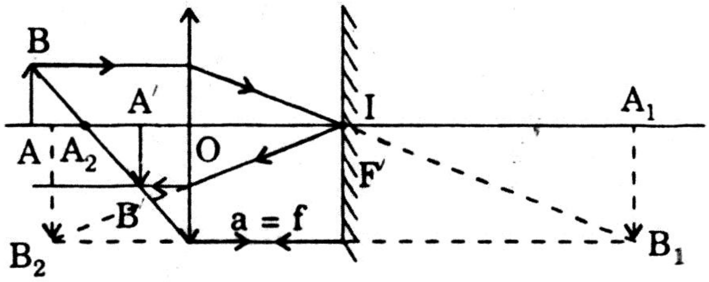
+ Vị trí các ảnh :

- Vì S ở ∞ nên $S_1 \equiv F'$ tức $d'_1 = \overline{OS_1} = f$
- $d_2 = \overline{IS_1} = a - d'_1 = a - f$
- $d'_2 = \overline{IS_2} = - d_2 = f - a$
- $d_3 = \overline{OS_2} = a - d'_2 = 2a - f$
- $d'_3 = \overline{IS_2} = \dfrac{d_3 f}{d_3 - f} = f\,\dfrac{2a - f}{2a - 2f}$

Theo đề : $d'_3 = - a$ (dấu – vì S' là ảnh ảo)

$$f\,\frac{2a - f}{2a - 2f} = - a \quad \Rightarrow \quad a = \frac{f}{\sqrt{2}}$$

2. *a = f : Xác định vị trí vật AB để A'B' là ảnh thật :*



Sơ đồ tạo ảnh :

$$\underbrace{AB}_{d_1} \xrightarrow{TK.O} \underbrace{A_1}_{d'_1}\underbrace{B_1}_{d_2} \xrightarrow{G.I} \underbrace{A_2}_{d'_2}\underbrace{B_2}_{d_3} \xrightarrow{TK.O} \underbrace{A'B'}_{d'_3}$$

- $d_1 = \overline{OA}$
- $d'_1 = \overline{OA_1} = \dfrac{d_1 f}{d_1 - f}$
- $d_2 = \overline{IA_1} = a - d'_1 = - \dfrac{f^2}{d_1 - f}$
- $d'_2 = \overline{OA_2} = a - d'_2 = f\,\dfrac{d_1 - 2f}{d_1 - f}$
- $d'_3 = \overline{OA'} = \dfrac{d_3 f}{d_3 - f} = 2f - d_1 > 0$ (ảnh thật)

$$\Rightarrow \quad d_1 < 2f$$

3. ***AB và $A'B'$ luôn luôn đối xứng qua 1 điểm :***

- $K = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\dfrac{d'_1}{d_1} \times \dfrac{d'_2}{d_2} \times \dfrac{d'_3}{d_3} = -1$ (1)

- Với chiều dương từ O → A thì :

$$\overline{OA} + \overline{OA'} = d'_1 + d'_3 = 2f = \overline{2OF}$$

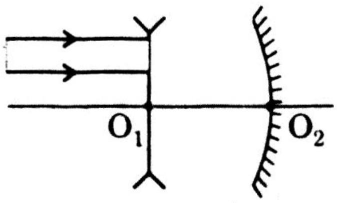
Hay : $\dfrac{\overline{OA} + \overline{OA'}}{2} = \overline{OF}$

Vậy F là trung điểm AA'. (2)

(1) và (2) cho ta kết luận : AB và A'B' luôn luôn đối xứng qua F.

THẤU KÍNH PHÂN KỲ VÀ GƯƠNG LÕM GHÉP ĐỒNG TRỤC

4 **Cho thấu kính phân kỳ có tiêu cự f (f là số đo) và gương cầu lõm tiêu cự f đặt cùng trục và cách nhau *l*.**



1. **Tính *l* để chùm sáng tới song song trục chính lại cho chùm ló song song trục chính.**
2. **Với giá trị *l* đã tính ở câu 1. Chứng tỏ ảnh của vật sáng AB (nằm phía thấu kính không có gương) qua hệ luôn luôn là ảnh ảo, cùng chiều và cùng độ lớn với vật AB.**

GIẢI

1. ***Khoảng cách l giữa thấu kính và gương :***

Chùm sáng tới song song với trục chính được coi như phát ra từ S ở ∞. Sơ đồ tạo ảnh qua hệ :

$$\underbrace{S}_{d_1} \xrightarrow{TK.O_1} \underbrace{S_1}_{d'_1 \quad d_2} \xrightarrow{G.O_2} \underbrace{S_2}_{d'_2 \quad d_3} \xrightarrow{TK.O_1} \underbrace{S'}_{d'_3}$$

- $d_1 = \overline{O_1S} = \infty$
- $d'_1 = \overline{O_1S_1} = -f$
- $d_2 = \overline{O_2S_1} = l - d'_1 = l + f$

Và chùm ló cũng song song với trục chính nên S' ở ∞ :

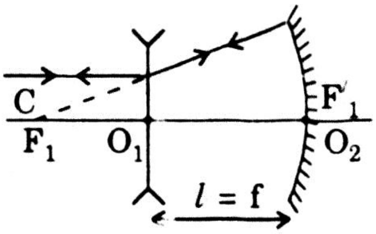
- $d'_3 = \infty$
- $d_3 = \overline{O_1S_2} = -f$
- $d'_2 = \overline{O_2S_2} = l - d_3 = l + f$

Đối với gương cầu thì S_1 và S_2 là vật và ảnh nên :

$$\frac{1}{f_G} = \frac{1}{d_2} + \frac{1}{d'_2}$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{l+f} + \frac{1}{l+f} = \frac{2}{l+f}$$

$$\Rightarrow \quad l = f$$



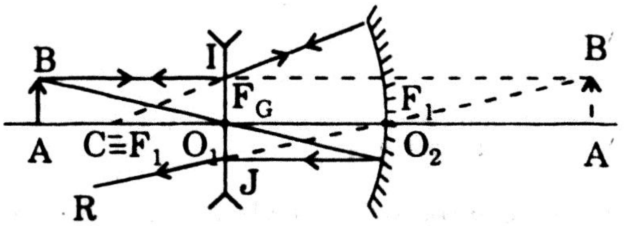
Vậy : Đỉnh O_2 của gương cầu trùng với tiêu điểm vật (ảo) F_1 của thấu kính và tâm C của gương cầu trùng với tiêu điểm ảnh (ảo) F'_1 của thấu kính.

2. Tính chất ảnh A′B′ của AB :

Sơ đồ tạo ảnh :

$$\underbrace{AB}_{d_1} \xrightarrow{TK.O_1} \underbrace{A_1}_{d'_1}\underbrace{B_1}_{d_2} \xrightarrow{G.O_2} \underbrace{A_2}_{d'_2}\underbrace{B_2}_{d_3} \xrightarrow{TK.O_1} \underbrace{A'}_{d'_3}B'$$

- $d'_1 = \overline{O_1A_1} = \dfrac{d_1 f_K}{d_1 - f_K} = -\dfrac{d_1 f}{d_1 + f}$ (Với $f_K = -f$)
- $d_2 = \overline{O_2A_1} = l - d'_1 = f\,\dfrac{2d_1 + f}{d_1 + f}$
- $d'_2 = \overline{O_2A_2} = \dfrac{d_2 f_G}{d_2 - f_G} = f\,\dfrac{2d_1 + f}{d_1}$
- $d_3 = \overline{O_1A_2} = l - d'_2 = f\,\dfrac{d_1 + f}{d_1}$
- $d'_3 = \overline{O_1A'} = \dfrac{d_3 f_K}{d_3 - f_K} = -(d_1 + f) < 0$: Ảnh luôn luôn ảo.
- Độ phóng đại : $K = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\dfrac{d'_1}{d_1} \times \dfrac{d'_2}{d_3} \times \dfrac{d'_3}{d_3} = +1$

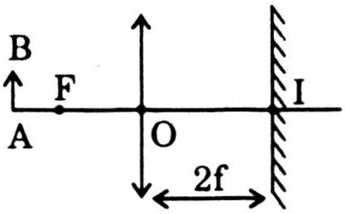


Vậy : A′B′ = AB và cùng chiều.

Kết quả trên có thể tìm thấy lại ở hình vẽ : Ảnh A′B′ luôn luôn nằm sau gương (ảnh ảo) ; cùng chiều với AB ; B và B′ cùng nằm trên tia IB // trục chính.

HỆ THỨC LIÊN HỆ GIỮA VỊ TRÍ VẬT VÀ ẢNH TRONG HỆ THẤU KÍNH VÀ GƯƠNG PHẲNG

5 **1. Cho trước một thấu kính tiêu cự f. Gọi A_1B_1 là ảnh của vật AB vuông góc trục chính (A trên trục chính) qua thấu kính với cùng chiều dương tùy ý. Chứng minh hệ thức :**



$$\overline{FA} \times \overline{F'A_1} = -f^2 \quad \text{(hệ thức Newton)}$$

Trong đó : F là tiêu điểm vật,

F' là tiêu điểm ảnh.

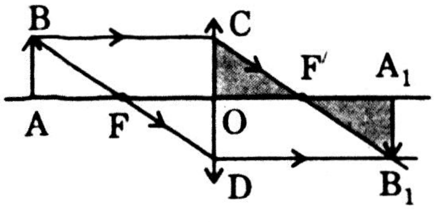
2. Một thấu kính hội tụ tiêu cự f và một gương phẳng đặt vuông góc với trục chính. Thấu kính và gương cách nhau *l* = 2f. Vật sáng AB cho ảnh cuối cùng A'B'. Chọn chiều dương là chiều tia sáng tới từ vật đến thấu kính.

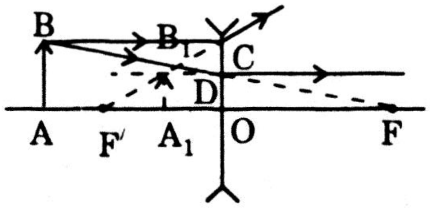
Chứng minh hệ thức : $\dfrac{1}{\overline{FA}} + \dfrac{1}{\overline{FA'}} = -\dfrac{2}{f}$

3. Tìm vị trí vật AB để AB và A'B' cùng nằm trên một mặt phẳng vuông góc với trục chính. Vẽ hình.

GIẢI

1. Chứng minh hệ thức Newton : $\overline{FA} \times \overline{F'A_1} = -f^2$





$$\Delta F'A_1B_1 \backsim \Delta F'OC \Rightarrow \frac{A_1B_1}{AB} = \frac{F'A_1}{F'O}$$

$$\Delta FOD \backsim \Delta FAB \Rightarrow \frac{A_1B_1}{AB} = \frac{FO}{FA}$$

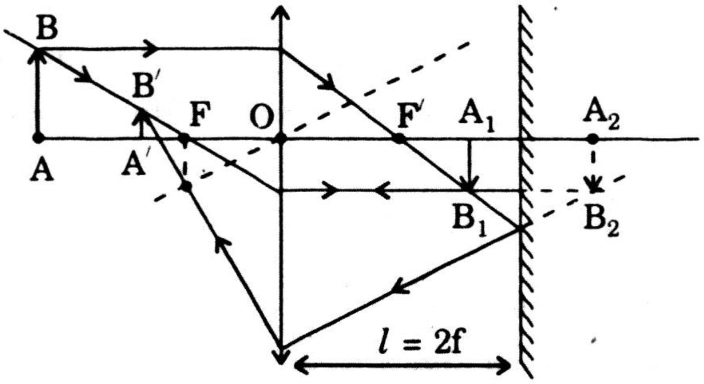
$$\frac{F'A_1}{F'O} = \frac{FO}{FA}$$

$$\Rightarrow F'A_1 \times FA = F'O \times FO = f^2$$

FA và F'A luôn luôn ngược chiều nên :

$$\overline{F'A_1} \times \overline{FA} = -f^2 \qquad (1)$$

2. *Chứng minh :* $\dfrac{1}{\overline{FA}}+\dfrac{1}{\overline{FA'}}=-\dfrac{2}{f}$



Sơ đồ tạo ảnh :

$$AB\xrightarrow[O]{TK}A_1B_1\xrightarrow[I]{G}A_2B_2\xrightarrow[O]{TK}A'B'$$

Áp dụng hệ thức (1) :

$$\overline{FA}\times\overline{F'A_1}=-f^2\qquad\Rightarrow\qquad\overline{F'A_1}=-\frac{f^2}{\overline{FA}}$$

Và : $A_2B_2\xrightarrow{TK}A'B'$

$$\overline{F'A_2}\times\overline{FA'}=-f^2\qquad\Rightarrow\qquad\overline{F'A_2}=-\frac{f^2}{\overline{FA'}}$$

I là trung điểm A_1A_2 (vì A_1B_1 và A_2B_2 là vật ảnh qua gương phẳng) nên :

$$\overline{F'I}=\frac{\overline{F'A_1}+\overline{F'A_2}}{2}\qquad\Rightarrow\qquad\overline{F'A_1}+\overline{F'A_2}=2\overline{F'I}$$

$$-f^2\left(\frac{1}{\overline{FA}}+\frac{1}{\overline{FA'}}\right)=2\overline{F'I}$$

Với chiều dương đã cho thì $\overline{F'I}=f$ nên : $\dfrac{1}{\overline{FA}}+\dfrac{1}{\overline{F'A'}}=-\dfrac{2}{f}$ (2)

3. *Vị trí vật AB để AB và A'B' cùng trên một mặt phẳng :*

- (2) ⇒ $f\left(\overline{FA}+\overline{FA'}\right)=-2\overline{FA}.\overline{FA'}$

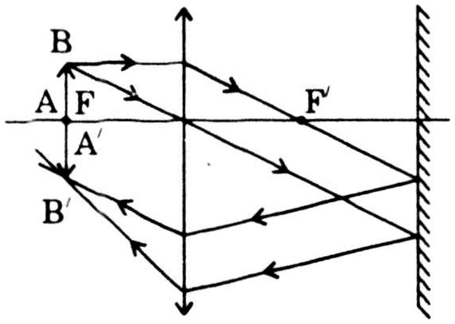
AB và A'B' cùng nằm trên một mặt phẳng nên : $\overline{FA}=\overline{FA'}$; do đó :

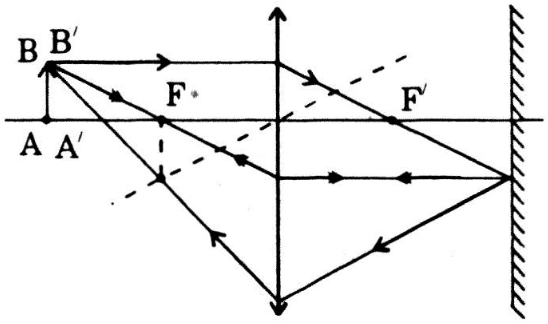
$$2f.\overline{FA}=-2\overline{FA}^2$$

$$\overline{FA}\left(f+\overline{FA}\right)=0$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\overline{FA}=0: & \text{Vật AB tại tiêu diện F của thấu kính}\\ \overline{FA}=-f: & \text{AB cách thấu kính 2f}\end{cases}$$

- Hình vẽ :





THẤU KÍNH VÀ GƯƠNG CẦU GHÉP SÁT

$\boxed{6}$ 1. Chứng minh rằng thấu kính (tiêu cự f_K) và gương cầu (tiêu cự f_G) ghép sát và đồng trục có tác dụng như một gương cầu tiêu cự f cho bởi:

$$\frac{1}{f} = \frac{2}{f_K} + \frac{1}{f_G}$$

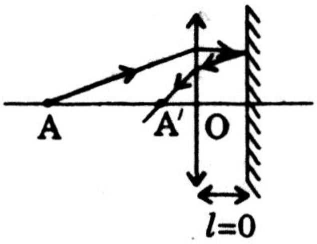
2. Một thấu kính hai mặt cầu giống nhau (chưa biết lồi hay lõm) làm bằng thủy tinh chiết suất n = 1,6, một mặt được mạ bạc. Điểm sáng S trên trục chính đặt cách thấu kính 6m (về phía không mạ bạc) cho ảnh S' cùng phía với S và cách thấu kính 0,6m. Tính bán kính mặt cong.

GIẢI

1. Chứng minh : $\frac{1}{f} = \frac{2}{f_K} + \frac{1}{f_G}$

- Tia sáng phát ra từ A trước thấu kính, phản xạ trên gương rồi qua thấu kính lần nữa cho tia sáng ló trở lại phía trước. Vậy hệ trên có tác dụng như một gương.
- Sơ đồ tạo ảnh của A :

$$\underset{d_1}{A} \xrightarrow{TK} \underset{d_1' \quad d_2}{A_1} \xrightarrow{G} \underset{d_2' \quad d_3}{A_2} \xrightarrow{TK} \underset{d_3'}{A'}$$



Với: $d_2 = l - d_1' = -d_1'$ (vì ghép sát nên $l = 0$)

$d_3 = l - d_2' = -d_2'$

Ta có : $$\frac{1}{f_K} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_1'}$$

$$\frac{1}{f_G} = -\frac{1}{d_1'} + \frac{1}{d_2'}$$

$$\frac{1}{f_K} = -\frac{1}{d_2'} + \frac{1}{d_3'}$$

Cộng 3 phương trình trên theo từng vế, ta được :

$$\frac{2}{f_K} + \frac{1}{f_G} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_3'}$$

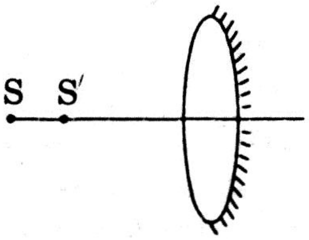
Gọi f ' là tiêu cự của một gương cầu nào đó sao cho :

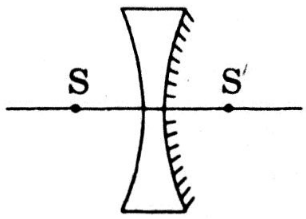
$$\frac{1}{f'} = \frac{2}{f_K} + \frac{1}{f_G} \qquad (1)$$

thì : $$\frac{1}{f'} = \frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_3'}$$

Vậy hệ thấu kính và gương cầu ghép sát và đồng trục có tác dụng như một gương cầu tiêu cự f ' cho bởi (1).

2. ***Bán kính mặt cong :***





- Nếu 2 mặt đều lõm thì thấu kính tráng bạc có tác dụng như một thấu kính phân kỳ ghép sát với gương lồi, công thức (*) cho f < 0, tức hệ tương đương với gương cầu lồi, do đó ảnh S' ảo (nằm phía sau S) : trái giả thiết.

  Vậy cả hai mặt đều lồi.

- Có : $f_K = \dfrac{R}{2(n-1)} = \dfrac{R}{1,2}$ và $f_G = \dfrac{R}{2}$

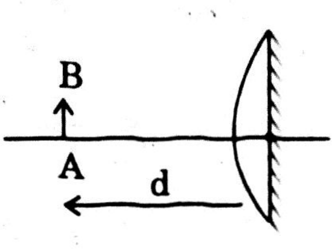
  $$(1) \Rightarrow \frac{1}{f} = \frac{2,4}{R} + \frac{2}{R} = \frac{4,4}{R} \Rightarrow f = \frac{R}{4,4} \qquad (2)$$

- Mặt khác : $$f = \frac{d.d'}{d+d'} = \frac{6 \times 0,6}{6+0,6} = \frac{6}{11}\ (m) \qquad (3)$$

  (2) và (3) ⇒ R = 2,4 (m).

THẤU KÍNH PHẲNG – LỒI ĐƯỢC MẠ BẠC Ở MẶT PHẲNG

7 **Một thấu kính phẳng – lồi có chiết suất n = 1,5 và bán kính mặt lồi là R = 12cm. Mặt phẳng được mạ một lớp bạc rất mỏng nên có một phần ánh sáng truyền qua lớp mạ còn một phần bị phản xạ.**



1. Vật sáng AB đặt về phía mặt lồi cách thấu kính khoảng d. Chứng tỏ

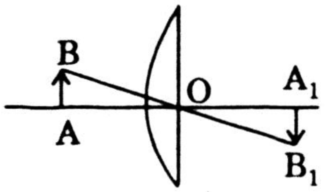
rằng với giá trị d thích hợp, ta có thể tìm được hai vị trí đặt màn để hứng ảnh rõ nét trên màn (ứng với một giá trị d nhất định). Xác định giá trị d. Hai vị trí màn vừa nói có cùng nằm một phía thấu kính không?

2. **Coi vật AB như mặt hình đang quay về phía thấu kính để nhìn ảnh ảo của chính mình. Xác định vị trí của mặt để thấy ảnh ảo của chính mình. Xác định vị trí của mặt để thấy ảnh cách mặt 32cm.**
3. **Lúc mặt mạ bạc có tác dụng phản xạ ánh sáng, hãy thay thấu kính mạ bạc ấy bằng một quang cụ khác rồi vẽ ảnh ở câu 2.**

GIẢI

1. Giá trị d có 2 vị trí màn hứng được ảnh :

- Tiêu cự thấu kính : $\frac{1}{f} = (n-1) \times \frac{1}{R} \quad \Rightarrow \quad f = \frac{R}{n-1} = 24$ (cm)
- Đối với chùm sáng truyền qua thấu kính, AB tạo ảnh A_1B_1:



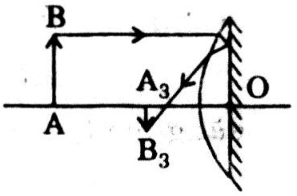
$$\underbrace{AB}_{d} \xrightarrow{TK} \underbrace{A_1B_1}_{d'}$$

- Để A_1B_1 là ảnh thật : $d > f = 24$cm (1)
- A_1B_1 ở sau thấu kính.
- Đối với chùm sáng bị phản xạ trên mặt mạ bạc (có tác dụng như gương phẳng), sơ đồ tạo ảnh :

$$\underbrace{AB}_{d} \xrightarrow{TK} \underbrace{A_1B_1}_{d' \quad d_1} \xrightarrow{G} \underbrace{A_2B_2}_{d'_1 \quad d_2} \xrightarrow{TK} \underbrace{A_3B_3}_{d'_2}$$

Có : $\frac{1}{f} = \frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA_1}}$

Và: $\frac{1}{f} = \frac{1}{\overline{OA_2}} + \frac{1}{\overline{OA_3}}$



Cộng hai phương trình trên theo từng vế, ta được :

$$\frac{2}{f} = \frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA_1}} + \frac{1}{\overline{OA_2}} + \frac{1}{\overline{OA_3}}$$

Vì A_1B_1 và A_2B_2 là vật và ảnh qua gương phẳng nên : $\overline{OA_1} = -\overline{OA_2}$, do đó :

$$\frac{2}{f} = \frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA_3}} = \frac{1}{d} + \frac{1}{d'_2} \qquad (2)$$

$$\Rightarrow \quad d_2' = \overline{OA_3} = \frac{d \times f}{2d - f}$$

Vì d.f > 0 nên ảnh thật $\left(d_2' > 0\right)$ khi $2d - f > 0$

$$\Rightarrow \quad d > \frac{f}{2} = 12 \text{ (cm)} \qquad (3)$$

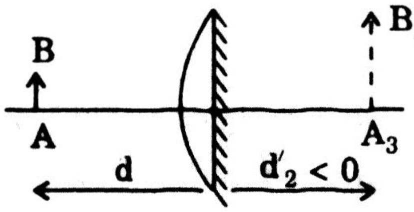
Kết hợp (1) và (3) $\Rightarrow \quad d > 24$ (cm)

Vậy : d > 24 (cm) ta tìm được 2 vị trí màn để hứng được ảnh.

- A_3B_3 là ảnh thật nên nằm ở trước thấu kính. Vậy 2 vị trí màn nằm khác phía thấu kính.

2. *Vị trí của mặt để thấy ảnh ảo của mặt :*

- Ảnh của AB qua thấu kính nếu là ảnh ảo thì ảnh này phải nằm sau AB (tức xa hơn AB so với thấu kính), như thế mắt sẽ không thấy được ảnh này. Do đó, ảnh ảo của mặt mà mắt thấy được chính là ảnh ảo A_3B_3 (ở sau thấu kính).



- Có : $d - d_2' = 32$ (cm)

Với : $$d_2' = \frac{24d}{2d - 24} = \frac{12d}{d - 12}$$

$$d - \frac{12d}{d - 12} = 32$$

$$\Rightarrow \quad d^2 - 56d + 384 = 0$$

$$\Rightarrow \quad \begin{cases} d = 8 \text{ (cm)} \\ d = 48 \text{ (cm)} > 32 \text{ (cm)} : \text{loại} \end{cases}$$

3. *Quang cụ khác thay thế cho thấu kính mạ bạc :*

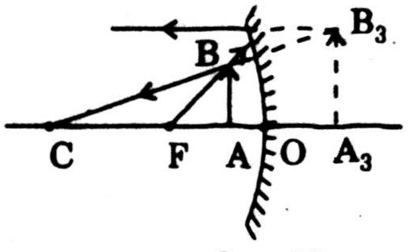
- Với vật AB để có cùng ảnh A_3B_3 thì ta có thể thay thấu kính mạ bạc bằng một gương cầu lõm tiêu cự F_G mà :

$$\frac{1}{f_G} = \frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA_3}}$$

So sánh với biểu thức (2) ta được :

$$\frac{1}{f_G} = \frac{2}{f}$$

$$\Rightarrow \quad f_G = \frac{f}{2} = 12 \text{ (cm)}.$$

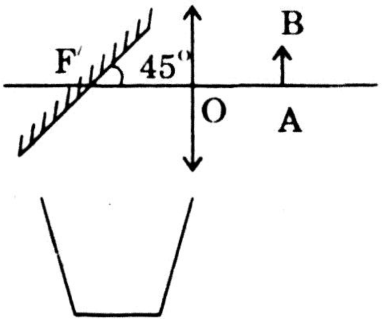


- Vẽ ảnh : (hình bên).

$f_G = 12$cm

GƯƠNG PHẲNG ĐẶT XIÊN GÓC VỚI TRỤC CHÍNH CỦA THẤU KÍNH

8 Cho thấu kính hội tụ tiêu cự f = 20cm và gương phẳng G đặt nghiêng với trục chính thấu kính góc 45° và mặt phản xạ hướng về phía thấu kính. Gương cắt trục chính tại tiêu điểm F' (hình vẽ). Vật AB = 1,5cm đặt vuông góc trục chính và cách thấu kính 28cm về phía không có gương.



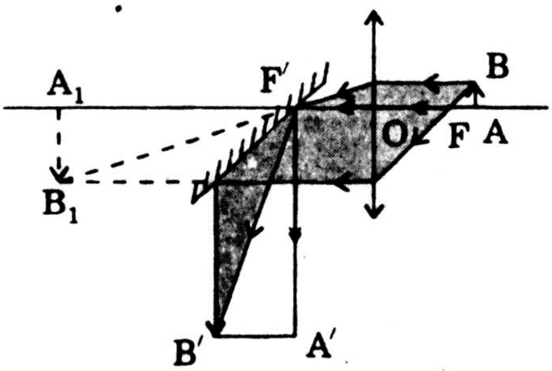
1. Xác định vị trí, tính chất, độ lớn ảnh A'B' qua hệ, vẽ ảnh.

2. Ảnh A'B' ở trên được hứng trên đáy chậu (không) nằm ngang. Sau đó ta đổ nước vào chậu. Để ảnh A'B' trở lại đáy chậu ta phải dịch vật AB đi 2cm so với vị trí cũ dọc theo trục chính.

   Hỏi chiều dịch chuyển vật AB và độ sâu lớp nước trong chậu, biết chiết suất nước là $n = \frac{4}{3}$.

GIẢI

1. Ảnh A'B' của AB qua hệ :



Sơ đồ tạo ảnh :

$$\underbrace{AB}_{d} \xrightarrow{TK} \underbrace{A_1}_{d'}B_1 \xrightarrow{GP} A'B'$$

- $d' = OA_1 = \frac{d.f}{d-f} = \frac{28 \times 20}{28-20} = \frac{28 \times 20}{28-20} = 70\ (cm)$
- $F'A' = F'A_1 = OA_1 - OF' = 50\ (cm)$
- $A'B' = A_1B_1 = \left|\frac{d'}{d}\right| \times AB = 3,5\ (cm)$

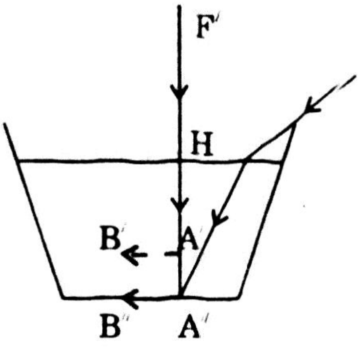
Vậy : A'B' là ảnh thật, độ lớn 3,5cm, song song và cách trục chính 50cm.

2. *Chiều dịch chuyển AB và chiều sâu lớp nước :*

- Sơ đồ tạo ảnh :

$$\underbrace{AB}_{d_1} \xrightarrow{\text{TK}} \underbrace{A_1B_1}_{d'_1} \xrightarrow{\text{GP}} A'B' \xrightarrow[\text{nước - KK}]{\text{LCP}} A''B''$$

- $A''B''$ được dịch từ $A'B'$ theo chiều ánh sáng phải cách đáy chậu một khoảng $A'A''$ về phía trên tức gần gương hơn trước. Do đó A_1B_1 cũng về gần gương. Muốn vậy AB dịch ra xa thấu kính.



- $d'_1 = \dfrac{d_1 f}{d_1 - f} = \dfrac{30.20}{30 - 20} = 60$ (cm)
- $F'A' = F'A_1 = OA_1 - OF' = 40$ (cm) :

  $A'B'$ cách đáy chậu $50 - 40 = 10$ (cm).
- Công thức lưỡng chất phẳng :

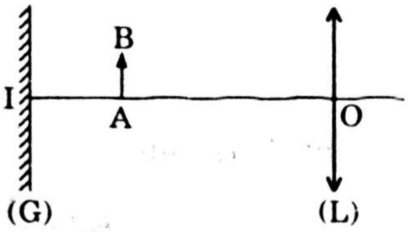
$$\frac{HA''}{\frac{4}{3}} = \frac{HA'}{1} = \frac{HA'' - HA'}{\frac{4}{3} - 1} = \frac{A'A''}{\frac{1}{3}}$$

$$\Rightarrow \quad HA'' = 40 \text{ (cm)}$$

Đó cũng là chiều sâu lớp nước.

BÀI TẬP CÓ HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

9 **Cho hệ quang học như hình vẽ : gương phẳng G và thấu kính L đặt sao cho trục chính của thấu kính vuông góc với gương và mặt sáng của gương quay về phía thấu kính.**



Vật sáng AB đặt vuông góc với trục chính, nằm khoảng giữa gương và thấu kính, cách thấu kính khoảng d = 10cm. Khi không có gương ảnh của AB lạ ảnh thật cách thấu kính 15cm, khi có gương còn có ảnh thật thứ hai cách ảnh thật thứ nhất 6cm.

Tính khoảng cách *l* giữa gương G và thấu kính L.

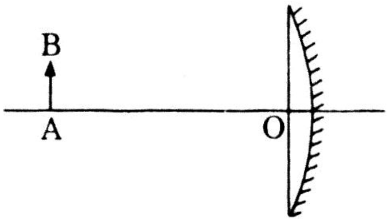
HƯỚNG DẪN

- Tiêu cự thấu kính : f = 6cm.
- Khi có gương : $AB \xrightarrow[d_1 \quad d'_1]{\text{Gương}} A_1B_1 \xrightarrow[d_2 \quad d'_2]{\text{L}} A'B'$

Tính được : $d_2' = \frac{6l - 30}{l - 8}$

- Hình vẽ cho thấy : $d_2' = d' - 6 \Rightarrow l = 14$ (cm).

10 **Vật sáng AB đặt vuông góc với trục chính của một thấu kính phẳng – lồi làm bằng thủy tinh chiết suất n = 1,5, bán kính mặt lồi là R = 24cm. Mặt lồi được mạ bạc (hình vẽ).**



Biết khoảng cách từ AB đến thấu kính là 24cm, tính khoảng cách a từ vật AB đến ảnh của nó qua thấu kính đã mạ bạc ở trên.

HƯỚNG DẪN

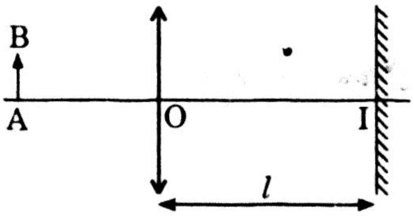
- Tính tiêu cự f_1 của thấu kính và f_2 của gương cầu :

$$f_1 = 48\text{cm}, \qquad f_2 = 12\text{cm}.$$

- $AB \xrightarrow[d_1 \qquad d_1']{\text{Thấu kính}} A_1B_1 \xrightarrow[d_2 \qquad d_2']{\text{Gương}} A_2B_2 \xrightarrow[d_3 \qquad d_3']{\text{Thấu kính}} A'B'$

- Tính được : $d_3' = 12\text{cm} > 0$: ảnh thật nằm trước thấu kính nên khoảng cách cần tìm là : a = 24 – 12 = 12 (cm).

11 **Cho hệ thấu kính và gương phẳng như hình vẽ. Tiêu cự thấu kính là f = 12cm và AB cách thấu kính 20cm. Tính khoảng cách *l* giữa thấu kính và gương phẳng để ảnh cuối cùng của AB qua hệ trùng với vị trí vật AB.**



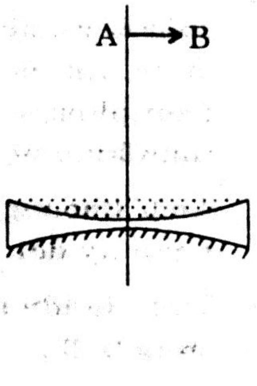
HƯỚNG DẪN

- Dựa trên sơ đồ tạo ảnh tính được : $d_3' = \frac{6(2l - 30)}{l - 21}$

- Có : $d_3' = d_1 = 20 \Rightarrow l = 30$ (cm).

12 **Cho một thấu kính hai mặt lõm cùng bán kính R = 20cm làm bằng thủy tinh chiết suất n = 1,5. Thấu kính được đặt sao cho trục chính thẳng đứng. Mặt trên đổ chất lỏng chiết suất n' còn mặt dưới tráng bạc (hình vẽ).**

Vật sáng AB đặt vuông góc với trục chính và cách thấu kính 20cm ta được ảnh $A'B'$ cách thấu kính 4,5cm. Tìm chiết suất n' của chất lỏng (biết $n' < 1,5$).



HƯỚNG DẪN

- Lớp chất lỏng tạo thành thấu kính phẳng – lồi có tiêu cự f_1; thấu kính thủy tinh có tiêu cự f_2; mặt lõm tráng bạc tạo thành gương lồi tiêu cự f_3.
- Hệ trên tương đương với một gương cầu có tiêu cự f cho bởi :

$$\frac{1}{f} = \frac{2}{f_1} + \frac{2}{f_2} + \frac{1}{f_3} \quad \Rightarrow \quad n' = 1{,}28.$$

13 **Vật sáng AB đặt vuông góc với trục chính của thấu kính hội tụ tiêu cự f = 24cm và cách thấu kính này khoảng d_1. Đặt sau thấu kính một gương phẳng vuông góc với trục chính, cách thấu kính 20cm và quay mặt phản xạ về phía thấu kính. Tính d_1 để ảnh qua hệ thấu kính – gương phẳng là ảnh thật và cao bằng vật.**

HƯỚNG DẪN

- Dựa trên sơ đồ tạo ảnh tính được :

$$d_3' = 24.\frac{960 - 16d_1}{8d_1 + 384} > 0$$

và $$|K| = \left|\frac{36}{d_1 - 60}\right| = 1, \quad \text{suy ra : } d_1 = 24 \text{ (cm)}.$$

Chủ đề 13 MÁY ẢNH

TÓM TẮT LÍ THUYẾT

+ Vật kính của máy ảnh có thể là một thấu kính hội tụ hoặc hệ ghép thấu kính đồng trục.
+ Ảnh thật hiện trên phim.

VẬT KÍNH MÁY ẢNH LÀ HỆ HAI THẤU KÍNH

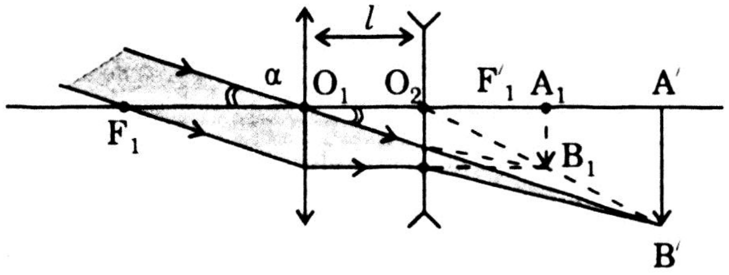
1 **Vật kính của máy ảnh gồm một thấu kính hội tụ O_1 tiêu cự f_1 = 7cm và thấu kính phân kỳ O_2 tiêu cự f_2 = 6cm đặt cùng trục. Máy được dùng để chụp ảnh một ngôi nhà rất xa. Nếu bỏ thấu kính phân kỳ đi thì ảnh trên phim sẽ nhỏ đi 3 lần. Biết rằng thấu kính phân kỳ gần phim hơn thấu kính hội tụ.**

1. **Tính khoảng cách giữa hai thấu kính và khoảng cách giữa thấu kính phân kỳ đến phim.**
2. **Tính độ lớn ảnh khi dùng cả hai thấu kính, biết góc trông từ chỗ đứng chụp là 3°.**

3. Với hệ thấu kính nói trên (cách nhau như vừa tính ở trên) thì vật dịch trong khoảng nào để luôn luôn có ảnh thật (với giả thiết không còn coi chúng là vật kính của máy ảnh nữa).

HƯỚNG DẪN

1. L ? d'_2 ?



Sơ đồ tạo ảnh :

$$AB \text{ ở } \underbrace{\infty}_{d_1} \xrightarrow{O_1} \underbrace{A_1}_{d'_1}\underbrace{B_1}_{d_2} \xrightarrow{O_2} \underbrace{A'B'}_{d'_2}$$

- Độ phóng đại của thấu kính O_2 :

$$\frac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} = -\frac{d'_2}{d_2} = -\frac{f_2}{d_2 - f_2}$$

Với : $\dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{A_1B_1}} = 3$ nên : $-\dfrac{f_2}{d_2 - f_2} = 3$

hay : $\dfrac{6}{d_2 + 6} = 3 \Rightarrow d_2 = -4 \text{ (cm)}$

- $l = d_2 + d'_2 = 3 \text{ (cm)}$ và $d'_2 = -3d_2 = 12 \text{ (cm)}$.

2. Độ lớn ảnh trên phim :

$\Delta O_1A_1B_1$ vuông $\Rightarrow \quad \text{tg}\alpha \approx \alpha = \dfrac{A_1B_1}{O_1A_1}$

$$\Rightarrow \quad A_1B_1 = O_1A_1.\alpha = f_1.\alpha = 7\text{(cm)} \times \frac{3\pi}{180}$$

$$A'B' = 3A_1B_1 \approx 1{,}1 \text{ (cm)}.$$

3. Khoảng cách chuyển vật để A′B′ thật :

- $d'_1 = \dfrac{7d_1}{d_1 - 7}$

- $d_2 = 3 - d'_1 = -\dfrac{4d_1 + 21}{d_1 - 7}$

- $$d_2' = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = (-6) \times \frac{-(4d_1 + 21)}{d_1 - 7} \times \frac{1}{-\frac{4d_1 + 21}{d_1 - 7} + 6}$$

$$= 6 \times \frac{4d_1 + 21}{2d_1 - 63} > 0$$

d_1		$-5,25$		$31,5$	
d_2'	+	0	−	‖	+

Vậy vật thật dịch ngoài khoảng từ thấu kính O_1 đến 31,5cm trước O_1.

THỜI GIAN MỞ CỬA SẬP CỦA MÁY ẢNH

2 **1. Một vật sáng đặt thẳng góc với trục chính của thấu kính L_1 thì phía bên kia thấu kính có một ảnh lớn gấp 1,5 lần vật và cách vật 1m. Tính tiêu cự thấu kính L_1.**

2. Thấu kính nói trên được dùng để làm vật kính của máy ảnh. Máy này được dùng để chụp một chiếc xe đang chạy theo hướng vuông góc với trục của máy với vận tốc 75km/h và cách máy 100m. Để độ nhòe trên phim (tức độ dịch của ảnh trên phim) không vượt quá 0,1mm thì thời gian mở cửa sập tối đa là bao nhiêu ?

3. Thấu kính L_1 nói trên đem ghép sát – đồng trục với thấu kính L_2 thì khi đặt vật thẳng góc với trục chung và cách hệ thấu kính 33,6m ta được một ảnh cùng chiều và bằng nửa vật. Tính tiêu cự L_2.

4. L_1 và L_2 ghép đồng trục nhưng cách nhau 20cm được dùng làm vật kính của máy ảnh để chụp ảnh của chiếc xe đang chạy nói ở câu 2. Hỏi phim phải đặt cách thấu kính phân kỳ bao nhiêu và độ nhòe của ảnh trên phim tối đa bao nhiêu nếu thời gian mở cửa sập vẫn như trên ?

GIẢI

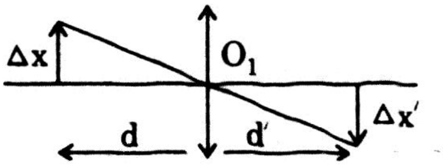
1. Tiêu cự thấu kính L_1 :

$$\text{Có : } \begin{cases} d + d' = 100 \text{ (cm)} \\ \dfrac{d'}{d} = 1,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d = 40 \text{ (cm)} \\ d' = 60 \text{ (cm)} \end{cases}$$

$$\text{Tiêu cự : } f_1 = \frac{dd'}{d + d'} = 24 \text{ (cm)}.$$

2. Thời gian mở cửa sập :

- Gọi Δt là thời gian mở cửa sập, Δx, $\Delta x'$ là độ dịch của vật và ảnh trong thời gian Δt.



- Có : $\dfrac{\Delta x'}{\Delta x} = \dfrac{d'}{d} = \dfrac{f_1}{d - f_1}$

$$\Delta x' = \frac{f_1}{d - f_1}\Delta x \quad \text{với} \quad \Delta x = v.\Delta t$$

$$\Delta x' = \frac{f_1}{d - f_1}.v.\Delta t \le \Delta x_o \quad (\Delta x_o : \text{độ nhòe})$$

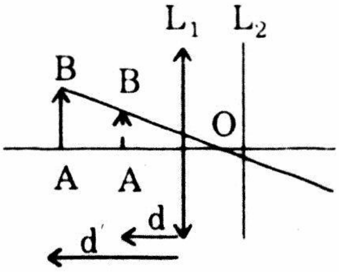
$$\Rightarrow \quad \Delta t = \frac{d - f_1}{f_1}.\frac{\Delta x_o}{v}$$

Với : $d = 100\ (m)$; $f_1 = 0{,}24\ (m)$; $\Delta x_o = 0{,}1\ (mm) = 10^{-4}\ (m)$.

$$v = 75\left(\frac{km}{h}\right) = \frac{750}{36}\ (m/s).$$

Tính được : $\Delta t \le 2.10^{-3}\ (s)$.

3. Tiêu cự của thấu kính L_2 :

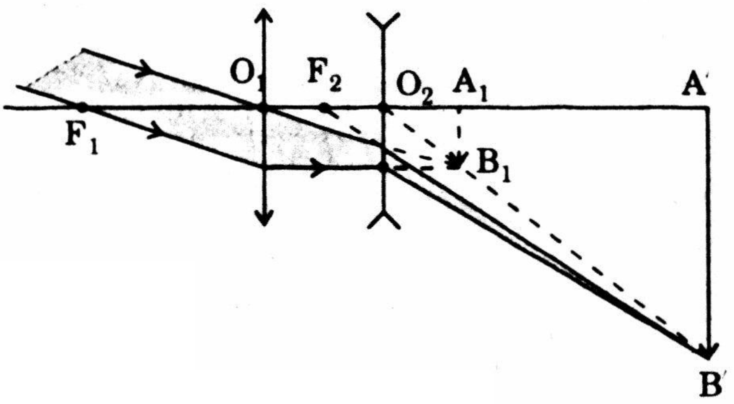


- Hai thấu kính $L_1 - L_2$ ghép sát và đồng trục có tác dụng như một thấu kính có tiêu cự f.
- Ảnh vật cùng chiều : Ảnh ảo.
- Ảnh (ảo) nhỏ hơn vật : Thấu kính phân kỳ.
- Có : $\begin{cases} \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{1}{2} \\ \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\dfrac{d'}{d} = -\dfrac{f}{d - f} \end{cases}$

$$\Rightarrow \quad -\frac{f}{d - f} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad f = -d = -33{,}6\ (cm)$$

- Vì hệ ghép sát đồng trục :

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{f} \quad \Rightarrow \quad f_2 = \frac{f_1 \times f}{f_1 - f} = 14\ (cm)$$



4. ***Vị trí đặt phim và độ nhòe của ảnh :***

$$\underbrace{AB}_{d_1} \xrightarrow{L_1} \underbrace{A_1}_{d'_1}\underbrace{B_1}_{d_2} \xrightarrow{L_2} \underbrace{A'B'}_{d'_2}$$

- $d_1 = 100m >> f_1$ nên coi như vật ở ∞
- $d'_1 \approx f_1 = 24$ (cm)
- $d_2 = l - d'_1 = -4$ (cm)
- $d'_2 = \dfrac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = 5{,}6$ (cm)

Vậy : Phim đặt cách thấu kính phân kỳ 5,6cm.

- Độ nhòe : Gọi $\Delta x'$, $\Delta x''$ lần lượt là độ nhòe của ảnh A_1B_1 và $A'B'$ thì :

$$\frac{\Delta x''}{\Delta x'} = \left|\frac{d'_2}{d_2}\right| = \frac{5{,}6}{4} = 1{,}4$$

$$\Delta x'' = 1{,}4\ \Delta x'$$

Với cùng thời gian mở cửa sập như câu 2, thì $(\Delta x')_{max} = 0{,}1$ (mm)

Vậy : $(\Delta x'')_{max} = 1{,}4 \times 0{,}1 = 0{,}14$ (mm) .

CHỤP ẢNH CÁ TRONG NƯỚC

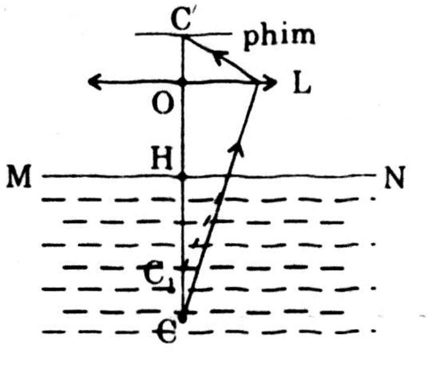
$\boxed{3}$ **Dùng máy ảnh có vật kính là thấu kính có tiêu cự f = 25cm để chụp ảnh của con cá đang bơi trong chậu nước có thành bằng thủy tinh thẳng đứng dày 0,9cm.**

1. **Lúc đầu đặt vật kính song song với mặt nước, phía trên và cách mặt nước 30cm. Lúc bấm máy, cá cách mặt nước 40cm. Tính khoảng cách giữa phim và vật kính.**
2. **Bây giờ đặt vật kính song song với thành bên của chậu và cách thành 3cm, trục chính đi qua cá. Lúc bấm máy, cá cách thành trong 15,2cm.**

   Để ảnh hiện rõ trên phim ta phải dịch phim đi bao nhiêu và theo chiều nào so với vị trí phim lúc trước ?

   Biết chiết suất nước và thủy tinh là 4/3 và 1,5.

GIẢI



1. ***Vật kính song song mặt nước :***

   Sơ đồ tạo ảnh :

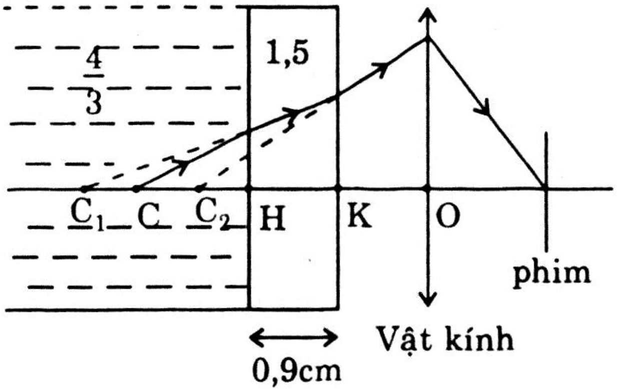
$$C \xrightarrow[MN]{LCP} \underbrace{G}_{d} \xrightarrow[L]{TK} \underbrace{C'}_{d'}$$

- Công thức lưỡng chất phẳng :

$$\frac{HC_1}{1} = \frac{HC}{\frac{4}{3}} \quad \Rightarrow \quad HC_1 = \frac{3}{4} HC = 30 \text{ (cm)}$$

- $d = OC_1 = OH + HC_1 = 60$ (cm)
- $d' = OC' = \dfrac{df}{d - f} = 2{,}61$ (cm).

2. *Vật kính song song với thành bên :*



Sơ đồ tạo ảnh :

$$C \xrightarrow[\text{nước} - \text{tt}]{\text{LCP}} C_1 \xrightarrow[\text{tt} - \text{kk}]{\text{LCP}} \underbrace{C_2}_{d} \xrightarrow{\text{Máy ảnh}} \underbrace{C'}_{d'} \text{ trên phim}$$

- Lưỡng chất phẳng nước - thủy tinh cho :

$$\frac{HC_1}{15} = \frac{HC}{\frac{4}{3}} \quad \Rightarrow \quad HC_1 = \frac{4{,}5}{4} HC = 17{,}1 \text{ (cm)}$$

- Lưỡng chất phẳng thủy tinh - không khí cho :

$$\frac{KC_2}{1} = \frac{KC_1}{1{,}5} \quad \text{với} \quad KC_1 = KH + HC_1 = 18 \text{ (cm).}$$

$$\Rightarrow \quad KC_2 = 12 \text{ (cm)}$$

- Công thức thấu kính cho :

$$d' = \frac{d.f}{d - f} \quad \text{với} \quad d = OC_2 = OK + KC_2 = 15 \text{ (cm)}$$

$$d' = 3 \text{ (cm)} > 2{,}61 \text{ (cm)}$$

Vậy phim phải dịch ra xa vật kính khoảng :

$$3 - 2{,}61 = 0{,}39 \text{ (cm).}$$

TÌM VỊ TRÍ ĐẶT MÁY ẢNH

4 **1. Dùng máy ảnh để chụp ảnh một bức tranh, cao 6m. Nếu máy lùi xa bức tranh thêm 1m thì phim phải dịch đi 0,5cm (kể từ vị trí ban đầu) và ảnh cao 3cm.**

Hỏi để được ảnh cao 4m phải dịch chuyển máy theo chiều nào và bao nhiêu so với vị trí ban đầu.

2. Bây giờ máy trên được dùng chụp ảnh một bức tranh khác có kích thước 1m × 0,6m lên phim có kích thước 24mm × 36mm. Xác định khoảng cách từ máy đến tranh để có kích thước ảnh trên phim lớn nhất.

GIẢI

1. Chiều và độ dịch chuyển của máy :

+ Vị trí ban đầu :
$$\begin{cases} \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{d} + \dfrac{1}{d'} & (1) \\[2ex] \dfrac{A'B'}{AB} = \dfrac{d'}{d} & (2) \end{cases}$$

+ Vị trí sau :
$$\begin{cases} \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{d+100} + \dfrac{1}{d'-0{,}5} & (3) \\[2ex] \dfrac{A''B''}{AB} = \dfrac{d'-0{,}5}{d+100} & (4) \end{cases}$$

(1) và (2) cho : $\dfrac{1}{d} + \dfrac{1}{d'} = \dfrac{1}{d+100} + \dfrac{1}{d'-0{,}5}$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{d} - \frac{1}{d+100} = \frac{1}{d'-0{,}5} - \frac{1}{d'}$$

$$\Rightarrow \quad 200d'(d'-0{,}5) = d(d+100) \qquad (5)$$

$$\frac{(2)}{(4)} \quad \Rightarrow \quad \frac{A'B'}{A''B''} = \frac{d'}{d} \times \frac{d+100}{d'-0{,}5}$$

$$2 = \frac{d'}{d} \times \frac{d+100}{d'-0{,}5}$$

$$\Rightarrow \quad 2d(d'-0{,}5) = d'(d+100) \qquad (6)$$

$$\frac{(2)}{(4)} \quad \Rightarrow \quad 100\frac{d'}{d} = \frac{d}{d'} \quad \Rightarrow \quad d = 10d' \text{ và thay vào (5) :}$$

$$200d'(d'-0{,}5) = 10d'(10d'+100)$$

Với $d' \neq 0 \Rightarrow \quad d' = 11\ (cm) \quad$ và $\quad d = 110\ (cm)$

+ Tiêu cự : $f = \dfrac{d.d'}{d + d'} = 10\ (cm)$

+ (2) còn được viết : $\dfrac{A'B'}{AB} = \dfrac{d'}{d} = \dfrac{f}{d - f}$ (7)

Để có ảnh $A'''B''' = 4cm$ thì máy phải dịch đi Δd kể từ vị trí ban đầu ($\Delta d > 0$ nếu máy dịch ra xa tranh; $\Delta d < 0$ nếu máy dịch lại gần tranh). Vậy tranh cách máy : $d + \Delta d$.

Tương tự như (7) ta có :

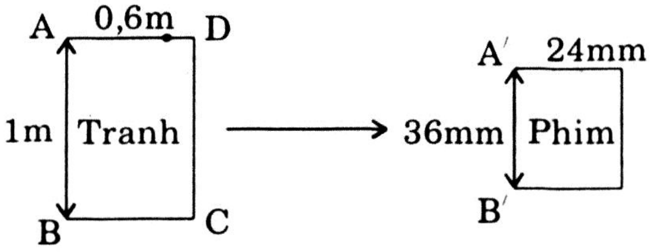
$$\frac{A'''B'''}{AB} = \frac{f}{(d + \Delta d) - f} \qquad (8)$$

+ $\dfrac{(7)}{(8)} \Rightarrow \dfrac{A'B'}{A'''B'''} = \dfrac{(d + \Delta d) - f}{d - f}$ với $\begin{cases} d = 110\ (cm) \\ f = 10\ (cm) \end{cases}$

Ta được : $\Delta d = 50\ (cm) > 0$

Vậy : Máy phải dịch xa tranh thêm 50cm kể từ vị trí ban đầu.

2. *Khoảng cách từ máy đến phim để ảnh lớn nhất :*



Ảnh trên phim lớn nhất khi ảnh của cạnh bức tranh bằng cạnh phim. Có 2 cách chụp :

a) *Cạnh dài tranh có ảnh bằng cạnh dài phim :*

$$|K_1| = \frac{A'B'}{AB} = \frac{0{,}036\ (m)}{1\ (m)} = 0{,}036.$$

Độ lớn ảnh $A'D'$ của cạnh AD trên phim :

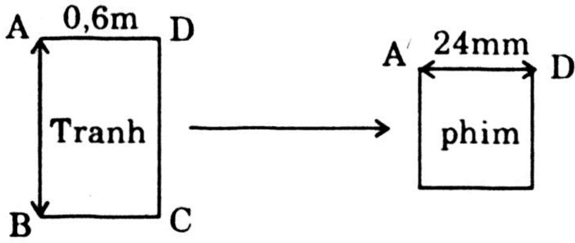
$$A'D' = |K_1|.AD = 0{,}036 \times 600\ (mm) = 21{,}6\ (mm) < 24\ (mm).$$

Cách chụp này ta thu được ảnh của tranh nằm trọn vẹn trên phim.

b) *Cạnh ngắn tranh có ảnh bằng cạnh ngắn phim :*

$$|K_2| = \frac{A'D'}{AD} = 0{,}04$$

Độ lớn ảnh : $A'B' = |K_2|\ AB = 0{,}04 \times 1000\ (mm) = 40\ (mm) > 36\ (mm)$



Cách chụp này ta KHÔNG thu được ảnh của tranh trọn vẹn trên phim. Vậy ta chọn cách chụp a).

Lúc đó : $\dfrac{A'B'}{AB} = \dfrac{d'}{d} = \dfrac{f}{d-f} = 0,036$

Với f = 10(cm) $\Rightarrow$ $d \approx 287,78$ (cm).

BÀI TẬP CÓ HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

5 **Vật kính của máy ảnh có độ tụ D = 1,25điốp. Phim chỉ định dịch chuyển trong khoảng cách vật kính từ 8cm đến 10cm. Hỏi máy ảnh này có thể chụp được vật trong khoảng nào trước máy ?**

ĐÁP SỐ : Từ 40cm đến rất xa.

6 **Vật kính của máy ảnh có tiêu cự f = 5cm. Kích thước của phim là 24 × 36mm × mm. Muốn chụp ảnh một tòa nhà dài 50m thì phải để máy ảnh cách tòa nhà ít nhất bao nhiêu mét ?**

HƯỚNG DẪN

$|K_{max}| = \dfrac{f}{d_{min} - f}$ với $|K_{max}| = \dfrac{0,036}{50}$ $\Rightarrow$ $d_{min} \approx 69,5$ (m).

7 **Từ máy bay có độ cao 5km ta muốn chụp ảnh một vùng trên mặt đất tỉ lệ xích $\dfrac{1}{10000}$. Hỏi tiêu cự vật kính là bao nhiêu ?**

ĐÁP SỐ : f = 50 (cm).

8 **Vật kính của máy ảnh có tiêu cự f = 10cm được dùng để chụp ảnh một tòa nhà ở rất xa. Góc trông tòa nhà này từ chỗ đứng chụp là 5^0. Tính chiều cao h của ảnh của tòa nhà ?**

HƯỚNG DẪN

$h = f.\alpha \approx 0,87$ (cm).

9 **Lúc đầu vật kính máy ảnh là một thấu kính hội tụ tiêu cự f_1 = 8cm dùng để chụp ảnh một trụ điện ở rất xa. Muốn có ảnh trên phim cao gấp 3 lần ảnh trước ta lắp thêm vào sau thấu kính hội tụ và cách thấu**

kính này 3cm một thấu kính phân kì có tiêu cự f_2. Hỏi f_2 bằng bao nhiêu ?

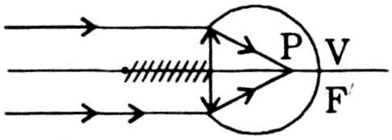
HƯỚNG DẪN

Tính : $K_2 = -\frac{d_2'}{d_2} = \frac{f_2}{5 + f_2} = 3 \quad \Rightarrow \quad f_2 = -7{,}5\ (\text{cm})$.

Chủ đề 14 MẮT

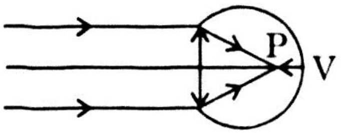
TÓM TẮT LÍ THUYẾT

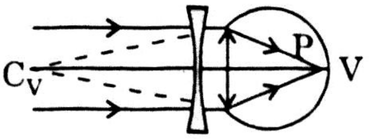
1. Mắt không có tật



- Khi không có điều tiết, tiêu điểm của mắt nằm trên võng mạc.
- Điểm cực viễn (C_V) ở vô cực.
- Khoảng nhìn thấy rõ ngắn nhất khoảng 25cm.

2. Mắt cận thị



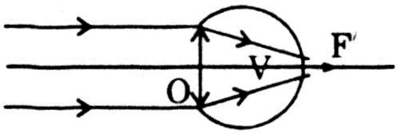


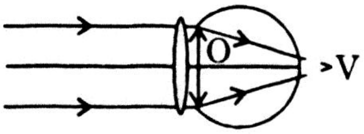
- Khi không điều tiết, tiêu điểm mắt nằm trước võng mạc.
- Điểm cực viễn (C_V) không ở ∞.
- Điểm cực cận (C_C) gần hơn mắt không tật.
- Sửa tật cận thị : mang kính phân kỳ, tiêu cự :

$$f = -OC_V \quad \text{(Kính đeo sát mắt)}.$$

(Lúc này mắt thấy ở ∞ mà không điều tiết).

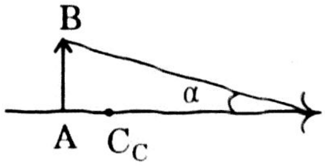
3. Mắt viễn thị





- Khi không điều tiết, tiêu điểm mắt nằm sau võng mạc.
- Điểm cực cận (C_C) xa hơn mắt bình thường.
- Sửa tật viễn thị : đeo kính hội tụ.

4. Điều kiện để phân biệt rõ 2 điểm A, B



- A, B nằm trong giới hạn nhìn rõ của mắt (từ $C_C \to C_V$).
- Góc trông $\alpha \geq \alpha_{min}$.

(α_{min} là năng suất phân li của mắt $\approx l' \approx \dfrac{1}{3500}$ rad).

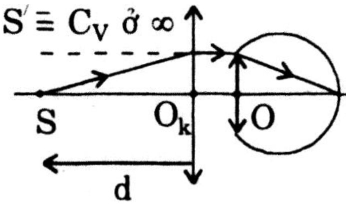
TÌM ĐIỂM CỰC CẬN MỚI VÀ CỰC VIỄN MỚI KHI ĐEO KÍNH KHÔNG SÁT MẮT

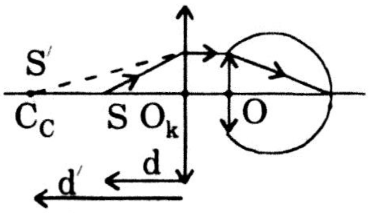
$\boxed{1}$ **1. Một người có thể thấy rõ vật cách mắt từ 40cm đến vô cực. Người ấy có thể thấy vật ở điểm xa mắt nhất và điểm gần mắt nhất khoảng cách bao nhiêu khi đeo kính +1 điốp cách mắt 1cm.**

2. Một người cận thị có điểm cực cận cách mắt 12cm và điểm cực viễn cách mắt 101cm. Khi người ấy đeo kính có độ tụ –1 điốp thì điểm cực cận mới và cực viễn mới cách mắt bao nhiêu, biết kính cách mắt 1cm.

GIẢI

1. Vị trí vật xa mắt nhất và gần mắt nhất khi đeo kính +1 điốp :





Tiêu cự kính : $f = \dfrac{1}{D} = +\ 100$ (cm)

- Vật ở xa mắt nhất khi đeo kính có ảnh ở điểm cực viễn của mắt (∞) :

$d' = \infty \quad \Rightarrow \quad d = f = 100$ (cm)

Vậy vật cách mắt : $OS = OO_k + d = 100$ (cm)

- Vật ở gần mắt nhất khi đeo kính có ảnh ở điểm C_C của mắt :

$$d' = -\ O_KC_C = -\ 39 \text{ (cm)}$$

$$\Rightarrow \quad d = O_KS = \frac{d'f}{d' - f} \approx 28{,}06 \text{ (cm)}$$

⇒ Vật ở gần mắt nhất : $OS = d + 1 = 29{,}06$ (cm).

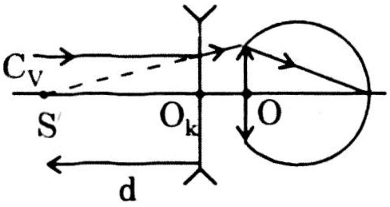
2. Vị trí cực viễn mới và cực cận mới khi đeo kính –1 điốp :

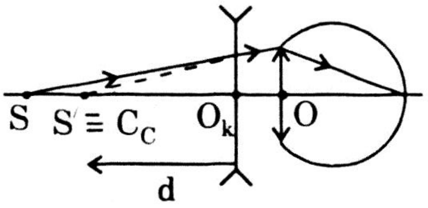
- Khi đeo kính, vật ở điểm C_V của mắt :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{d} + \frac{1}{d'} \qquad \text{Với :} \begin{cases} f = -100 \text{ (cm)} \\ d' = -O_KC_V = -100 \text{ (cm)} \end{cases}$$

$\Rightarrow \quad d = \infty$

Vậy điểm cực viễn mới (C'_V) ở rất xa.





- Khi đeo kính, vật ở điểm cực cận mới (C'_C) có ảnh ở điểm cực cận (C_C) của mắt :

$$d = O_KS = \frac{d'f}{d' - f} \; ; \qquad \text{với : } d' = -\,O_KC_C = -10 \text{ (cm)}$$

nên : d = 11,1 (cm)

Vậy : Cực cận mới (C'_C) cách mắt : 11,1 + 1 = 12,1 (cm).

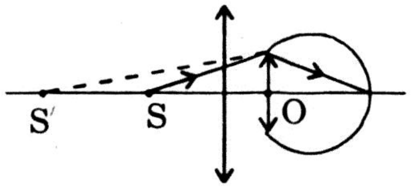
MẮT VIỄN THỊ

2 Một người viễn thị có khoảng nhìn rõ ngắn nhất là 50cm muốn đọc sách đặt cách mắt 25cm.

1. **Tính độ tụ của kính phải đeo, biết rằng kính đeo sát mắt .**
2. **Vì người này quên không mang kính nên phải mượn kính người khác có độ tụ 2,5 điốp. Hỏi kính phải đặt cách mắt bao nhiêu để vẫn đọc được rõ hàng chữ cách mắt 25cm ?**

GIẢI

1. Độ tụ kính phải đeo :



Ảnh của sách qua kính là S' cách kính 50cm.

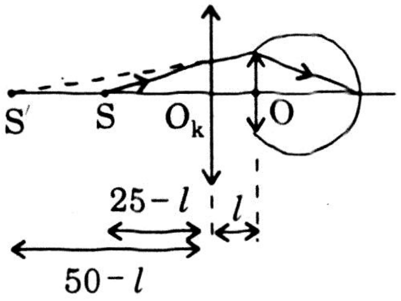
$$\text{Tiêu cự : } f = \frac{dd'}{d + d'} \qquad \text{với : } \begin{cases} d = 25 \text{ (cm)} \\ d' = -50 \text{ (cm)} \end{cases}$$

nên : f = +50cm

$$\Rightarrow \quad D = \frac{1}{f} = 2 \text{ (điốp)}.$$

2. ***Khoảng cách từ kính đến mắt :***

Để nhìn rõ chữ thì ảnh của S qua kính phải là S' cách mắt 50cm.



Có :
$$\frac{1}{f} = \frac{1}{25 - l} - \frac{1}{50 - l}$$

$$\Rightarrow \quad l^2 - 75l + 250 = 0$$

$$\Delta \approx 68^2$$

$$l = \frac{75 \pm 68}{2} = \left[\begin{array}{l} 71{,}5 \text{ (cm)} > 25 \text{ (cm)} \\ 3{,}5 \text{ (cm)} \end{array}\right.$$

Vậy đặt kính cách mắt 3,5cm.

KHOẢNG DỊCH CHUYỂN CỦA GƯƠNG ĐỂ NGƯỜI CẬN THỊ THẤY RÕ ẢNH CỦA MÌNH

3 **Một người đeo kính có độ tụ –2 điốp sát mắt có thể nhìn rõ được những vật trong khoảng từ 21,43 ≈ $\frac{150}{7}$ cm đến rất xa.**

1. **Tính khoảng cách nhìn rõ khi không đeo kính.**
2. **Nếu đeo kính cách mắt 2cm thì mắt thấy rõ vật nằm trong khoảng nào trước mắt.**
3. **Người ấy bỏ kính ra và soi mặt mình trong một gương cầu lõm tiêu cự f = 60cm. Tìm khoảng dịch chuyển gương để mắt thấy rõ ảnh mình.**

GIẢI

1. ***Khoảng cách nhìn rõ khi không đeo kính :***

- Vật ở rất xa có ảnh qua kính ở điểm cực viễn của mắt :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{\infty} + \frac{1}{OC_V}$$

$$\Rightarrow \quad \overline{OC_V} = f = -50 \text{ (cm)} : C_V \text{ cách mắt 50cm.}$$

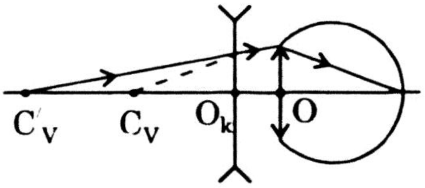
- Vật ở rất gần có ảnh qua kính ở C_C của mắt :

$$d' = \frac{d.f}{d - f} \quad \text{với :} \begin{cases} d = \dfrac{150}{7} \text{ (cm)} \\ f = -50 \text{ (cm)} \end{cases}$$

nên : $d' = -15$ (cm) : C_C cách mắt 15cm.

Vậy khoảng nhìn rõ khi không đeo kính từ 15 → 50cm trước mắt.

2. *Kính cách mắt 2cm :*



- Vật ở C'_V có ảnh qua kính ở C_V :

$$d_1 = O_K C'_V = \frac{d'_1 f}{d'_1 - f} \quad \text{với :} \begin{cases} d'_1 = -O_K C_V = -48 \text{ (cm)} \\ d' = -50 \text{ (cm)} \end{cases}$$

nên : $d_1 = 1200$ (cm) : C'_V cách mắt 1202cm.

- Vật ở C'_C có ảnh qua kính ở C_C :

$$d_2 = O_K C'_C = \frac{d'_2 f}{d'_2 - f} \quad \text{với :} \quad d'_2 = -O_K C_C = -13\text{cm}$$

nên : $d_2 = 17{,}57$ (cm) : C'_C cách mắt 19,57cm.

Vậy : Khi đeo kính cách mắt 2cm thì mắt thấy vật từ 19,57cm đến 1202cm.

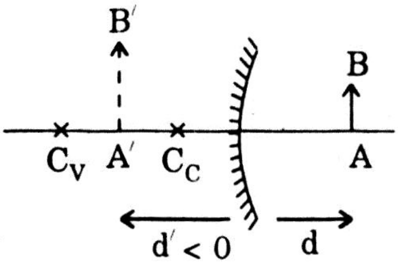
3. *Khoảng dịch chuyển của gương :*

$A'B'$ là vật đối với mắt nên $A'B'$ phải dịch từ C_C đến V_V của mắt.

Có : $AA' = d - d'$

$$= d - \frac{60d}{d-60} = \frac{d^2 - 120d}{d-60}$$

- $A'B'$ ở C_V : $AA' = \dfrac{d^2 - 120d}{d-60} = 50$



$$\Rightarrow \quad d^2 - 170d + 3000 = 0$$

$$\Rightarrow \quad d = \left[\begin{array}{l} 20 \text{ (cm)} \\ 150 \text{ (cm)} > 50 \text{ (cm)} : \text{loại} \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow \quad d^2 - 135d + 900 = 0$$

$$\Rightarrow \quad d = \left[\begin{array}{l} 7 \text{ (cm)} \\ 128 \text{ (cm)} > 15 \text{ (cm)} : \text{loại} \end{array}\right.$$

Vậy : 7 (cm) $\le d \le$ 20 (cm).

ĐỘ BIẾN THIÊN ĐỘ TỤ CỦA MẮT

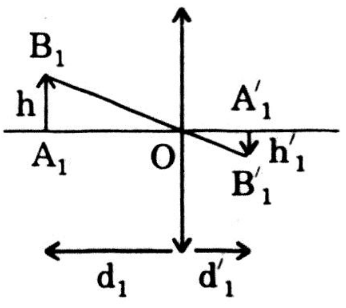
4 **1. Hai nguồn sáng cao bằng nhau đặt cách nhau 4,5m. Một thấu kính hội tụ đặt giữa hai nguồn sáng thì ảnh của nguồn này cùng vị trí với nguồn kia và ngược lại. Ngoài ra ảnh của nguồn này lớn gấp 4 lần ảnh của nguồn kia. Tính tiêu cự thấu kính.**

2. Thấu kính nói trên được dùng làm kính đeo mắt cho một người đứng tuổi. Khi đeo kính này người ấy có thể thấy vật từ 25cm đến 100cm cách mắt. Biết kính đeo sát mắt. Xác định khoảng cách thấy được của mắt khi không đeo kính.

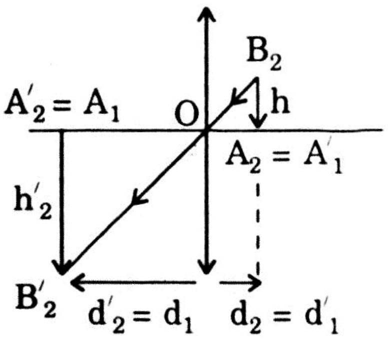
3. Xác định độ biến thiên độ tụ của mắt khi người ấy nhìn vật từ gần nhất đến xa nhất.

GIẢI

1. Tiêu cự của thấu kính :



(H1)



(H2)

- (H1) ⇒ $\dfrac{d'_1}{d_1} = \dfrac{h'_1}{h}$ (1)

- (H2) ⇒ $\dfrac{d'_2}{d_2} = \dfrac{h'_2}{h}$; với : $\begin{cases} d'_2 = d_1 \\ d_1 = d'_1 \\ h'_2 = 4h'_1 \end{cases}$

ta được : $\dfrac{d_1}{d'_1} = 4\,\dfrac{h'_1}{h}$ (2)

(1) và (2) cho : $\dfrac{d'_1}{d_1} = \dfrac{1}{4}\dfrac{d_1}{d'_1} \Rightarrow d_1 = 2d'_1$ (3)

- Mặt khác : $d_1 + d'_1 = 4{,}5\ (m)$ (4)

(3) và (4) ⇒ $\begin{cases} d_1 = 3\ (m) \\ d'_1 = 1{,}5\ (m) \end{cases}$

- Tiêu cự : $f = \dfrac{d_1 d_1'}{d_1 - d_1'} = 1\,(m) = 100\,(cm)$.

2. ***Khoảng cách thấy được của mắt khi không đeo kính :***

- Khi đeo kính, vật ở gần mắt nhất có ảnh ở cực cận của mắt tức : $d = 25cm$.

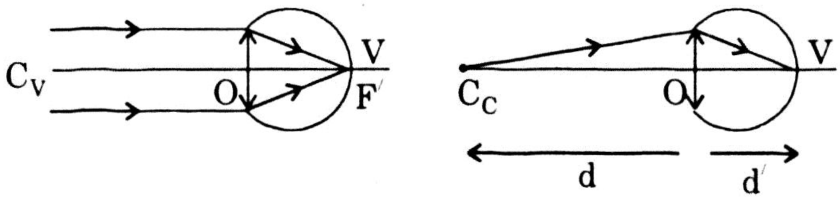
$$\Rightarrow \quad d' = \overline{OC_C} = \frac{df}{d-f} = -\frac{100}{3} \approx -33{,}3\ (cm)$$

- Khi đeo kính vật ở xa mắt nhất có ảnh ở cực viễn của mắt, tức : $d = 100cm$.

$$\Rightarrow \quad d' = \overline{OC_V} = \frac{df}{d-f} = \infty$$

Vậy khi không đeo kính người ấy thấy được từ 33,3cm → ∞.

3. ***Độ biến thiên độ tụ của mắt :***



- Khi không điều tiết, độ tụ của thủy tinh thể :

$$D_o = \frac{1}{f_o} = \frac{1}{OV}$$

- Khi điều tiết tối đa :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{OC_C} + \frac{1}{OV}\ ; \quad \text{với} \quad OC_C = \frac{100}{3}\ (cm) = \frac{1}{3}\,(m)$$

Hay : $D = 3 + D_o$

$\Rightarrow \quad \Delta D = D - D_o = 3$ (điốp).

KÍNH 2 TRÒNG CHO NGƯỜI CẬN THỊ VỀ GIÀ

5 **Một người cận thị về già có thể nhìn thấy rõ những vật cách mắt trong khoảng từ 0,4m đến 1m.**

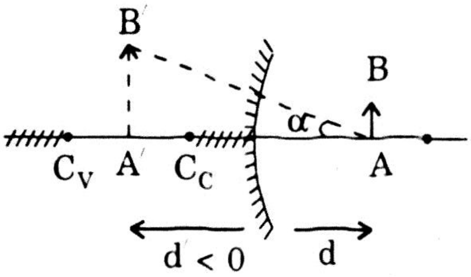
1. Người này nhìn vào gương cầu lõm tiêu cự f = 50cm để thấy rõ ảnh ảo của mặt mình. Gương cách mặt mình bao nhiêu thì góc trông ảnh lớn nhất.

2. Để nhìn thấy ở xa, người này phải đeo kính số mấy ? Lúc mang kính này họ có thể đọc sách được không ? Biết sách cách mắt 25cm.

3. Để có thể vừa thấy xa, vừa đọc sách được người này đeo kính hai tròng: nguyên mặt kính là kính nhìn xa, nửa trên để nhìn xa, nửa dưới có dán thêm một thấu kính có độ tụ D_o để đọc sách. Tính D_o, sách vẫn cách mắt 25cm.

GIẢI

1. Vị trí gương để góc trông ảnh lớn nhất :



Góc trông ảnh là α cho bởi :

$$\text{tg}\alpha = \frac{A'B'}{AA'} \qquad (*)$$

- $AA' = d - d' = d - \dfrac{df}{d - f} = \dfrac{d^2 - 100d}{d - 50}$

$A'B'$ là vật của mắt nên nó dịch từ C_C đến C_V của mắt.

+ $A'B'$ ở C_C : $AA' = \dfrac{d^2 - 100d}{d - 50} = 40$

$$\Rightarrow \quad d^2 - 140d + 2000 = 0$$

$$\Delta' = 2900 \approx 53{,}85^2$$

$$d = 70 \pm 53{,}85 = \left[\begin{array}{l} 123{,}85 > 40\,(\text{cm}) : \text{loại} \\ 16{,}15\,(\text{cm}) \end{array}\right.$$

+ $A'B'$ ở C_V : $AA' = \dfrac{d^2 - 100d}{d - 50} = 100$

$$\Rightarrow \quad d^2 - 200d + 5000 = 0$$

$$\Delta' = 5000 \approx 70{,}7^2$$

$$d = 100 \pm 70{,}7 = \left[\begin{array}{l} 170{,}7 > 100\,(\text{cm}) : \text{loại} \\ 29{,}3\,(\text{cm}) \end{array}\right.$$

Vậy : $16{,}15 \le d \le 29{,}3$ (cm)

- $A'B' = \left|\dfrac{d'}{d}\right| AB = \left|\dfrac{f}{d - f}\right| AB$, vì ảnh ảo nên $d < f$.

và $A'B' = \dfrac{f}{f - d} \times AB = \dfrac{50}{50 - d} \times AB$

- $(*) \Rightarrow \quad \text{tg}\alpha = \dfrac{50.AB}{100d - d^2}$

- Đặt $z = 100d - d^2 \Rightarrow z' = 100 - 2d > 0$ (vì $d \leq 29{,}3$cm)

d	16,15		29,3
z'		+	
z		↗	
tgα		↗	

Vậy tgα lớn nhất, tức α lớn nhất ứng với $d = 16{,}15$cm.

2. Độ tụ kính phải đeo để thấy xa :

- Tiêu cự kính phải đeo để thấy xa :

$$f_K = -OC_V = -100 \text{ (cm)}$$

$$D_K = \frac{1}{f_K} = -1 \text{ (điốp)}$$

- Ảnh của vật gần mắt nhất qua kính hiện ở C_C :

$$\underbrace{S' \text{ ở gần mắt nhất}}_{d} \xrightarrow{\text{kính}} \underbrace{C_C}_{d'}$$

Vị trí S : $d = \dfrac{d'f_K}{d' - f_K} = \dfrac{-40 \times -100}{-40 + 100} \approx 66{,}7 \text{ (cm)} > 25 \text{ (cm)}$

Vậy : Đeo kính −1 (điốp) mắt không đọc sách được.

3. Độ tụ D_o phải dán thêm để đọc sách :

- Gọi f_K là tiêu cự kính đọc sách : $\underbrace{\text{Sách}}_{d} \xrightarrow[(f_K)]{\text{kính}} \underbrace{S'}_{d'} \equiv C_C$

Với: $\dfrac{1}{f_K} = \dfrac{1}{d} + \dfrac{1}{d'} = \dfrac{1}{25} - \dfrac{1}{40} = \dfrac{15}{1000}\left(\dfrac{1}{\text{cm}}\right)$

Hay : $D'_K = \dfrac{15}{10} = 1{,}5$ (điốp)

- Gọi D_o là độ tụ kính dán với D_K để đọc sách thì : $D_o + D_K = D'_K$

$$D_o = 2{,}5 \text{ (điốp)}.$$

BÀI TẬP CÓ HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

$\boxed{6}$ Một người cận thị đeo thấu kính phân kì có tiêu cự f = −40cm sát mắt thì nhìn được đến rất xa mà không cần điều tiết và nhìn rõ được vật

gần nhất cách mắt 20cm. Hỏi khoảng nhìn rõ của người ấy khi không đeo kính.

ĐÁP SỐ : Từ $\frac{40}{3}$cm đến 40cm.

7 **Một người cận thị thấy rõ trong khoảng từ 15cm đến 1m. Để có thể thấy rõ được vật ở rất xa thì người này phải đeo kính (sát mắt). Hỏi khi đeo kính này họ sẽ thấy rõ vật gần nhất cách mắt bao xa ?**

ĐÁP SỐ : $d \approx 17{,}6$cm.

8 **Một người bị tật cận thị khi đeo kính có độ tụ D = –2 điốp thì có thể nhìn thấy rõ các vật trong khoảng từ 25cm đến rất xa (kính sát mắt). Tìm độ biến thiên độ tụ của thủy tinh thể.**

HƯỚNG DẪN

- Đầu tiên tìm được : $OC_v = 50$cm và $OC_c = \frac{50}{3}$cm
- Khi nhìn ở C_c độ tụ thủy tinh thể : $D_1 = \frac{1}{OC_c} + \frac{1}{OV}$
- Khi nhìn ở C_v thì : $D_2 = \frac{1}{OC_v} + \frac{1}{OV}$

Suy ra : $\Delta D = 4$điốp.

9 **Một người lớn tuổi có thể nhìn được những vật ở xa nhưng để nhìn rõ vật gần nhất cách mắt 27cm thì phải đeo kính có độ tụ +2,5 điốp. Kính cách mắt 2cm. Nếu đeo kính vào sát mắt thì người ấy nhìn rõ những vật nằm trong khoảng nào trước mắt ?**

HƯỚNG DẪN

- Trước tiên tìm khoảng cực cận : $OC_c = \frac{206}{3}$cm
- Sau khi đeo kính sát mắt tìm vị trí vật gần mắt nhất có ảnh ở ∞.

Kết quả : $25{,}3 \le d \le 40$ (cm).

10 **Một người cận thị về già chỉ nhìn rõ những vật từ 0,4m đến 1m trước mắt. Để đọc được sách gần nhất cách mắt 25cm người ấy phải đeo kính có độ tụ D bằng bao nhiêu và lúc này thấy được vật xa nhất cách mắt bao xa ? Kính đeo sát mắt.**

ĐÁP SỐ : D = 1,5điốp; $l_{max} = 40$cm.

Chủ đề 15

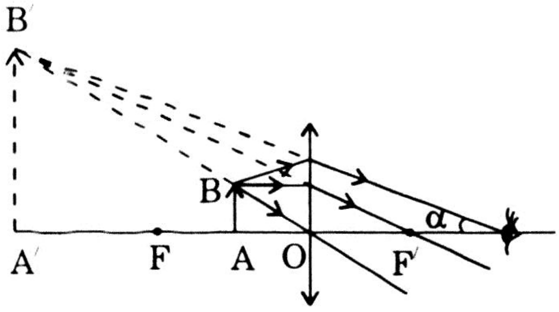
KÍNH LÚP

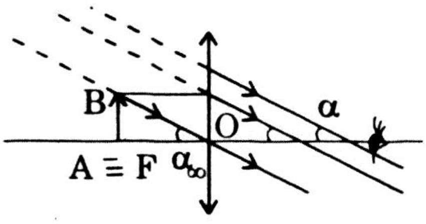
TÓM TẮT LÍ THUYẾT

+ Vật kính của kính lúp là thấu kính hội tụ.

+ Vật đặt từ O → F của vật kính và cho ảnh ảo.

+ Đường đi tia sáng qua kính lúp :





+ Độ bội giác : $G = \frac{\alpha}{\alpha_o} \approx \frac{tg\alpha}{tg\alpha_o}$

- Ngắm chừng ở ∞ : $G_\infty = \frac{D}{f}$ (D là khoảng nhìn rõ)
- Ngắm ở cực cận : $G_C = |K_C|$

BÀI TẬP MẪU

MẮT CẬN THỊ NHÌN QUA KÍNH LÚP

1 **Để có thể thấy được trong khoảng từ $\frac{150}{7}$ cm đến ra xa, người cận thị phải đeo kính có độ tụ –2 điốp (sát mắt).**

1. Nếu đeo kính cách mắt 2cm thì người ấy thấy trong khoảng nào ?

2. Để thấy được hàng chữ nhỏ, người này bỏ kính ra và nhìn qua kính lúp tiêu cự 5cm. Hỏi :

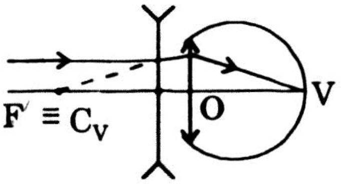
– Hàng chữ cách kính lúp khoảng bao nhiêu ?

– Độ bội giác của ảnh qua kính lúp thay đổi trong khoảng nào ? Biết mắt đặt sát sau kính lúp.

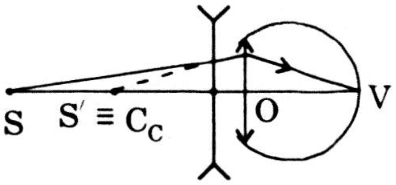
GIẢI

1. Khoảng thấy được của mắt khi kính cách mắt 2cm :

– *Khi đeo kính sát mắt :*



(H1)



(H2)

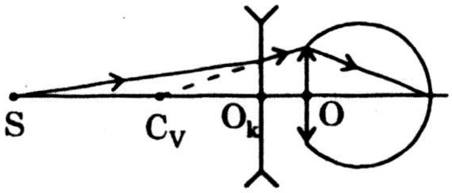
- Tiêu cự kính : $f = \dfrac{1}{D} = -0{,}5\ (m) = -50\ (cm)$
- Vật ở rất xa có ảnh qua kính ở tiêu điểm, đó cũng là C_V của mắt (H1), vậy : $OC_V = |f| = 50\ (cm)$
- Vật gần mắt nhất có ảnh qua kính ở C_C của mắt (H2), vậy :

$$d' = \overline{OC_C} = \frac{d.f}{d - f}$$

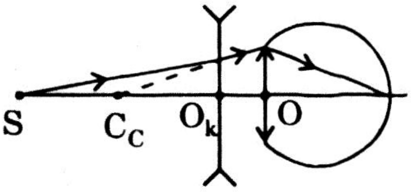
$$\text{Với} \quad d = \overline{OS} = \frac{150}{7}\ (cm)$$

Vậy khi không đeo kính : Cực cận (C_C) cách mắt 15cm và cực viễn (C_V) cách mắt 50cm.

– *Khi đeo kính cách mắt 2cm :*



(H3)



(H4)

- (H3) ⇒ $\underbrace{\text{S xa nhất}}_{d} \xrightarrow{\text{kính}} \underbrace{C_V}_{d'}$

$$d = \overline{O_KS} = \frac{d'.f}{d' - f}; \qquad \text{với} : d' = \overline{O_KC_V} = -48\ (cm)$$

nên : $d = 1200\ (cm)$

$\Rightarrow \quad OS = OO_K + O_KS = 1202\ (cm)$

- (H4) ⇒ $\underbrace{\text{S gần mắt nhất}}_{d} \xrightarrow{\text{kính}} \underbrace{C_C}_{d'}$

$$d = \overline{O_KS} = \frac{d'f}{d'-f}\ ; \qquad \text{với : } d' = \overline{O_KC_C} = -13\ (\text{cm})$$

nên : $d \approx 17,57$ (cm)

$\Rightarrow$ $OS = OO_K + O_KC_C = 19,57$ (cm)

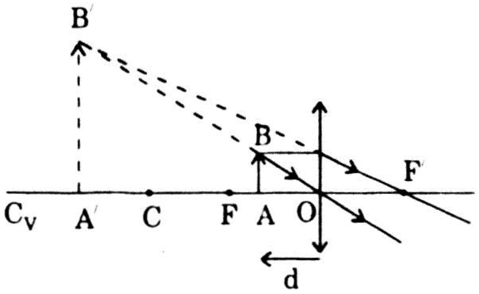
Vậy khi đeo kính cách mắt 2cm, thấy vật cách mắt khoảng d với :

$$19,57\ (\text{cm}) \le d \le 1202\ (\text{cm}).$$

2.a) Vị trí vật :

Sơ đồ qua kính lúp :

$$\underbrace{AB}_{d} \xrightarrow{\text{kính}} \underbrace{A'B'}_{d'}$$



Mắt nhìn A'B' nên A'B' phải dịch từ C_C đến C_V của mắt.

- A'B' ở C_C : $d' = -15$cm; $f = 5$cm

$$d = \frac{d'f}{d'-f} \approx 455\ (\text{cm})$$

Vậy vật dịch trong khoảng từ 3,75cm → 4,55cm trước kính.

b) Độ bội giác :

$$G = \frac{\alpha}{\alpha_o} \approx \frac{tg\alpha}{tg\alpha_o}\ ; \quad \text{với : } \begin{cases} tg\alpha = \dfrac{AB}{d} \\ tg\alpha_o = \dfrac{AB}{D} \end{cases}$$

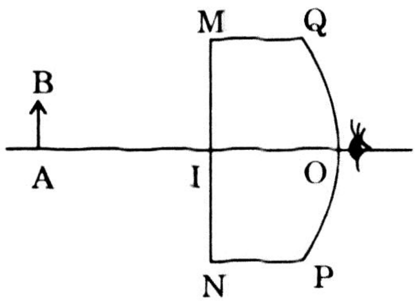
$$\text{nên : } G = \frac{D}{d} = \frac{15\ (\text{cm})}{d}$$

- Ngắm ở C_V : $d = 4,55$ nên : $G_C = \dfrac{15}{3,75} = 4$

Vậy : $3,3 \le G \le 4$.

VẬT KÍNH CỦA KÍNH LÚP CÓ DẠNG BẢN SONG SONG GHÉP SÁT THẤU KÍNH MỎNG

$\boxed{2}$ **Một thấu kính phẳng lồi bằng thủy tinh chiết suất n = 1,5 được giới hạn bởi một mặt phẳng và mặt cầu như hình vẽ, trong đó MQ = NP = 3cm, mặt cầu PQ có bán kính R = 25cm. Thấu kính này được dùng làm vật**



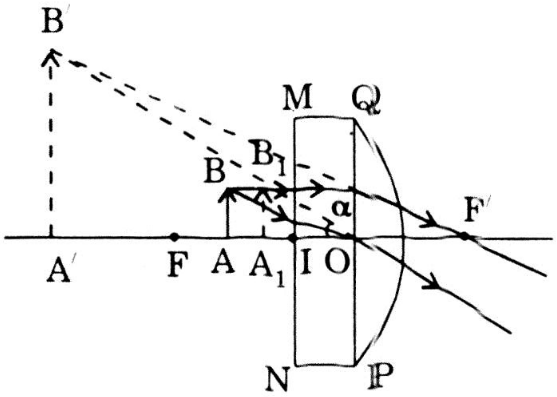
kính của kính lúp.

Một người mắt không tật, khoảng cực cận 20cm đặt mắt sát mặt cầu PQ để quan sát ảnh của vật AB đặt phía mặt phẳng MN.

1. **Định khoảng đặt vật AB so với mặt phẳng MN để mắt nhìn rõ ảnh.**
2. **Vật AB cách mặt phẳng 2,5cm. Tính độ phóng đại và độ bội giác.**

GIẢI

1. Khoảng cách vật AB :



- Thấu kính MNPQ coi như gồm một bản mặt song song bề dày MQ và thấu kính mỏng PQ sát nhau.

  Tiêu cự thấu kính mỏng :

  $$f = \frac{R}{n-1} = 5\ (\text{cm})$$

- Sơ đồ tạo ảnh :

  $$AB \xrightarrow[\Delta d]{\text{bản //}} A_1B_1 \underset{d}{\smile} \xrightarrow[(O)]{\text{TK mỏng}} \underset{d'}{\smile} A'_1B'_1$$

  $$\Delta d = AA_1 = e\left(n - \frac{1}{n}\right) = 1\ (\text{cm})$$

- Mắt nhìn $A'B'$ nên $A'B'$ phải cách mắt (tức cách thấu kính mỏng O) từ 20cm → ∞.

  + $A'B'$ cách mắt 20 (cm) :

  $$d' = -20\ (\text{cm})$$

  $$\Rightarrow \quad d = \overline{OA_1} = \frac{d'f}{d'-f} = 4\ (\text{cm})$$

  $$\Rightarrow \quad IA = (OA_1 + A_1A) - OI = 2\ (\text{cm})$$

  + $A'B'$ ở ∞ : A_1B_1 ở tiêu điểm F của thấu kính tức $OA_1 = 5$ (cm).

  $$\Rightarrow \quad IA = (OA_1 + A_1A) - OI = 3\ (\text{cm})$$

  Vậy AB cách mặt phẳng MN khoảng IA mà :

  $$2\ (\text{cm}) \le IA \le 3\ (\text{cm}).$$

2. ***AB cách mặt phẳng 2,5cm. Tính K và G :***

- A_1B_1 cách thấu kính :

$$d = \overline{OA_1} = (IA - AA_1) + OI = 4,5\ (cm)$$

Ảnh $A'B'$ cách thấu kính :

$$d' = OA' = \frac{df}{d-f} = -45\ (cm)$$

- Độ phóng đại : $K = -\dfrac{d'}{d} = 10$

- Độ bội giác : $G = \dfrac{\alpha}{\alpha_0} = \dfrac{tg\alpha}{tg\alpha_0}$ với : $\begin{cases} tg\alpha = \dfrac{A_1B_1}{OA_1} = \dfrac{AB}{OA_1} \\ tg\alpha_0 = \dfrac{AB}{D} \end{cases}$

$$G = \frac{D}{OA_1} = \frac{20}{4,5} \approx 4,44.$$

KÍNH LÚP VÀ BẢN SONG SONG

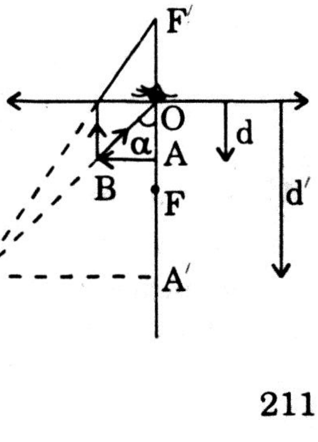
$\boxed{3}$ **Vật kính của kính lúp có tiêu cự f = 5cm. Mắt đặt sát sau kính nhìn hàng chữ nhỏ, thấy chữ to gấp 6 lần. Khoảng nhìn rõ ngắn nhất của mắt là 20cm. Mắt – kính lúp và hàng chữ cố định trong suốt bài toán.**

1. **Tính độ bội giác của ảnh.**
2. **Nếu đặt trên hàng chữ một tấm kính thì độ bội giác bây giờ là 5. Tính bề dầy tấm kính, biết chiết suất tấm kính là n = 1,5. Tính độ phóng đại.**
3. **Nếu tấm kính dày hơn tấm kính vừa dùng thì mắt có thấy ảnh qua kính lúp được không ? Vì sao ?**

GIẢI

1. ***Độ bội giác của ảnh :***

- $K = -\dfrac{d'}{d} = -\dfrac{f}{d-f} = -\dfrac{5}{d-5} = 6 \Rightarrow d = \dfrac{25}{6}\ (cm)$



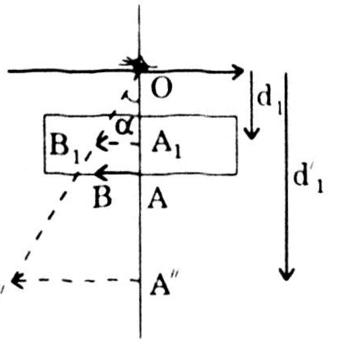
- $G = \dfrac{tg\alpha}{tg\alpha_0}$; với : $\begin{cases} tg\alpha = \dfrac{AB}{d_1} \\ tg\alpha_0 = \dfrac{AB}{D} \end{cases}$

$$G = \frac{D}{d} = 4,8.$$

2. *Bề dày tấm kính :*

Quá trình tạo ảnh :

$$AB \xrightarrow[\Delta d]{\text{kính}} \underbrace{A_1B_1}_{d_1} \xrightarrow{\text{kính lúp}} \underbrace{A''B''}_{d'_1}$$



- $G = \dfrac{tg\alpha'}{tg\alpha_o}$; với : $\begin{cases} tg\alpha' = \dfrac{A_1B_1}{d_1} = \dfrac{AB}{d_1} \\ tg\alpha_o = \dfrac{AB}{D} \end{cases}$

nên : $G = \dfrac{D}{d_1}$

$$\Rightarrow \quad d_1 = \frac{D}{G'} = \frac{20}{5} = 4\ (\text{cm})$$

- $\Delta d = AA_1 = d - d_1 = \dfrac{1}{6}$ (cm)

Với : $\Delta d = e\left(1 - \dfrac{1}{n}\right) \quad \Rightarrow \quad e = \dfrac{n}{n-1}.\Delta d = 0,5$ (cm)

- $K' = -\dfrac{d'}{d_1} = -\dfrac{f}{d_1 - f} = 5$.

3. *Dùng tấm kính dày hơn 5mm :*

- Với e = 5mm thì ảnh $A''B''$ cách kính lúp (tức cách mắt) :

$$d'_1 = \frac{d_1 f}{d_1 - f} = \frac{4 \times 5}{4 - 5} = -\ 20\ (\text{cm})$$

$A''B''$ ở cực cận của mắt.

- Với e > 5mm thì ảnh A_1B_1 được nâng lên gần kính lúp hơn, $A''B''$ dịch về gần thấu kính tức nằm gần mắt hơn so với điểm cực cận (C_C) của mắt. Vậy mắt không thấy ảnh $A'B'$.

KHOẢNG CÁCH NHỎ NHẤT GIỮA 2 ĐIỂM ĐỂ MẮT PHÂN BIỆT ĐƯỢC QUA KÍNH LÚP

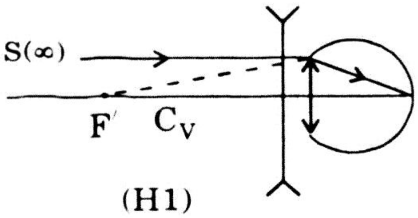
$\boxed{4}$ Một người cận thị khi đeo kính –2 điốp sát mắt thì thấy rõ từ 25cm đến rất xa. Người này bỏ kính ra và quan sát một vật nhỏ AB qua kính lúp trên vành kính có ghi X5 (với qui ước D = 25cm). Mắt đặt cách kính 10cm.

1. **Định vị trí đặt vật trước kính.**
2. **Định độ bội giác khi ngắm chừng ở cực cận và cực viễn của mắt.**
3. **Hai điểm A, B gần nhau nhất là bao nhiêu để người ấy có thể phân biệt được khi mắt không điều tiết, biết năng suất phân li của mắt là $\alpha_{min} = 1' \approx 3.10^{-4}$ rad.**

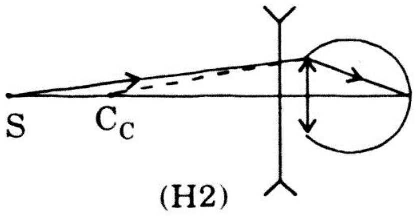
GIẢI

1. Vị trí đặt vật trước kính lúp :

– *Tìm cực cận và cực viễn của mắt khi không đeo kính :*



(H1)



(H2)

- Tiêu cự kính đeo mắt : $f = \dfrac{1}{D} = -50$ (cm)
- Vật ở rất xa có ảnh qua kính ở điểm C_V của mắt và cũng là tiêu điểm F' của kính (H1). Vậy :

$$OC_V = |f| = 50 \text{ (cm)}.$$

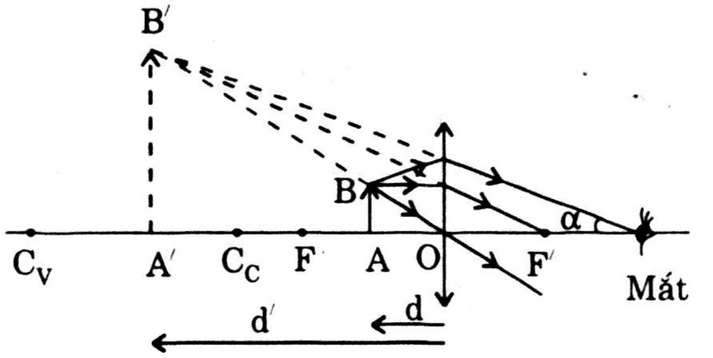
- $\underbrace{\text{S ở gần mắt nhất}}_{d} \xrightarrow{\text{kính}} \underbrace{C}_{d'}$ (H2)

$$d' = \overline{OC_C} = \frac{d.f}{d-f} \;; \qquad \text{với : } \begin{cases} d = 25\text{(cm)} \\ f = -50\text{(cm)} \end{cases}$$

nên : $d' = -\dfrac{50}{3} = -16,67$ (cm)

Vậy khi không đeo kính người ấy thấy từ 16,67cm → 59cm.

– *Vị trí đặt vật trước kính lúp :*



- Tiêu cự kính lúp là f_K cho bởi :

$$G_\infty = \frac{D}{f_K} \quad \text{(với qui ước D = 25cm)}$$

$$\Rightarrow \quad f_K = \frac{D}{G_\infty} = \frac{25}{5} = 5\ (\text{cm})$$

- Mắt nhìn $A'B'$ nên $A'B'$ dịch từ $C_C \rightarrow C_V$.

+ $A'B'$ ở C_V : $\quad d' = -(50 - 10) = -40\ (\text{cm})$

Vị trí vật AB : $d = \dfrac{d'f}{d' - f} = \dfrac{-40 \times 5}{-40 - 5} = \dfrac{40}{9} \approx 4{,}44\ (\text{cm})$

+ $A'B'$ ở C_C : $\quad d' = -\left(\dfrac{50}{3} - 10\right) = -\dfrac{20}{3}\ (\text{cm})$

Vị trí vật AB : $d = \dfrac{d'f}{d' - f} = \dfrac{20}{7} \approx 2{,}86\ (\text{cm})$

Vậy vật AB cách kính lúp khoảng d mà : $2{,}86\ (\text{cm}) \le d \le 444\ (\text{cm})$.

2. *Độ bội giác :*

$$G = \frac{tg\alpha}{tg\alpha_o} \quad \text{với :} \begin{cases} tg\alpha = \dfrac{A'B'}{MA'} \\ tg\alpha_o = \dfrac{AB}{D} \end{cases}$$

$$G = \frac{A'B'}{AB} \cdot \frac{D}{MA'} = |K| \frac{D}{l + |d'|} = |K| \times \frac{\frac{50}{3}}{10 + |d'|}$$

- Ngắm ở C_V : $\quad |d'| = -40\ (\text{cm})$

$$|K| = \left|\frac{d'}{d}\right| = \left|\frac{40}{\frac{40}{9}}\right| = 9$$

Vậy : $\quad G_V = 3$.

- Ngắm chừng ở C_C : $MA' = MC_C = D$ nên :

$$G_C = |K_C| = \left|\frac{d'}{d}\right| \quad \text{với :} \begin{cases} d' = -\dfrac{20}{3}\ (\text{cm}) \\ d = \dfrac{20}{7}\ (\text{cm}) \end{cases}$$

$$G_C = \frac{7}{3} \approx 2{,}33.$$

3. Hai điểm A, B gần nhau nhất để mắt phân biệt được :

Muốn phân biệt được 2 điểm A, B thì phân biệt 2 điểm A', B'; muốn vậy :

$$\alpha \geq \alpha_{min}$$

$$tg\alpha \geq tg\alpha_{min} \approx \alpha_{min}$$

$$\frac{A'B'}{MC_V} \geq \alpha_{min}$$

$$A'B' \geq \alpha_{min} \times MC_V$$

mà : $\dfrac{A'B'}{AB} = |K_V| \Rightarrow A'B' = |K_V|.AB$

Nên : $|K_V|.AB \geq \alpha_{min} \times MC_V$

$$AB \geq \frac{\alpha_{min} \times MC_V}{|K_V|} = \frac{3.10^{-4} \times 50}{9}$$

$$AB \geq 1{,}67.10^{-3} \text{ (cm)}$$

Vậy 2 điểm A, B gần nhau nhất là 167.10^{-3}cm.

ĐỘ BỘI GIÁC LỚN NHẤT, BÉ NHẤT

5 **Vật kính của kính lúp có độ tụ D = 10 điốp. Một người mắt không tật đặt sát sau kính nhìn ảnh của vật dịch chuyển trước kính thấy ảnh có độ bội giác lớn nhất là 3,5.**

1. Tính độ bội giác bé nhất và khoảng dịch chuyển của vật.

2. Dịch mắt ra xa vật kính. Chứng tỏ có một vị trí đặt mắt để độ bội giác của ảnh không phụ thuộc vị trí của vật AB trước kính. Tính độ bội giác ấy.

GIẢI

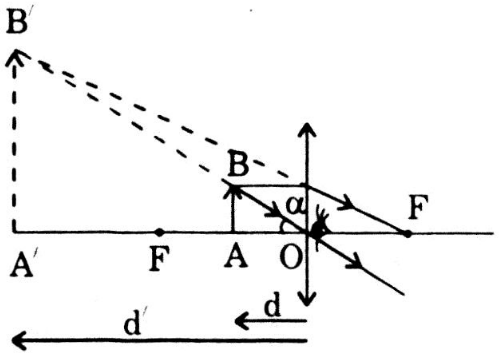
1. Độ bội giác bé nhất và khoảng cách dịch chuyển vật :

- Tiêu cự vật kính : $f = \dfrac{1}{D} = 10$ (cm)

- $G = \dfrac{tg\alpha}{tg\alpha_o}$ với : $\begin{cases} tg\alpha = \dfrac{AB}{d} \\ tg\alpha_o = \dfrac{AB}{D} \end{cases}$

nên : $G = \dfrac{D}{d}$ (1)

$$\Rightarrow \quad G_{max} = \frac{D}{d_{min}} \tag{2}$$



- d_{min} khi $A'B'$ ở C_C của mắt : $d' = -D$ ($A'B'$: ảo)

Vậy : $$d_{min} = \frac{-D.f}{-D-f} = \frac{D.f}{D+f} \tag{3}$$

(2) và (3) $\Rightarrow \quad G_{max} = \dfrac{D+f}{f}$

$\Rightarrow \quad D = f(G_{max} - 1) = 25$ (cm)

- (1) $\Rightarrow$ G_{min} khi d lớn nhất tức $d = f$ (lúc đó $A'B'$ ở ∞).

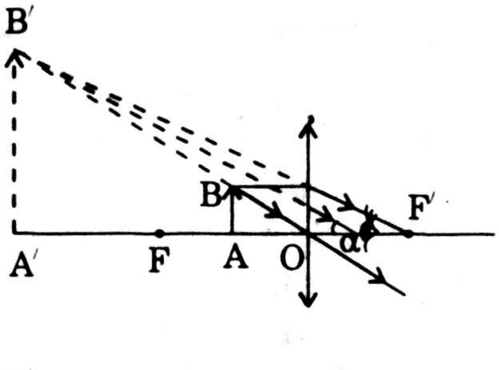
Vậy : $G_{min} = \dfrac{D}{f} = 2,5$

- Vị trí của vật được xác định bởi d :

$$\frac{D.f}{D+f} \le d \le f$$

7,14 (cm) $\le d \le$ 10 (cm).

2. Vị trí đặt mắt để G không phụ thuộc vị trí vật :



Gọi *l* là khoảng cách giữa vật kính – mắt :

$$G = \frac{tg\alpha}{tg\alpha_0} \quad \text{với :} \begin{cases} tg\alpha = \dfrac{A'B'}{|d'| + l} \\ tg\alpha_0 = \dfrac{AB}{D} \end{cases}$$

nên : $$G = \frac{A'B'}{AB} \times \frac{D}{|d'| + l}$$

Thay : $$\frac{A'B'}{AB} = \left|\frac{d'}{d}\right| = \frac{f}{|d - f|} = \frac{f}{f - d} \quad (\text{vì } d - f < 0)$$

Và : $$|d'| + l = \frac{df}{|d - f|} + l = \frac{df}{f - d} + l = \frac{d(f - l) + fl}{f - f}$$

Ta được : $$G = \frac{f}{f - d} \times \frac{D}{\dfrac{d(f - l) + f.l}{f - d}} = \frac{D.f}{d(f - l) + f.l}$$

- G không phụ thuộc d khi $l = f$: mắt đặt tại tiêu điểm F'.

Khi đó : $G = \dfrac{D}{f}$.

BÀI TẬP CÓ HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

6 **Một người cận thị có điểm cực cận cách mắt 15cm. Người này dùng kính lúp có độ tụ D = 25điốp để quan sát vật nhỏ. Mắt cách kính 10cm. Độ bội giác của kính bằng 3.**

Khoảng cách d từ vật đến kính là bao nhiêu ?

HƯỚNG DẪN

$$G = K.\frac{Đ}{|d'| + 1} \quad \text{và} \quad d' = \frac{df}{d - f}$$

Tính được : $d = \dfrac{10}{3}$ (cm).

7 **Một người đặt mắt sát sau kính lúp để quan sát vật nhỏ cách kính 2cm. Biết khoảng nhìn rõ ngắn nhất của mắt là Đ = 25cm. Tính độ bội giác G của kính.**

ĐÁP SỐ : G = 12,5.

8 **Một người cận thị có thể nhìn rõ những vật cách mắt từ 15cm đến 50cm. Người này quan sát vật nhỏ qua kính lúp có độ tụ 20điốp. Lúc đặt mắt cách kính 20cm sẽ quan sát được vật trong trạng thái mắt không phải điều tiết. Tính độ bội giác của kính.**

ĐÁP SỐ : $G = 2{,}1$.

9 **Một người mang kính (sát mắt) có độ tụ D = –2điốp thì có thể nhìn thấu rõ các vật từ 20cm đến vô cực. Người này bỏ kính ra và dùng một kính lúp trên vùng kính có ghi X5 (với qui ước Đ = 25cm) để quan sát vật nhỏ. Kính đặt cách mắt 5cm.**

Hỏi : vật đặt cách kính một khoảng d bằng bao nhiêu và tính độ bội giác G của kính.

HƯỚNG DẪN

- Trước tiên tính : $OC_c = \dfrac{100}{7}$cm và $OC_v = 50$cm.
- Tính tiêu cự kính lúp : $f = 5$cm.
- Vị trí đặt vật qua kính cho bởi : $d = \dfrac{d'f}{d' - f}$.

  Kết quả : $3{,}25 \le d \le 4{,}5$ (cm).
- Và : $G_c = K_1 = \dfrac{20}{7}$

$$G_v = K_2 . \frac{Đ}{|d'| + l} = \frac{20}{7}$$

$$G = \frac{20}{7}$$ (không phụ thuộc vị trí đặt vật vì $l = f$).

10 **Một người cận thị dùng kính lúp tiêu cự 5cm để quan sát vật nhỏ AB ở trạng thái không điều tiết, khi đó vật AB vuông góc với trục chính cho ảnh A'B' cách nó 16cm.**

Tìm độ tụ cần đeo để chữa tật cận thị cho người này, biết kính lúp và kính đeo mắt đều đặt sát mắt.

HƯỚNG DẪN

- $AA' = -d' - d \quad \rightarrow \quad d' = -20$ (cm)
- Tiêu cự kính cần đeo :

$$f = -OC_v = -20 \text{ (cm)}$$

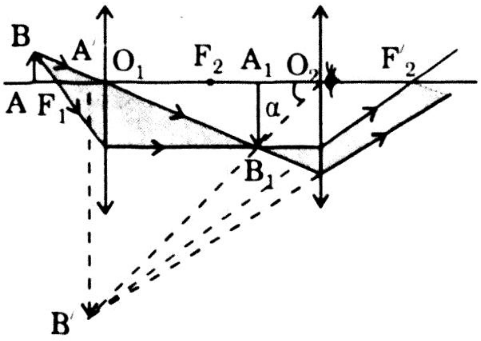
$$\Rightarrow \quad D = -5 \text{ (điốp)}$$

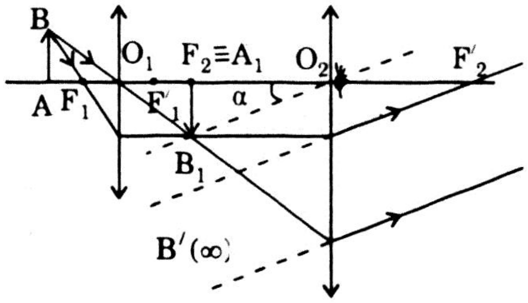
Chủ đề 16 KÍNH HIỂN VI - KÍNH THIÊN VĂN

TÓM TẮT LÍ THUYẾT

1. *Kính hiển vi*

- Vật kính : là thấu kính hội tụ có tiêu cự rất ngắn.
- Thị kính : là thấu kính hội tụ có tiêu cự ngắn.


B
A
A'
F₁
O₁
F₂
A₁
O₂
F'₂
α
B₁
B'

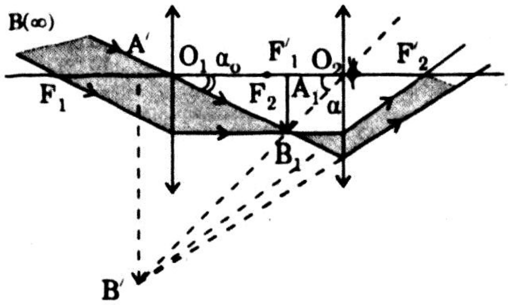

B
A
F₁
O₁
F₂≡A₁
O₂
F'₂
F'₁
α
B₁
B'(∞)

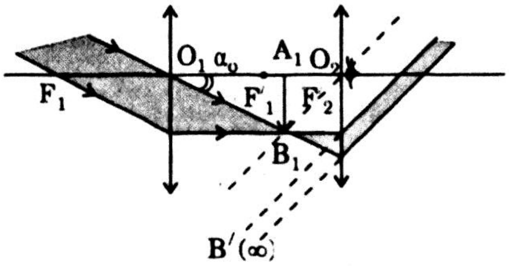
- Độ bội giác : $G = \dfrac{\alpha}{\alpha_o} \approx \dfrac{tg\alpha}{tg\alpha_o}$

$$G_\infty = \frac{\delta . D}{f_1 . f_2}\,; \quad \text{với : } \delta = O_1O_2 - (f_1 + f_2)$$

2. *Kính thiên văn*

- Vật kính : là thấu kính hội tụ có tiêu cự dài.
- Thị kính : là thấu kính hội tụ có tiêu cự ngắn.


B(∞)
A'
F₁
O₁
α₀
F'₁
F₂
A₁
O₂
α
F'₂
B₁
B'


F₁
O₁
α₀
A₁
O₂
F'₁
F'₂
B₁
B'(∞)

- Độ bội giác :

$$G = \frac{\alpha}{\alpha_o} \approx \frac{tg\alpha}{tg\alpha_o}\,; \quad \text{với : } tg\alpha_o = \frac{A_1B_1}{f_1}$$

$$G_\infty = \frac{f_1}{f_2}$$

ĐỘ BỘI GIÁC VÀ KHOẢNG DỊCH CHUYỂN VẬT TRƯỚC KÍNH HIỂN VI

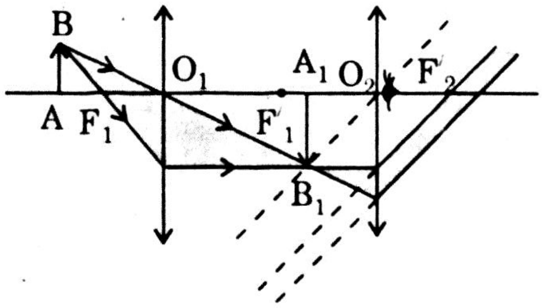
1 **Vật kính của một kính hiển vi có tiêu cự f_1 = 1cm, thị kính có tiêu cự f_2 = 4cm. Người quan sát có mắt không tật với khoảng nhìn rõ ngắn nhất là 25cm.**

Độ bội giác khi ngắm chừng ở ∞ là 75. Tính :

1. **Khoảng cách hai kính.**
2. **Khoảng dịch chuyển của vật trước kính .**
3. **Độ bội giác của kính và độ phóng đại của ảnh trong trường hợp ngắm chừng ở điểm cực cận.**

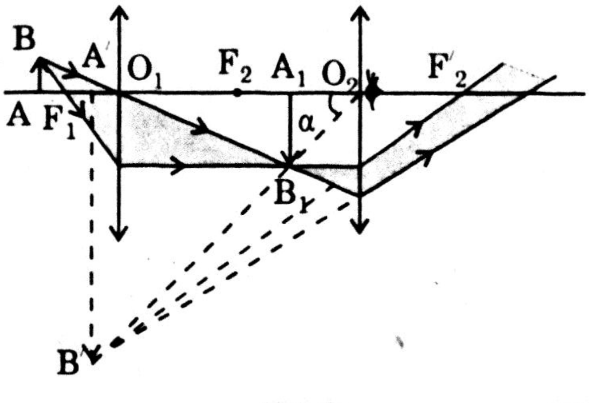
GIẢI

1. Khoảng cách hai kính :



- $G_\infty = \dfrac{\delta D}{f_1 \times f_2} \quad \Rightarrow \quad \delta = \dfrac{G_\infty . f_1 . f_2}{D} = 12 \text{ (cm)}$
- $O_1O_2 = \delta + f + f_2 = 17 \text{ (cm)}$.

2. Khoảng dịch chuyển của vật trước kính :



Sơ đồ tạo ảnh qua kính : $\underbrace{AB}_{d_1} \xrightarrow{TK.O_1} \underbrace{A_1}_{d'_1}\underbrace{B_1}_{d_2} \xrightarrow{TK.O_2} \underbrace{A'B'}_{d'_2}$

a) Ngắm ở ∞ :

- $d_2 = \infty$
- $d_2 = f_2 = 4$ (cm)
- $d_1' = O_1O_2 - D_2 = 17 - 4 = 13$ (cm)
- $d_1 = \dfrac{d_1'f_1}{d_1' - f_1} = \dfrac{13.1}{13 - 1} = \dfrac{13}{12} \approx 1{,}0833$ (cm).

b) Ngắm ở C_C :

- $d_2' = -25$ (cm)
- $d_2 = \dfrac{d_2'f_2}{d_2' - f_2} = \dfrac{100}{29}$ (cm)
- $d_1' = O_1O_2 - d_2 = \dfrac{393}{29}$ (cm)
- $d_1 = \dfrac{d_1'f_1}{d_1' - f_1} = \dfrac{393}{364} \approx 1{,}0797$ (cm).

Vậy vật cách vật kính là d mà : $1{,}0797 \text{ (cm)} \le d \le 1{,}0833 \text{ (cm)}$.

3. *K_C và G_C khi ngắm chừng ở C_C :*

- $K_C = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{d_1'}{d_1} \times \dfrac{d_2'}{d_2}$ (Với các giá trị ở phần b) câu 2)

$K_C = -91$

- $G_C = \dfrac{tg\alpha_C}{tg\alpha_o}$; với : $\begin{cases} tg\alpha_C = \dfrac{A'B'}{D} \\ tg\alpha_o = \dfrac{AB}{D} \end{cases}$

nên : $G_C = \dfrac{A'B'}{AB} = |K_C|$

$G_C = 91.$

MẮT KHÔNG TẬT VÀ MẮT CẬN THỊ CÙNG NHÌN QUA KÍNH HIỂN VI

$\boxed{2}$ Vật kính và thị kính của kính hiển vi cách nhau 18cm.

1. Người thứ nhất mắt không tật, khoảng nhìn rõ ngắn nhất là 25cm, đặt mắt sát kính và nhìn ảnh A'B' của vật là AB = 2μm trước vật kính. Khi vật cách

vật kính $\frac{31}{60}$ cm thì ảnh ở ∞, $G_\infty = 300$ và góc trông ảnh là $\alpha_\infty = 2,4.10^{-3}$ rad.

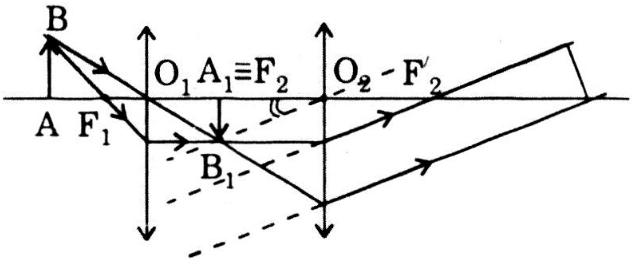
2. **Tính tiêu cự f_1 , f_2 của kính hiển vi.**

3. **Người thứ hai thấy được trong khoảng từ 20cm → 100cm. Hỏi người này muốn thấy ảnh của vật qua kính mà không điều tiết thì phải dịch vật theo chiều nào và bao nhiêu ?**

   Tính độ bội giác và góc trông ảnh đối với người thứ hai khi mắt không điều tiết.

GIẢI

1. Tiêu cự $f_1 - f_2$:



- $$G_\infty = \frac{\delta . D_1}{f_1 . f_2} \quad ; \quad \text{với :} \begin{cases} G_\infty = 300 \\ \delta = 18 - (f_1 + f_2) \\ D_1 = 25\text{cm} \end{cases}$$

$$300 = \frac{18 - (f_1 + f_2)}{f_1 . f_2} \times 25$$

$$18 - (f_1 + f_2) = 12\, f_1.f_2 \qquad (1)$$

- Góc trông ảnh : $\alpha_1 = \text{tg}\alpha_1 = \dfrac{A_1B_1}{f_2}$

Với : $A_1B_1 = \dfrac{d'_1}{d_1} \times AB = \dfrac{f_1}{d_1 - f_1} . AB$

nên : $$\alpha_1 = \frac{f_1}{d_1 - f_1} \times AB \times \frac{1}{f_2} ; \quad \text{với :} \begin{cases} \alpha_1 = 2,4.10^{-3}\text{rad} \\ d_1 = \dfrac{31}{60}\text{cm} \\ AB = 2.10^{-4}\text{ cm} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad (31 - 60\, f_1)\, f_2 = 5\, f_1$$

$$\Rightarrow \quad f_2 = \frac{5f_1}{31 - 60f_1} \qquad (2)$$

- (1) và (2) cho : $18 - \left(f_1 + \dfrac{5f_1}{31 - 60f_1}\right) = 12\,f_1 \times \dfrac{5f_1}{31 - 60f_1}$

$\Rightarrow$ $f_1 = 0{,}5$ (cm) và $f_2 = 2{,}5$ (cm).

2. ***Khoảng dịch vật AB để người thứ 2 thấy ảnh mà không điều tiết :***

Sơ đồ tạo ảnh :

$$\underbrace{AB}_{d_1} \xrightarrow{\text{TK.O}_1} \underbrace{A_1}_{d'_1}\underbrace{B_1}_{d_2} \xrightarrow{\text{TK.O}_2} \underbrace{A'B'}_{d'_2}$$

- $d'_2 = -100$ (cm)

- $d_2 = \dfrac{d'_2 f_2}{d'_2 - f_2} = \dfrac{250}{102{,}5}$ (cm)

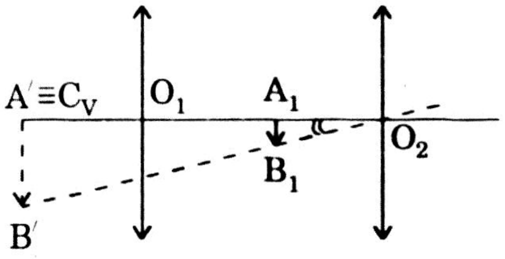
- $d'_1 = O_1O_2 - d_2 = \dfrac{1595}{102{,}5}$ (cm)

- $d_1 = \dfrac{d'_1 f_1}{d'_1 - f_1} = \dfrac{797{,}5}{1543{,}75}$ (cm) $\approx 0{,}51660$ (cm) $< \dfrac{31}{60}$ (cm)

Vậy : Vật AB phải dịch về gần vật kính hơn 1 khoảng :

$$\Delta d_1 = \frac{31}{60} - 0{,}51660 = 6.10^{-5} \text{ (cm)}.$$

3. ***Độ bội giác và góc trông ảnh của người thứ hai :***



- $G_V = \dfrac{\alpha_V}{\alpha_o} = \dfrac{tg\alpha_V}{tg\alpha'_o}$; với : $\begin{cases} tg\alpha_V = \dfrac{A_1B_1}{d_2} \\ tg\alpha'_o = \dfrac{AB}{D_2} \end{cases}$ (3)

nên : $G_V = \dfrac{A_1B_1}{AB} \times \dfrac{D_2}{d_2}$

$= \dfrac{d'_1}{d_1} \times \dfrac{D_2}{d_2}$

Với $D_2 = 20\text{cm}$; d_1, d_2, d'_1 đã tính ở câu 2; ta được :

$$G_V = 247.$$

- (3) $\Rightarrow \quad tg\alpha_V \approx \alpha_V = tg\alpha'_0.G_V$

$$= \frac{AB}{D_2} \times G_V \; ; \quad \text{với : } AB = 2.10^{-4}\,(\text{cm})$$

$$\alpha_V \approx 2{,}47.10^{-3}\,(\text{rad}).$$

ẢNH THẬT QUA KÍNH HIỂN VI

3 **1. Một kính hiển vi : Vật kính L_1 có tiêu cự $f_1 = 4\text{mm}$, thị kính L_2 có tiêu cự $f_1 = 80\text{mm}$. Vật nhỏ AB đặt trước L_1, cách L_1 4,2mm. Biết ảnh của AB cho bởi kính hiển vi ở vô cùng.**

Tính khoảng cách giữa L_1 và L_2. Muốn ảnh của AB cho bởi kính hiển vi là thật, cao gấp 20 lần vật thì phải xê dịch vật bao nhiêu, theo chiều nào so với vị trí ban đầu ?

2. Giữ nguyên L_1, thay L_2 bằng thấu kính hội tụ L. Đặt L cùng trục chính và cách L_1 214mm. Vật nhỏ đặt trước L_1 qua kính hiển vi mới cho ảnh ảo cao gấp 200 lần vật và cách L_2 250mm.

Tìm tiêu cự của L và vị trí vật.

GIẢI

1.a) Khoảng cách giữa L_1 và L_2 biết ảnh $A'B'$ ở vô cực :

Sơ đồ tạo ảnh : $\underbrace{AB}_{d_1} \xrightarrow{L_1} \underbrace{A_1B_1}_{d'_1 \quad d_2} \xrightarrow{L_2} \underbrace{A'B'}_{d'_2}$

- $d'_2 = \infty$
- $d_2 = f_2 = 80\,(\text{mm})$
- $d'_1 = O_1O_2 - d_2 = O_1O_2 - 80\,(\text{mm})$

Với : $d'_1 = \dfrac{d_1f_1}{d_1 - f_1} = \dfrac{4{,}2.4}{4{,}2 - 4} = 84\,(\text{mm})$

$\Rightarrow \quad O_1O_2 = 164\,(\text{mm}).$

b) Khoảng xê dịch vật để $A'B'$ là ảnh thật, cao gấp 20 lần vật :

- $d'_1 = \dfrac{4d_1}{d_1 - 4}$

- $d_2 = O_1O_2 - d_1' = \dfrac{160d_1 - 656}{d_1 - 4}$

- $d_2' = \dfrac{d_2 . f_2}{d_2 - f_2} = \dfrac{160d_1 - 656}{d_1 - 4,2} > 0$

d_1		4,1		4,2	
d_2'	+	0	−	‖	+

Vậy để ảnh thật thì : $\left[\begin{array}{l} d_1 < 4,1 \text{ (mm)} \\ d_1 > 4,2 \text{ (mm)} \end{array}\right.$

- $K = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{d_1'}{d_1} \times \dfrac{d_2'}{d_2} = \dfrac{4}{d_1 - 4,2}$

Vì chưa rõ chiều của A'B' nên $\dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \pm\ 20$, vậy :

$$\frac{4}{d_1 - 4,2} = \pm 20 \quad \Rightarrow \quad \left[\begin{array}{l} d_1 = 4,4 \text{ (mm)} \\ d_1 = 4 \text{ (mm)} \end{array}\right.$$

Vậy kể từ vị trí cũ (cách vật kính L_1 4,2mm) ta dịch đi 0,2mm theo cả 2 chiều.

2. ***Tiêu cự L và vị trí vật :***

- $d_1' = \dfrac{4d_1}{d_1 - 4}$

- $d_2 = 214 - d_1' = \dfrac{210d_1 - 856}{d_1 - 4}$

- $d_2' = \dfrac{d_2 f}{d_2 - f} = f\ \dfrac{210d_1 - 856}{210d_1 - d_1 f - 856 + 4f} = -250 \qquad (1)$

Và :

- $K = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{d_1'}{d_1} \times \dfrac{d_2'}{d_2} = \dfrac{4f}{210d_1 - d_1 f - 856 + 4f}$

Đối với kính hiển vi, ảnh ảo sẽ ngược chiều với vật, vậy :

$$K = \frac{4f}{210d_1 - d_1 f - 856 + 4f} = -\ 200 \qquad (2)$$

(1) chia cho (2) : $\dfrac{210d_1 - 856}{4} = \dfrac{2,5}{2}$

$\Rightarrow \quad d_1 = 4{,}1\ (mm)$

- Thế vào (1) ta được : $f = 62{,}5\ (mm)$.

KHOẢNG CÁCH GẦN NHẤT CỦA HAI ĐIỂM ĐỂ CÓ THỂ PHÂN BIỆT ĐƯỢC QUA KÍNH HIỂN VI

4 + **Một kính hiển vi gồm :**

- **Vật kính tiêu cự f_1.**
- **Thị kính tiêu cự $f_2 = 2cm$.**
- **Khoảng cách 2 kính $O_1O_2 = 18cm$.**

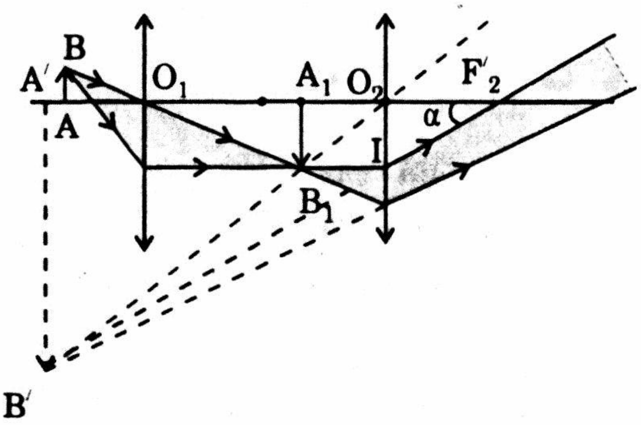
+ **Mắt không tật đặt tại tiêu điểm ảnh F_2' của thị kính để quan sát ảnh ảo của vật rất nhỏ.**

1. Để mắt có thể nhìn rõ ảnh thì vật dịch trong khoảng từ $\frac{16}{15}$cm đến $\frac{16{,}16}{15{,}16}$cm trước vật kính. Hỏi khoảng nhìn rõ ngắn nhất của mắt.

2. Biết năng suất phân li của mắt là $1' \approx 2.10^{-4}$rad. Tính khoảng cách ngắn nhất giữa hai điểm trên vật mà người ấy còn phân biệt được khi ngắm chừng ở cực cận.

GIẢI

1. Khoảng nhìn rõ ngắn nhất của mắt :



+ Vật ở xa kính nhất thì ảnh ở ∞, lúc đó A_1B_1 ở tiêu diện vật của thị kính tức :

$$d_1' = O_1O_2 - f_2 = 16\ (cm)$$

Tiêu cự vật kính : $f_1 = \dfrac{d_1 . d_1'}{d_1 + d_1'} = 1\ (cm)$ với $d_1 = \dfrac{16}{15}\ (cm)$

+ Sơ đồ tạo ảnh qua kính khi ngắm chừng ở cực cận :

$$\underbrace{AB}_{d_1} \xrightarrow{O_1} \underbrace{A_1B_1}_{d'_1}\ \underbrace{\ }_{d_2} \xrightarrow{O_2} \underbrace{A'B'}_{d'_2} \text{ ở } C_C$$

- $d_1 = \dfrac{16,16}{15,16}$ (cm)
- $d'_1 = \dfrac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = 16,16$ (cm)
- $d_2 = O_1O_2 - d'_1 = 1,84$ (cm)
- $d'_2 = \dfrac{d_2.f_2}{d_2 - f_2} = -23$ (cm)

Vì mắt cách thị kính 2cm nên : $D = 23 + 2 = 25$ (cm).

2. *Khoảng cách ngắn nhất giữa 2 điểm :*

Để mắt phân biệt được 2 điểm A, B qua kính thì mắt phải phân biệt 2 ảnh $A'B'$. Muốn vậy :

$$\alpha_C \geq \alpha_{min}$$

$$tg\alpha_C \geq tg\,\alpha_{min} \approx \alpha_{min}$$

$\Delta O_2IF'_2$ cho : $tg\alpha_C = \dfrac{O_2I}{f_2} = \dfrac{A_1B_1}{f_2}$ nên :

$$\frac{A_1B_1}{f_2} \geq \alpha_{min}$$

$$A_1B_1 \geq f_2 \times \alpha_{min}$$

Với : $A_1B_1 = \dfrac{d'_1}{d_1} \times AB$ nên: $\dfrac{d'_1}{d_1} \times AB \geq f_2 \times \alpha_{min}$

$$AB \geq \frac{d_1}{d'_1} \times f_2 \times \alpha_{min} = 0,396.10^{-4} \text{ (cm)}$$

Vậy khoảng cách ngắn nhất giữa 2 điểm là $0,396.10^{-4}$cm.

KÍNH THIÊN VĂN

$\boxed{5}$ **Kính thiên văn có :**

- **Vật kính : $D_1 = 1$ điốp.**
- **Thị kính : $D_2 = 50$ điốp.**

1. **Một người mắt không có tật, dùng kính thiên văn này để quan sát một vật ở rất xa. Kính được điều chỉnh để khi quan sát mắt không phải điều tiết.**

   Tính độ lớn ảnh qua vật kính và góc trông ảnh qua thị kính, biết góc trông vật bằng mắt thường là 10′ ($1' \approx 3.10^{-4}$rad).

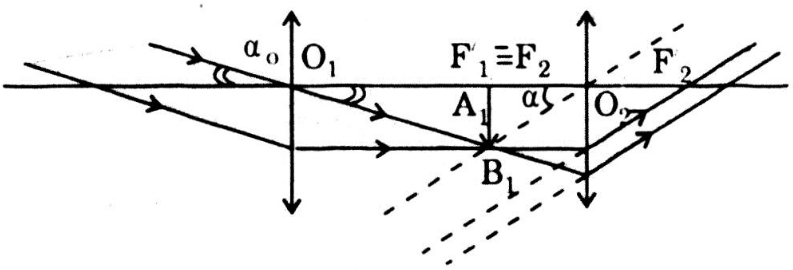
2. **Một người cận thị có điểm cực viễn cách mắt 50cm không đeo kính cận và quan sát vật qua kính thiên văn nói trên (mắt đặt sát kính). Người ấy phải dịch thị kính theo chiều nào và bằng bao nhiêu để mắt không phải điều tiết.**

   Tính độ bội giác và độ lớn ảnh thấy được.

3. **Hỏi phải dịch chuyển thị kính theo chiều nào và bao nhiêu so với vị trí ban đầu (câu 1.) để ảnh cuối cùng là thực và cách vật kính 110cm (độ dịch này bé nhất).**

GIẢI

1. Mắt không tật quan sát qua kính thiên văn :



- Tiêu cự vật kính : $f_1 = \dfrac{1}{D_1} = 100$ (cm)

  Thị kính : $f_2 = \dfrac{1}{D_2} = 2$ (cm)

- Độ lớn ảnh qua vật kính :

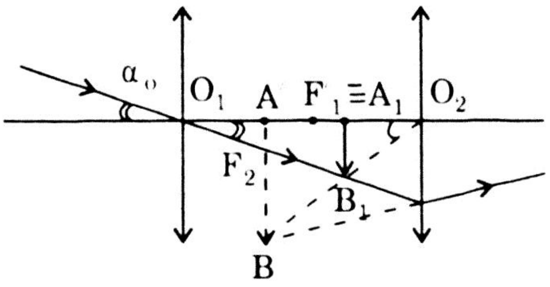
  $$A_1B_1 = f_1 \times \alpha_0 = 100 \times 3.10^{-4} \times 10 = 0{,}3 \text{ (cm)}$$

- $$G_\infty = \frac{f_1}{f_2} = 50$$

  Với : $G_\infty = \dfrac{\alpha}{\alpha_0} = 50 \quad \Rightarrow \quad \alpha = \alpha_0.G_\infty = 500' = 8^0\,20'.$

2. Mắt cận thị quan sát kính thiên văn :

- Để mắt không điều tiết thì $A'B'$ ở C_V của mắt. Muốn vậy A_1B_1 phải nằm giữa O_2F_2 nên thị kính phải dịch về gần vật kính.
- Thị kính cách A_1B_1 :



$$d_2 = \frac{d_2' f_2}{d_2' - f_2} \quad ; \quad \text{với} : \begin{cases} d_2' = -50\text{cm} \\ f_2 = 2\text{cm} \end{cases}$$

nên : $d_2 = 1{,}923$ (cm)

Độ dịch thị kính : $\Delta d_2 = 2 - 1{,}923 = 0{,}077$ (cm).

- Độ bội giác :

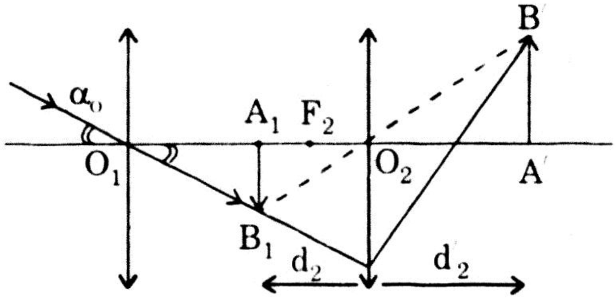
$$G_V = \frac{tg\alpha_V}{tg\alpha_o} \; ; \qquad \text{với} : \begin{cases} tg\alpha_V = \dfrac{A_1B_1}{d_2} \\ tg\alpha = \dfrac{A_1B_1}{f_1} \end{cases}$$

$$G_V = \frac{f_1}{d_2} = 52$$

- Độ phóng đại của thị kính :

$$\frac{A'B'}{A_1B_1} = \left|\frac{d_2'}{d_2}\right| = 26 \quad \Rightarrow \quad A'B' = 26.\ A_1B_1 = 26 \times 0{,}3 = 7{,}8 \text{ (cm)}.$$

3. Ảnh thật qua kính thiên văn :



- Để $A'B'$ là ảnh thật thì A_1B_1 ngoài O_2F_2. Vậy thị kính phải dịch ra xa vật kính so với vị trí ban đầu.
- Có : $A_1A' = O_1A' - O_1A_1 = 110 - 100 = 10$ (cm)

hay : $d_2 + d_2' = 10$; với : $d_2' = \dfrac{d_2 f_2}{d_2 - f_2}$

$$d_2 + \frac{2d_2}{d_2 - 2} = 10$$

$$\Rightarrow \quad d_2^2 - 10\,d_2 + 20 = 0$$

$$\Rightarrow \quad \Delta' = 5 \approx 2{,}23^2$$

$$d_2 = 5 \pm 2{,}236 = \left[\begin{array}{l} 7{,}236\,(\text{cm}) \\ 2{,}764\,(\text{cm}) \end{array}\right.$$

Để độ dịch thị kính bé nhất thì ta chọn $d_2 = 2{,}764$cm và độ dịch :

$$\Delta d_2 = 2{,}764 - 2 = 0{,}764\ (\text{cm}).$$

ẢNH THẬT QUA KÍNH THIÊN VĂN

6 **Một kính thiên văn có trục chính hướng về mặt trăng. Độ bội giác khi ngắm chừng ở ∞ là 30.**

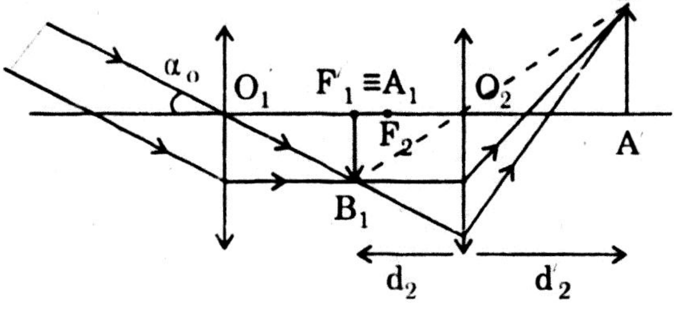
Sau đó kéo thị kính ra xa vật kính 0,5cm thì ảnh ở sau thị kính và cách thị kính 36cm.

1. **Tính tiêu cự của vật kính và thị kính.**
2. **Biết góc trông mặt trăng từ trái đất bằng mắt trần là 3'.**

   Tính đường kính ảnh mặt trăng sau khi kéo thị kính ($1' \approx 3.10^{10}$ rad).
3. **Sau khi đã kéo thị kính ra, để ngắm được ảnh ở ∞ trở lại, ta đặt giữa vật kính và tiêu điểm ảnh F_1' của vật kính một bản mặt song song chiết suất n = 1,5. Tính bề dày bản song song và vẽ đường đi của 1 chùm tia sáng.**

GIẢI

1. f_1 và f_2 ?



$$+ \quad G_\infty = \frac{f_1}{f_2} = 30$$

+ Khi kéo thị kính ra xa vật kính 0,5cm :

$$\text{Có : }\begin{cases} d_2 = f_2 + 0{,}5 \\ d_2 = \dfrac{d_2' f_2}{d_2' - f_2} = \dfrac{36 f_2}{36 - f_2} \end{cases} \Rightarrow \quad f_2 + 0{,}5 = \frac{36 f_2}{36 - f_2}$$

$$\Rightarrow \quad f_2^2 + 0{,}5 f_2 - 18 = 0$$

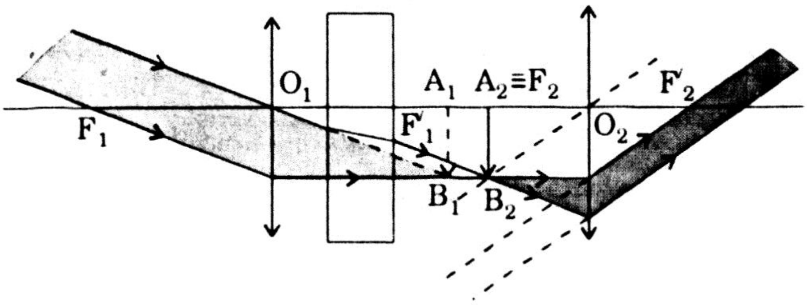
$$\Rightarrow \quad f_2 = \left[\begin{array}{l} +4 \text{ (cm)} \\ -4{,}5 \text{ (cm)} \end{array}\right.$$

Thị kính là thấu kính hội tụ nên : $\begin{cases} f_2 = 4 \text{ (cm)} \\ f_1 = 120 \text{ (cm)} \end{cases}$

2. ***Đường kính ảnh mặt trăng :***

- $A_1B_1 = f_1 \times \alpha_o = 120\text{cm} \times (3 \times 3.10^{-4}) = 0{,}108 \text{ (cm)}$
- $A'B' = A_1B_1 \,.\, \dfrac{d_2'}{d_2} = 0{,}864 \text{ (cm)}.$

3. ***Bề dày bản song song :***



Sơ đồ tạo ảnh :

$$AB \xrightarrow{O_1} A_1B_1 \xrightarrow{\text{bản //}} A_2B_2 \xrightarrow{O_2} A'B'$$

$A'B'$ ở ∞ nên A_2B_2 ở F_2 của thị kính.

$$A_1A_2 = e\left(1 - \frac{1}{n}\right) \quad \Rightarrow \quad e = \frac{n}{n-1} A_1A_2 = 1{,}5 \text{ (cm)}.$$

KÍNH THIÊN VĂN CÓ GHÉP THÊM THẤU KÍNH ĐỂ THẤY ẢNH CÙNG CHIỀU VỚI VẬT

7 **1. Trong khoảng từ vật tới màn cách nhau 6,25m ta có thể đặt thấu kính L_1 ở 2 vị trí cách nhau 3,75m để được ảnh rõ nét trên màn. Tính tiêu cự f_1 của thấu kính L_1.**

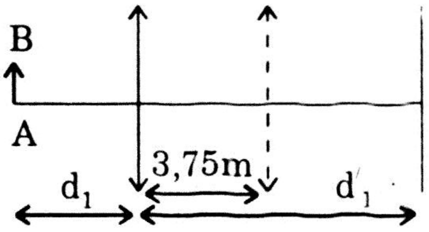
2. Thấu kính L_1 được dùng làm vật kính cùng với thấu kính hội tụ L_2 làm thị kính của một kính thiên văn để ngắm một ngôi sao. Độ bội giác khi

ngắm chừng ở ∞ là 25. Tính khoảng cách hai kính.

3. Để có ảnh cùng chiều với vật, ta dịch thị kính L_2 ra xa vật kính L_1 rồi đặt giữa vật kính L_1 và thị kính L_2 một thấu kính L_3 có độ tụ 10 điốp và cách vật kính L_1 112,5cm. Xác định vị trí mới của thấu kính L_2 để ta cũng thấy ảnh của ngôi sao ở ∞. Tính độ bội giác lúc này. Vẽ đường đi của chùm tia sáng.

GIẢI

1. Tiêu cự f_1 của L_1 :



- Khoảng cách vật – màn :

$$d + d' = 625 \text{ (cm)}$$

$$d + \frac{df}{d-f} = 625$$

$$\Rightarrow \quad d^2 - 625d + 625f = 0$$

$$\Delta = 625^2 - 4 \times 625f$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d_1 = \dfrac{625 - \sqrt{\Delta}}{2} \\ d_2 = \dfrac{625 + \sqrt{\Delta}}{2} \end{cases}$$

- Theo đề :

$$d_2 - d_1 = 375 \text{ (cm)}$$

$$\sqrt{\Delta} = 375$$

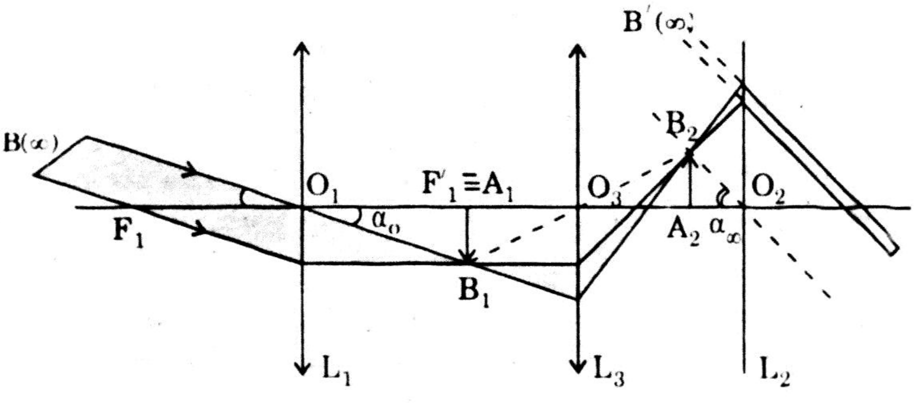
$$625^2 - 2500f_1 = 375^2 \quad \Rightarrow \quad f_1 = 100 \text{ (cm)}$$

2. Khoảng cách 2 kính :

Khi ngắm chừng ở ∞ : $G_\infty = \dfrac{f_1}{f_2} \quad \Rightarrow \quad f_2 = \dfrac{f_1}{G_\infty} = 4 \text{ (cm)}$

$$O_1O_2 = f_1 + f_2 = 104 \text{ (cm)}.$$

3. Vị trí mới của L_2 và G_∞ :



Sơ đồ tạo ảnh :

$$AB \text{ ở } \infty \xrightarrow{L_1} A_1B_1 \xrightarrow{L_3} A_2B_2 \xrightarrow{L_2} A'B' \text{ ở } \infty$$

Có : $O_3A_1 = O_1O_3 - f_1 = 12,5 \text{ (cm)}$

$$\frac{1}{f_3} = \frac{1}{O_3A_1} + \frac{1}{O_3A_2} \quad ; \qquad \text{với : } f_3 = \frac{1}{10} = 10 \text{ (cm)}$$

$$\Rightarrow \quad O_3A_2 = \frac{10 \times 12,5}{12,5 - 10} = 50 \text{ (cm)}$$

Vì $A'B'$ ở ∞ nên A_2B_2 nằm tại tiêu diện của thị kính L_2 tức :

$$O'_2A_2 = f_2 = 4 \text{ (cm)}$$

Vậy thị kính cách vật kính :

$$O_1O'_2 = O_1O_3 + O_3A_2 + A_2O'_2$$

$$O_1O'_2 = 166,5 \text{ (cm)}.$$

- Độ bội giác :

$$G_\infty = \frac{\alpha_\infty}{\alpha_o} \approx \frac{tg\alpha_\infty}{tg\alpha_o} \quad ; \text{ với : } \begin{cases} tg\alpha_\infty = \dfrac{A_2B_2}{f_2} \\ tg\alpha_o = \dfrac{A_1B_1}{f_1} \end{cases}$$

$$\text{nên : } G_\infty = \frac{A_2B_2}{A_1B_1} \times \frac{f_1}{f_2} = \frac{O_3A_2}{O_3A_1} \times \frac{f_1}{f_2}$$

$$G_\infty = 100.$$

THAY THỊ KÍNH CỦA KÍNH THIÊN VĂN BẰNG THẤU KÍNH PHÂN KỲ ĐỂ CÓ ẢNH CÙNG CHIỀU VẬT

$\boxed{8}$ Cho hai thấu kính hội tụ O_1 và O_2 đồng trục, có tiêu cự lần lượt là $f_1 = 30cm$ và $f_2 = 2cm$. Một vật phẳng AB được đặt vuông góc với trục chính của hệ trước O_1 cho ảnh cuối cùng là A_2B_2.

Điều chỉnh khoảng cách giữa hai thấu kính để độ phóng đại của ảnh cuối cùng không phụ thuộc vị trí của vật AB trước hệ.

1. Tính khoảng cách hai thấu kính và độ phóng đại.

2. Nếu đưa AB ra rất xa O_1 thì ảnh của AB qua hệ thấu kính này giống ảnh qua dụng cụ quang học nào ? Tính độ bội giác của ảnh.

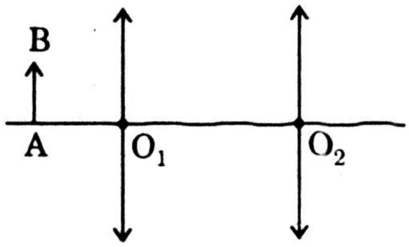
3. Để có ảnh cùng chiều với vật, ta thay thấu kính O_2 bằng thấu kính phân kỳ có tiêu cự $f_2 = -2cm$. Cũng để có ảnh của vật AB rất xa ở ∞, hãy tính khoảng cách hai thấu kính và độ bội giác lúc đó.

GIẢI

1. Khoảng cách hai thấu kính để K không phụ thuộc vị trí vật AB :

Sơ đồ tạo ảnh :

$$\underbrace{AB}_{d_1} \xrightarrow{O_1} \underbrace{A_1}_{d_1'}\underbrace{B_1}_{d_2} \xrightarrow{O_2} \underbrace{A_2B_2}_{d_2'}$$



- $$d_1' = \frac{d_1 f_1}{d_1 - f_1} = \frac{30d_1}{d_1 - 30}$$
- $$d_2 = l - d_1' = l - \frac{30d_1}{d_1 - 30} = \frac{ld_1 - 30l - 30d_1}{d_1 - 30}$$
- $$d_2' = \frac{d_2 f_2}{d_2 - f_2} = 2 \times \frac{ld_1 - 30l - 30d_1}{ld_1 - 30l - 32d_1 + 60}$$
- $$K = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{d_1'}{d_1} \times \frac{d_2'}{d_2} = \frac{60}{(l - 32)d_1 - 30l + 60}$$

K không phụ thuộc vào d_1 khi $l = 32$ (cm)

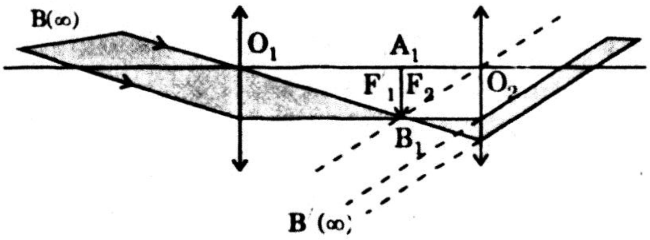
và $K = -\frac{1}{15}$.

2. Hệ quang học giống dụng cụ quang học nào ? Độ bội giác :

- Với $l = 32cm$ thì $f_1 + f_2 = l$

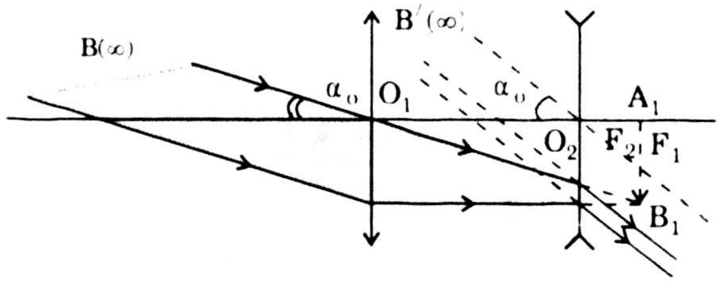
  nên : $F_1' \equiv F_2$

Vật AB ở ∞ có ảnh trung gian A_1B_1 trùng với tiêu diện của thấu kính O_1 và O_2 nên hệ thấu kính này giống như kính thiên văn đang ngắm chừng ở ∞.



- Độ bội giác : $G_\infty = \frac{f_1}{f_2} = 15$.

3. Khoảng cách giữa thấu kính hội tụ O_1 và phân kỳ O'_2:



- Sơ đồ tạo ảnh : AB ở ∞ $\xrightarrow{O_1}$ A_1B_1 $\xrightarrow{O'_2}$ $A'B'$ ở ∞

$A'B'$ ở ∞ nên A_1B_1 ở tiêu diện vật F_2 của thấu kính phân kỳ O'_2 tức ở sau thấu kính O'_2. Vậy :

$$O_1O'_2 = O_1F'_1 - |f_2| = 30 - 2 = 28\ (\text{cm})$$

- Độ bội giác : $G'_\infty = \dfrac{tg\alpha_\infty}{tg\alpha_0} = \dfrac{\dfrac{A_1B_1}{|f_2|}}{\dfrac{A_1B_1}{f_1}} = \dfrac{f_1}{|f_2|}$

$$G'_\infty = 15.$$

BÀI TẬP CÓ HƯỚNG DẪN – ĐÁP SỐ

9 **Một người cận thị chỉ nhìn rõ các vật cách mắt xa nhất 45cm. Người này đặt mắt sát sau thị kính của kính hiển vi và quan sát được ảnh của vật nhỏ trong trạng thái không điều tiết. Cho biết tiêu cự vật kính là 1cm, của thị kính là 5cm, độ dài quang học là 10cm.**

Tìm khoảng cách từ vật đến vật kính.

ĐÁP SỐ : $d_1 \approx 1{,}095$ (cm).

10 **Một kính hiển vi có tiêu cự vật kính là 0,5cm, thị kính là 5cm, chúng cách nhau 21cm. Người quan sát đặt mắt sát sau thị kính để quan sát ảnh của vật nhỏ trước vật kính. Người này thấy rõ các vật cách mắt từ 20cm đến vô cực.**

a) **Vật cần quan sát đặt cách vật kính khoảng nào ?**

b) **Độ bội giác của kính biến thiên trong khoảng nào ?**

ĐÁP SỐ : a) $0{,}515 \le d_1 \le 0{,}516$ (cm).

b) $124 \le G \le 165$.

11 **Vật kính của kính hiển vi có tiêu cự f_1 = 1cm, thị kính có tiêu cự f_2 = 4cm, độ dài quang học 16cm. Người quan sát đặt mắt sát sau thị kính để quan sát ảnh của vật nhỏ đặt trước vật kính. Mắt còn thấy rõ ảnh khi vật đặt cách vật kính từ 1,0600cm đến 1,0625cm.**

Xác định giới hạn nhìn rõ của mắt.

ĐÁP SỐ : Từ 20cm đến ∞.

12 **Một kính hiển vi gồm vật kính có tiêu cự f_1 = 1cm, thị kính có tiêu cự f_2 = 5cm. Người có mắt không tật với điểm cực cận cách mắt 20cm quan sát vật nhỏ cách vật kính 1,05cm sẽ thấy rõ ảnh qua kính khi mắt điều tiết tối đa. Tính độ bội giác của kính khi mắt ngắm chừng ở vô cực.**

HƯỚNG DẪN

- Tính khoảng cách vật kính và thị kính.
- Tính : $G_\infty = \dfrac{\delta.Đ}{f_1.f_2} = 76.$

13 **Một kính hiển vi mà trên vành vật kính có ghi X5, trên vành thị kính có ghi X8. Một người mắt không tật, cực cận cách mắt 25cm đặt mắt sát sau thị kính để quan sát vật nhỏ AB qua kính trong trạng thái ngắm chừng ở vô cực với góc trông ảnh cuối cùng qua kính là α = 0,02rad.**

Tính kích thước vật nhỏ AB.

HƯỚNG DẪN

$$G_\infty = \frac{\alpha}{\alpha_0} = \frac{\alpha.Đ}{AB}$$

Và : $G_\infty = K_1.G_2 = 50.8 = 400 \Rightarrow AB = 12,5.10^{-4}$ (cm).

14 **Một người mắt không tật quan sát ảnh của mặt trăng qua kính thiên văn trong trạng thái không điều tiết, khi đó khoảng cách giữa vật kính và thị kính là 95cm và độ bội giác của ảnh là 18. Mắt đặt sát sau thị kính. Hỏi tiêu cự f_1 của vật kính.**

ĐÁP SỐ : f_1 = 90cm.

15 **Một kính thiên văn gồm vật kính có tiêu cự f_1 = 85cm và thị kính có tiêu cự f_2 = 5cm. Người cận thị có điểm cực viễn cách mắt 45cm quan sát ngôi sao qua kính thiên văn nói trên mà không cần điều tiết. Mắt đặt sát sau thị kính. Tính khoảng cách l giữa hai kính.**

HƯỚNG DẪN

$$l = f_1 + f_2 = 89,5 \text{ (cm)}.$$

16 **Tiêu cự của vật kính và thị kính của một ống nhòm quân sự lần lượt là f_1 = 30cm, f_2 = 5cm. Một người đặt mắt sát sau thị kính chỉ thấy được ảnh rõ nét của vật ở rất xa. Khi điều chỉnh khoảng cách giữa vật kính và thị kính trong khoảng từ L_1 = 33cm đến L_2 = 34,5.**

Tìm giới hạn nhìn rõ của mắt người này.

HƯỚNG DẪN

Dựa trên sơ đồ tạo ảnh ta có : $d_2 = L - f_1$

- Với L = 33cm ⇒ $d_2 = 3$ (cm) ⇒ $d_2' = -7{,}5$ (cm).
- Với L = 34,5cm ⇒ $d_2 = 4{,}5$ (cm) ⇒ $d_2' = -45$ (cm).

ĐÁp SỐ : Giới hạn nhìn rõ từ 7,5cm → 45cm.

MỤC LỤC

■ PHẦN MỘT : QUANG HÌNH HỌC

Chủ đề 1 : Gương phẳng 3
Chủ đề 2 : Gương cầu 20
Chủ đề 3 : Ảnh của hệ gương – gương 36
Chủ đề 4 : Định luật khúc xạ 47
Chủ đề 5 : Hiện tượng phản xạ toàn phần 57
Chủ đề 6 : Lưỡng chất phẳng 65
Chủ đề 7 : Bản mặt song song 77
Chủ đề 8 : Lăng kính 89
Chủ đề 9 : Thấu kính 98
Chủ đề 10 : Thấu kính ghép với lưỡng chất phẳng
Thấu kính ghép với bản mặt song song 18
Chủ đề 11 : Hệ thấu kính – thấu kính 36
Chủ đề 12 : Hệ thấu kính và gương 70
Chủ đề 13 : Máy ảnh 38
Chủ đề 14 : Mắt 97
Chủ đề 15 : Kính lúp 27
Chủ đề 16 : Kính hiển vi – Kính thiên văn 29

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI
16 Hàng Chuối – Hai Bà Trưng – Hà Nội
Điện thoại: (04) 9718312; (04) 9724770. Fax: (04) 9714899
E-mail: nxb@vnu.edu.vn

Chịu trách nhiệm xuất bản

Giám đốc:	PHÙNG QUỐC BẢO
Tổng biên tập:	NGUYỄN BÁ THÀNH

Chịu trách nhiệm nội dung

Biên tập:	THANH LOAN
Sửa bài:	VŨ NAM
Trình bày bìa:	PHẠM VIỆT QUANG

PHƯƠNG PHÁP GIẢI TOÁN VẬT LÍ 11 (TẬP 1)

Mã số: 1L – 38ĐH2007
In 2000 cuốn, khổ 16 × 24cm tại Công ti TNHH in bao bì Phong Tân.
Số xuất bản: 927 – 2006/CXB/17 – 199/ĐHQGHN, ngày 20/12/2006
Quyết định xuất bản số: 97LK/XB
In xong và nộp lưu chiểu quý I năm 2007.